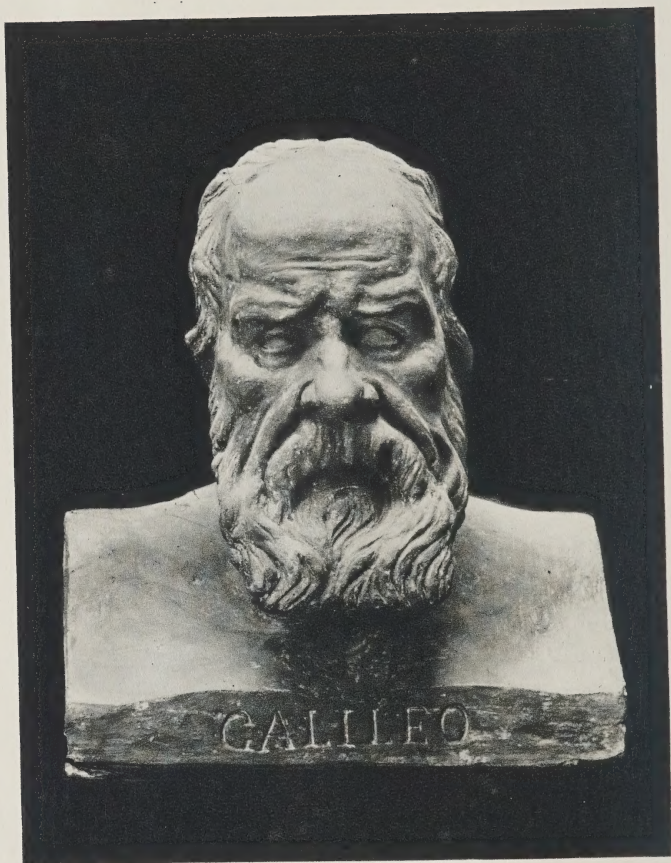
I CLASSICI RIZZOLI

DIRETTI DA UGO OJETTI

RITRATTO SECENTESCO DI GALILEO
A TORRE DEL GALLO

GALILEO GALILEI

OPERE

A CURA DI SEB. TIMPANARO

II.

DIALOGHI DELLE NUOVE SCIENZE.
IL SAGGIATORE.

CON 12 ILLUSTRAZIONI

RIZZOLI & C., EDITORI
MILANO - ROMA

VITA DI GALILEO

Galileo si diceva fiorentino, benché fosse nato a Pisa, perché suo padre e i suoi antenati erano fiorentini. La famiglia Galilei era stata anzi una delle piú cospicue della Repubblica fiorentina ed aveva avuto tra i suoi membri uno dei dodici buonomini che nel 1343 successero al Duca di Atene e quel maestro Galileo, sepolto in Santa Croce, che fu medico famoso, priore e gonfaloniere. La tomba di maestro Galileo, che nell'epigrafe è chiamato *magister Galilæus de Galilæis olim Bonajutis,* divenne la tomba della famiglia Galilei: *Benedictus filius hunc tumulum Patri, sibi, suisque Posteris edidit*; e lasciò detto Galileo, nel suo testamento del 21 agosto 1638, che lí dentro voleva essere sepolto.

Vincenzo Galilei, nato nel 1520, era sonatore di liuto, musicista, teorico della musica e scopritore di musica antica. Aveva ingegno e carattere indipendente e conosceva il latino, il greco e la matematica. Pubblicò varie opere, tra cui citeremo il *Fronimo,* il *Dialogo della musica antica e della moderna,* il *Discorso intorno all'Opere di messer Gioseffo Zarlino da Chioggia,* e parecchie altre son rimaste manoscritte e si trovano adesso alla Biblioteca Nazionale di Firenze. Fu allievo dello Zarlino e suo irriducibile avversario. Nella dedica del *Discorso* dice allo Zarlino: « Avendo il mio Dialogo dell'antica, e della moderna musica fatto conoscere, come avete voi, e il mondo veduto, molti importanti errori delle vostre Istituzioni, e delle vostre Dimostrazioni armoniche, credevo, dopo averli in oltre emendati, aver sodisfatto alla cortesia, che un amorevole scolare è tenuto al suo maestro: ma essendomi pur ora dato tra mano i vostri Supplementi Musicali, mi accorgo degl'importuni modi,

che meco usate, cercando di nuovo provocarmi a porgervi il medesimo aiuto, che non rimanete di quanto nel mio Dialogo ho detto, appagato. Laonde io ho ripreso la penna per vedere di supplire a quanto di piú da me desiderate nelle due prime opere vostre, e appresso ne i medesimi supplementi ». C'è qui qualcosa di galileiano: l'idea che un amorevole scolare non deve ripetere ma emendare gli errori del maestro, e l'ironia; manca la vivacitá e la fantasia di Galileo.

Vincenzo Galilei ebbe gran parte nell'Accademia o Camerata de' Bardi, dove egli sosteneva che occorresse « ritrovare l'antica Musica », levando la musica moderna « dal misero stato, nel quale l'avevano messa principalmente i Goti ». Fu detto perciò restauratore della moderna armonia. In realtá poiché difese la monodia contro la polifonia dello Zarlino si può considerare come un precursore del recitativo.

Non potendo vivere con la sola musica, Vincenzo Galilei si diede, a quanto sembra, al commercio; e a Pisa dove si era trasferito per ragioni commerciali conobbe l'*egregia et formosa puella* Giulia degli Ammannati e la sposò il 5 luglio 1562. Da lei, oltre Galileo, ebbe altri due figli: Michelangelo e Benedetto, e quattro figlie: Anna, Elena, Virginia e Livia. Il primogenito fu Galileo, nato il 15 febbraio 1564 e battezzato nel Duomo di Pisa il 19. Come si vede (sia detto per incidenza) Galileo nacque tre giorni prima e non lo stesso giorno (18 febbraio) della morte di Michelangelo.

Madonna Giulia aveva un carattere difficile, tanto che fu detta aspra, stravagante, litigiosa, terribile. Doveva essere intelligente e vivace; e forse in Galileo rivivono originalmente le qualitá spirituali di tutt'e due i genitori.

Sui primi anni della vita di Galileo non si sa quasi nulla. Di certo si può dire che nel 1574 passò con la madre e i fratelli a Firenze, dove il padre si era trasferito l'anno prima. Il suo professore di umanitá ed eloquenza fu, a quanto sembra, Jacopo Borghini da Dicomano, che teneva scuola in via dei Bardi a Firenze; il professore di dialettica un monaco vallombrosano. Secondo fra Diego Franchi da Genova Galileo fu anzi novizio vallombrosano. Nel 1579 il padre lo ritirò dalla

Scuola per curarlo di una grave oftalmia e cosí « il traviò dalla religione in lontane parti ». In quegli anni Galileo studiò il disegno e la prospettiva; e suo padre, che ebbe certo gran parte nella sua prima educazione, gl'insegnò la musica.

Nonostante le disagiate condizioni della famiglia, incoraggiato dalle eccezionali attitudini allo studio che dimostrava il ragazzo, Vincenzo Galilei pensò di mandare il figlio a studiare medicina all'Universitá di Pisa. Non risulta che Galileo abbia manifestato una particolare predilezione per la medicina ma la professione era delle piú lucrose e poteva quindi sollevare la famiglia, senza dire che a Vincenzo Galilei doveva piacere l'idea di riprendere la tradizione di maestro Galileo. A Pisa dimorava un gentiluomo fiorentino suo parente, Muzio Tedaldi, a cui Vincenzo affidava la famiglia durante le sue assenze nel periodo pisano; e poiché il Tedaldi aderí all'invito di allontanare dalla casa una Bartolomea che non garbava all'austero Vincenzo, Galileo fu mandato in casa Tedaldi e il 5 novembre 1581 fu immatricolato fra gli « scolari artisti » per studiare filosofia e medicina. Un tentativo fatto da Vincenzo in principio e ripetuto alla fine del terzo anno per ottenere un posto gratuito per Galileo nel Collegio della Sapienza di Pisa, non riuscí ma Galileo rimase agli studi anche nel 1585. Finito il quadriennio, ritornò a Firenze, senza però conseguire la laurea.

A Pisa Galileo combatté la sua prima battaglia antiperipatetica, attirandosi l'odio dei professori per il suo spirito di contraddizione. Egli era e si sentiva giá lo scienziato che fu poi sempre. Convinto che la natura è un libro matematico che ci sta aperto davanti agli occhi, non poteva accettare un insegnamento che pretendeva di risolvere ogni problema scientifico stiracchiando Aristotile e rinunziando all'osservazione e all'esperienza.

La prima scoperta di Galileo, quella dell'isocronismo delle piccole oscillazioni del pendolo, risale a quegli anni. Si dice che vedendo oscillare una lampada nel Duomo di Pisa e valendosi dei battiti del polso per la misura del tempo, si accorse che le oscillazioni, pur diminuendo continuamente d'ampiezza,

avevano tutte la stessa durata. Secondo il Viviani egli pensò subito (bene o male studiava medicina) di applicare l'isocronismo alla misura della frequenza del polso.

Sino a tutto il prim'anno dei suoi studi di medicina, Galileo non aveva ancora studiato la geometria, benché da suo padre avesse piú volte sentito dire che la musica e la prospettiva dipendevano dalla geometria. I suoi studi geometrici cominciano nel 1583, evidentemente in un periodo di vacanza, sotto la guida di Ostilio Ricci da Fermo, matematico allievo di Tartaglia e autore di un trattato sul modo di misurare con la vista. Il Ricci avvertí Vincenzo Galilei, che era suo amico, e Vincenzo aderí ma pregò il matematico di non dire nulla a Galileo e di andare avanti con lentezza in modo da non distrarlo troppo dalla medicina. Galileo però dopo le prime spiegazioni andò avanti da sé e allora il padre si arrese. Galileo studiò non solo Euclide ma anche Apollonio, Tolomeo, Pappo e specialmente Archimede. Nel 1586 con la *Bilancetta* dimostra di aver capito Archimede e di saperlo continuare; subito dopo trova nuove conclusioni e dimostrazioni sul centro di gravitá dei solidi e il 29 dicembre 1587 il siciliano Giuseppe Moleti, professore di matematica all'Universitá di Padova, lo dice buono ed esercitato in geometria. Anche Ostilio Ricci rilascia «fedi in commendazione del valor di questo giovane» e il marchese Guidobaldo del Monte, valente discepolo del Commadino e uomo influente, comincia a proteggerlo.

Per rendersi in qualche modo utile alla famiglia, Galileo dá lezioni di matematica a gentiluomini di Firenze e di Siena; tiene all'Accademia fiorentina le lezioni intorno alla figura, al sito e alla grandezza dell'*Inferno* dantesco, in cui difende il Manetti contro il Vellutello; e cerca da per tutto una cattedra. Forse appunto per ottenere la cattedra fece nel 1587 il primo viaggio a Roma; ma nonostante i suoi sforzi e quelli del marchese del Monte, sino all'estate del 1589 non ci riuscí. La cattedra di Bologna fu data invece all'astronomo Giovanni Antonio Magini che doveva essere uno dei suoi piú obliqui avversari.

Nel luglio del 1589, in seguito a raccomandazione del cardinale Francesco del Monte, che era stato pregato dal fratello, marchese Guidobaldo, il granduca Ferdinando I nominò Galileo alla cattedra di matematica di Pisa. Pare che abbia contribuito alla nomina anche il principe don Giovanni de' Medici, figlio naturale del granduca Cosimo I e di Eleonora degli Albizzi. Lo stipendio era cosí meschino che non poteva bastare nemmeno al mantenimento di Galileo, che invece voleva aiutare la famiglia: sessanta scudi all'anno (Girolamo Mercuriale, professore di medicina, ne aveva duemila) e non tenendo conto delle appuntature, perché se per qualunque motivo si perdevano delle lezioni, alla fine dell'anno se ne doveva restituire il compenso.

Per arrotondare lo stipendio, Galileo dovette molto probabilmente dare lezioni private di matematica, come fece poi a Padova, e come del resto aveva giá fatto a Firenze. Si può escludere che abbia dato lezioni di medicina, come supposero alcuni biografi, perché dalla medicina, a cui non aveva mai creduto, s'era staccato da parecchio; e le opere di Galeno, che si era fatte mandare dal padre nel novembre del 1590, potevano servirgli per discutere su questioni peripatetiche col Mercuriale o con Jacopo Mazzoni da Cesena, che gli era amico e maestro di filosofia.

I programmi della lettura di matematica comprendevano la geometria euclidea e il sistema tolemaico e con molta probabilitá li rispettò. È certo che dalla cattedra non difese Copernico, benché fosse giá divenuto copernicano. Non è molto verosimile dunque che abbia suscitato aperte ostilitá nell'ambiente accademico e sia stato perciò costretto a lasciare la cattedra. Non credo nemmeno che egli si sia potuto attirare l'odio dei colleghi per le esperienze sulla caduta dei gravi, fatte dall'alto della Torre, perché queste esperienze, che non c'è ragione di negare, non possono essere state una pubblica sfida ai colleghi. Se qualche aristotelico vi assistette, le avrá considerate come curiositá piú o meno discutibili.

È vero che Ferdinando I non aveva grandi simpatie per la matematica e che l'Universitá, per il suo aristotelismo, non

poteva piacere a Galileo. Ma il giovane scienziato aveva amici anche nell'Universitá (il Mercuriale e specialmente il Mazzoni); fuori aveva Luca Valerio e doveva averne molti tra gli allievi.

Dei tumulti contro Galileo di cui qualcuno parla, manca ogni prova e ogni motivo plausibile. Di vero non c'è che l'incidente col principe de' Medici. Don Giovanni aveva inventato un apparecchio per vuotare dal fango la darsena di Livorno. Ferdinando, prima di mettere in esecuzione il modello che gli era stato presentato, pensò bene di sentire il parere del suo matematico; ma Galileo, — dice il Nelli, — dimostrò « con ingenua filosofica libertá » che la macchina sarebbe riuscita inutile e insufficiente, come infatti avvenne.

Non c'è dubbio che l'idea di andare a Padova doveva sorridere a Galileo, oltre che per ragioni economiche, perché, come gli disse il Mercuriale, lo « Studio di Padova era il proprio domicilio del suo ingegno ». Egli aveva giá tentato di andarci in seguito alla morte del Moleti, avvenuta nel gennaio del 1588.

Tuttavia le ragioni principali che lo indussero a lasciare la cattedra di Pisa dovettero essere quelle economiche. Nel 1591 la sorella Virginia s'era sposata con Benedetto Landucci e Galileo, ch'era affezionato alla famiglia e d'indole generosa, non solo le fece vari doni ma s'impegnò per contratto a darle una dote che con le entrate di Pisa non avrebbe mai potuto pagare. Nello stesso anno gli morí il padre, e cosí Galileo dovette pensare alla madre, al fratello Michelangelo e alle sorelle Elena (o Lena) e Livia. La sua posizione a Pisa era dunque divenuta insostenibile.

Prima di parlare del passaggio di Galileo all'Universitá di Padova, vogliamo fermarci sulle sue deposizioni, in qualitá di testimone, nei due processi per la successione del patrizio fiorentino Giambattista Ricasoli Baroni, in compagnia del quale aveva studiato filosofia, matematica e poesia. Le deposizioni portano in margine varie postille offensive, scritte da legali scontenti: « Bugia; Tutte bugie; Queste cose non le conta alcuno, se non questo per l'anima del far sua sorella monaca; Questo è uno indovinare falsitá; Belle favole e canzone!; Tri-

staccio, discortese, sfratato! e poi perché t'hanno promesso fiorini 150 per la sorella, far questo etc. falsamente!; Perché stette seco a insegnare a una sua figliuola in Siena; Non si ricorda ed era presente! ».

Galileo fu interrogato per la prima volta a Firenze il 6 febbraio 1590. Tornato da Pisa durante la Pasqua dell'anno precedente, il Ricasoli lo invitò piú volte a desinare e a cena e una sera, per l'ottava di Pasqua, lo pregò di restare a dormire con lui. La notte, essendo insieme nel letto, il Ricasoli gli gettò le braccia al collo e gli domandò tra i sospiri che cosa sentiva dire del fatto suo e quando credeva che si avesse a dar fine al suo fatto. Galileo rispose e insistette che non aveva sentito dir cosa alcuna né sapeva di fatti o altro e allora il Ricasoli finí col dirgli che aspettava di ora in ora di essere giustiziato, per avere errato in materia d'inquisizione di Stato e di peccato di carne; e che si aspettava la morte piú ignominiosa (fuoco, forca o molto di piú) per avere inoltre uccellato, per modo di dire, il granduca Francesco e la granduchessa Bianca. Galileo non riuscí a rimuovere il Ricasoli dalla sua idea fissa. Il pazzo gli disse in seguito che aveva avuto molte volte il pensiero di gettarsi da qualche luogo alto o di uccidersi con ferro, ma ne era stato ritenuto dalla religione cristiana.

Un giorno Galileo incontrò il Ricasoli con la berretta coperta di velo. Gli domandò per chi portasse il lutto e il pazzo gli rispose che lo portava per se stesso, perché, dovendo morire per mano della giustizia, i parenti non potevano portarlo, aggiungendo che, per ordine di Sua Altezza, i medici gli avevano guastato lo stomaco. Cosí non digeriva piú e nemmeno « sanguinava »: aveva cioè le vene senza sangue ed era debolissimo.

Giambattista Ricasoli disse a Galileo che, per prolungare in qualche modo la vita, aveva pensato di fuggire e pregò Galileo di accompagnarlo.

Galileo finisce col cedere e nella deposizione dá i piú minuti particolari sulle strane peregrinazioni di Giambattista, che va a cavallo e non scende nei punti piú pericolosi, né alza i piedi quando passa a guazzo i fiumi e si ferma o parte nelle ore piú inverosimili.

A Genova Galileo ha un'idea. Va da un teatino, chiamato il padre Gabriello o Raffaello, e lo prega di andare dal Ricasoli e dirgli che una santa monaca aveva saputo per rivelazione che doveva arrivare a Genova un gentiluomo fiorentino, travagliato da stravagante infermitá di mente, che gli era stata mandata da Dio per punirlo di alcuni suoi errori. Ora la divina Bontá, avendo preso castigo sufficiente, si contentava che i timori e i dolori finissero; e poiché Sua Maestá opera il piú delle volte per mezzi naturali, voleva che il gentiluomo cercasse di alienare con medicamenti le cause che, per consenso di Dio, avevano prodotto gli umori malinconici, rimettendosi in tutto e per tutto nelle mani dei medici.

Giambattista ha cosí una tregua ma non guarisce, anzi poco manca che non succede una disgrazia. Una notte, alla Torricella, tornando a casa col Ricasoli, Galileo rimase indietro. Giambattista, arrivando a casa tutto alterato, cominciò a gridare: « Fattore, denari. I banditi hanno preso il Galileo e lo lasceranno se gli mando denari ». Pier Battista Ricasoli, il fattore e il servitore con archibugi, spade e aste corrono per affrontare i banditi e Pier Battista scambiando per uno dei banditi Galileo che se ne tornava tranquillamente, diede fuoco all'archibugio che per fortuna non prese. Galileo lí per lí non capí niente; ma dopo, considerando il pericolo che aveva corso, ne sentí gran travaglio.

Con le sue deposizioni Galileo riesce a delineare la figura di Giambattista Ricasoli Baroni con « precisa efficacia e scolpitezza evidente ». Ignaro degl'interessi e delle meschinerie che gli si agitano intorno, si muove in un'atmosfera serena, come se si trattasse di triangoli e di stelle.

Ai quesiti dei giudici risponde mostrando l'acutezza del suo ingegno e il suo spirito d'osservazione, o risponde che non sa, oppure rimanda ai medici o ai teologi. Alla domanda come si possa conoscere che uno sia uscito dal sentimento buono, risponde che si può da molti effetti e particolarmente dal persuadersi di cose interamente false e impossibili. Il discorso è operazione della mente fatta con ragione. Sono savissimi coloro che in tutte le loro azioni usano perfettamente la memoria, il discorso e l'immaginazione. Qualcuno di quelli che

sono tratti dal sentimento buono crede di essere una fiera, o d'avere qualche membro sproporzionato; altri credono di esser morti ed i piú, secondo i medici, temono di dover morire di morte violenta. Dal fare orazione continuamente non si può arguire la pazzia, per non essere l'orazione specie di pazzia. Alla domanda se uno può rendere testimonianza nel deporre: Il tale fece la tal cosa di gennaio; l'avrá fatta ancora di giugno o di settembre, rispose di non potere dar risposta a un quesito tanto universale, atteso che molte cose si possono far di giugno e non di gennaio, e molte di giugno e di gennaio. Secondo i tempi è piú lodevole ora il parlare, ora il tacere. I giudici gli domandarono se il lasciare la borsa in un luogo piú che in un altro, massime in casa di parenti, può intervenire a ciascuno, ed egli rispose che può intervenire che uno lasci la borsa in qualche luogo; dal qual luogo si può arguire se vi potette essere lasciata apposta o inavvedutamente. Gli domandarono se il fare pazzo Giovambattista è togliere l'onore alla casa Ricasoli e fare un tristo Giovanni a cui fu donato e, secondo Galileo, le azioni che non è in nostra potestá fare o impedire non apportano onore o biasimo a noi e alla nostra casa. Secondo lui è quasi impossibile che una pubblica voce e fama, continuata molto tempo, sia falsa.

Nei primi di settembre del 1592, andò a Venezia, dove, per la cattedra di Padova, gli furono offerti duecento scudi di stipendio all'anno, facendogli intravedere degli aumenti. Il 26 settembre ebbe la nomina per quattr'anni di fermo e due di rispetto, cioè quattro fissi e due a beneplacito del Doge, con lo stipendio di centottanta fiorini all'anno. Il Doge, informandone i Rettori di Padova, diceva: Galileo « legge in Pisa con sua grandissima laude, e si può dir che sia il principal di questa professione ».

Alla nomina aveva contribuito, come sempre, il suo grande amico Guidobaldo del Monte, il quale gli scriveva da Monte Baroccio, il 10 gennaio 1593, che voleva conoscere l'entitá dello stipendio, « perché, — aggiungeva, — io vorrei che ella fusse trattata secondo il desiderio mio ed i suoi meriti ». Dopo di essersi congratulato dei molti scolari, diceva simpaticamente che

Galileo non gli doveva nessun obbligo per la nomina, concludendo: « Ma il tutto lo dia al suo valore ed al suo molto sapere ».

Esprimendosi cosí, il marchese del Monte non faceva delle frasi perché a Pisa Galileo aveva giá creato i primi elementi della meccanica classica. Egli aveva cominciato a distruggere la meccanica aristotelica, dimostrando col piano inclinato che, se si fa astrazione dalla resistenza dell'aria, i corpi cadono con moto uniformemente accelerato; ed era arrivato anzi a formulare la legge dei numeri dispari.

A Padova Galileo fu per qualche tempo ospite di Gianvincenzo Pinelli, gentiluomo d'origine genovese nato a Napoli, famoso per la sua generositá e per la sua ricca biblioteca. Il Gherardini dice che, arrivato a Padova, Galileo « si provvide d'una piccola casetta per abitazione, non molto distante dal famosissimo tempio di S. Giustina » e che dall'Abate che reggeva il monastero ebbe « letti, seggiole, ed altre cose simili, delle quali era non poco bisognoso ». Parrebbe dunque che l'ospitalitá del Pinelli si limitasse alla mensa e alla biblioteca, senza comprendere l'abitazione. Si sa con certezza che, al principio del 1593, Galileo aveva una casa propria, dove ospitava il fratello Michelangelo. Molto probabilmente questa casa era nelle vicinanze di Santa Giustina ed era molto modesta.

Le condizioni economiche di Galileo rimasero anche a Padova molto critiche, perché lo stipendio era piccolo e gli obblighi verso la famiglia gravosi. Tra questi obblighi non va dimenticata la dote alla Virginia, moglie di Benedetto Nanducci, a proposito della quale gli scriveva da Firenze la madre, il 29 maggio del '93: « Se a quel che io intendo volete venir qua quest'altro mese l'arò caro, e mi sará contento grandissimo; ma venite provvisto, perché, a quel ch'io vedo, Benedetto vuole il suo, cioè quel che gli avete promesso, e minaccia fortemente di farvi pigliar subito che arriverete qua ».

Nonostante queste preoccupazioni e i dolori artritici e reumatici che cominciarono fin da allora a tormentarlo, Galileo faceva lezione, continuava a lavorare alla nuova scienza del moto e a meditare sulla teoria di Copernico, stringeva amicizia con tutti, si può dire, gli uomini colti di Padova e di

Venezia e, amante com'era dei divertimenti, organizzava burle e faceva gite. Nei primi anni di Padova inventò « con gran fatica e molta spesa » una specie di innaffiatoio agricolo, e nel 1594 ottenne dal Senato veneto la privativa per vent'anni.

Alla metá dell'ottobre 1595, per incuria di un operaio, s'incendiò il Duomo di Pisa e il Martini dice nel suo *Theatrum Basilicæ Pisanæ* che vi perirono parecchie pitture e statue. Per un bel caso di telepatia, testimoniato da Giambattista Doni, Galileo sognò nella stessa notte di camminare sui carboni accesi e sulle ceneri della Basilica.

Nel 1597 perfezionò il compasso geometrico e militare, una specie di primitivo regolo calcolatore che perdette importanza dopo l'invenzione dei logaritmi; e poiché l'apparecchio piaceva molto ai suoi allievi e ammiratori tra cui c'erano molti principi e signori di diverse nazioni, il 5 luglio del '99 Galileo chiamò in casa Marcantonio Mazzoleni « per lavorare con lui e a sue spese strumenti matematici », cioè impiantò una piccola officina industriale. In quest'officina si costruivano compassi geometrici e militari e compassi diversi, bussole, squadre, righe e altro.

Non si sa se nella casa di Galileo abitasse pure messer Silvestro, l'amanuense che copiava le istruzioni per i compassi geometrici e altri scritti che corrisponderebbero alle odierne dispense. Il Mazzoleni vi abitava con la moglie e la bambina; vi stavano pure a pensione un quindici venti allievi e gentiluomini. Dice bene perciò il Favaro che la casa di borgo dei Vignali abitata allora da Galileo doveva essere un gran casamento e non la modesta casetta di Santa Giustina. E poiché, come dice il Viviani e conferma il figlio Vincenzo, Galileo « si dilettò grandemente dell'agricoltura, che gli serviva insieme di passatempo ed occasione di filosofare » e si può ragionevolmente supporre che alla casa fosse annesso un buon pezzo di terreno con pergole e viti, il Favaro si abbandona a una curiosa fantasia, immaginando il grande scienziato che coltiva lui stesso l'orto, distraendosi per qualche tempo dai severi studi. « Che anzi a noi par di vederlo sotto le pergole legate colle stesse sue mani raccogliere intorno a sé amici e discepoli, e ragionar loro della natura, e svolgerne innanzi ad essi, che pendevano

dalle sue labbra, le piú splendide pagine; e queste geniali ed istruttive conversazioni interrompere, facendo imbandire all'aperto le tavole, pigliando spassi in comune e dar talvolta di mano al liuto che, come abbiam detto, sonava con maestria impareggiabile ».

Il 29 ottobre del '99 Galileo, con l'appoggio dei suoi numerosi amici, tra cui figura Giovanfrancesco Sagredo, ebbe, a decorrere dal 27 settembre del '98 in cui era scaduta la prima condotta, la prima conferma nella lettura con un aumento di stipendio di centoquaranta fiorini all'anno e quindi con lo stipendio complessivo di trecentoventi fiorini.

Galileo non ne fu molto contento perché i suoi bisogni erano cresciuti. Egli infatti aveva giá conosciuto donna Marina Gamba da Venezia, la quale era andata ad abitare a Padova ma non nella sua casa.

La Marina è la cenerentola della biografia galileiana: si sa che era figlia di Andrea e poche altre cose.

Il Nelli dice che i domestici disastri forse distolsero Galileo dall'addossarsi i pesi del matrimonio, per il quale non dimostrò mai vocazione, aggiungendo: « Avrá egli osservato, che il legarsi perpetuamente ad un simile stato, giugne spesse volte a disturbar l'animo di un galantuomo, che professa le Scienze. Di fatti le continue molestie, derivanti per lo piú dalla capricciosa altrui fantasia, vagliono benissimo ad impedire i progressi, che un filosofo far potrebbe nello studio della natura. E siccome è credibile, che gli fosse nota la risposta data da Cicerone, allorquando repudiata Terenzia, e pregato di sposare la di lei sorella, protestò di non potere attendere contemporaneamente alla moglie, ed allo studio della filosofia; cosí dovrá reputarsi il Galileo degno di qualche scusa se mosso da simili reflessioni elesse per sé un'amica ».

La Marina, non avendo capricciosa fantasia, non diede a Galileo nessuna molestia e lo lasciò libero di attendere alle sue lezioni, alle sue invenzioni, alle sue scoperte; e quando Galileo la lasciò non fece scenate. Essa ebbe la sua parte nei diciott'anni piú felici della vita dello scienziato; e se non poté partecipare alla sua vita spirituale, diede a Galileo la sua vera

compagna: suor Maria Celeste. Si deve aggiungere che gli anni in cui Galileo fu in relazione con Marina Gamba furono i piú felici del periodo padovano, anche scientificamente.

Per la relazione con la Marina e gli obblighi verso i parenti, tra la fine del cinquecento e i primi del seicento le condizioni economiche di Galileo andarono diventando sempre piú difficili, tanto che nel maggio del 1602 egli dovette chiedere l'anticipo di due anni di stipendio. Gliene fu concesso uno solo ma, in seguito a nuova domanda, ottenne l'altro il venti febbraio 1603.

La sorella Livia che da parecchi anni si trovava come educanda nel convento di San Giuliano di Firenze, a spese di Galileo naturalmente, non vedeva l'ora di sposarsi; e nei primi del 1600, essendosi presentato un partito, dovette dare in ismanie, tanto che la superiora, suor Contessa, scrisse a Galileo che dovesse in ogni modo levarla dal convento. Il 25 agosto, scrivendo alla madre, Galileo diceva che non poteva per il momento accettare il partito, perché il fidanzato, Pompeo Baldi, per quanto buona persona, non aveva mezzi per mantenere una casa. La Livia si poteva metterla in altro monastero finché non fosse venuta la sua ventura, persuadendola che l'aspettare non era senza suo grande utile « e che ci sono e sono state delle regine e gran signore, che non si sono maritate se non di etá che saríano potute esser sua madre ». Nella lettera Galileo si diffonde su Michelangelo e sui grandi guadagni che avrebbe realizzato in Polonia, dicendo che con la buona partita di denari che il fratello avrebbe subito mandato e con quello che poteva far lui si sarebbe potuto « pigliare spediente della fanciulla, giá che ancora lei vuole uscire a provare le miserie di questo mondo ». Michelangelo aveva avuto, dal signore polacco presso il quale era stato, « partito onoratissimo, ciò è la sua tavola, vestito al pari de i primi gentil'omini di sua corte, dua servitori che lo servino ed una carrozza da 4 cavalli, e di piú 200 ducati ungari di provvisione l'anno, che sono circa 300 scudi, oltre a i donativi, che saranno assai; tal che lui è risoluto di andar via quanto prima, né aspetta altro che l'occasione di buona compagnia e credo che tra 15 giorni partirá. Onde a me bisogna di acco-

modarlo di danari per il viaggio; ed in oltre bisogna che porti seco, ad instanza del suo Signore, alcune robe; che tra 'l viatico e le dette robe, non posso far di manco di non l'accomodare al meno di 200 scudi: sapete poi se ne ho spesi da un anno in qua; tal che non posso far quel che vorrei ». Tra le spese a cui accenna nelle ultime parole, non vanno dimenticate quelle per la nascita della primogenita Virginia, avvenuta a Padova il 13 agosto 1600.

Dopo aver pensato a Michelangelo, Galileo pensò alla Livia che sposò il gentiluomo fiorentino Taddeo Galletti. Il primo gennaio 1601 venne stipulato il contratto matrimoniale e Galileo si obbligò a dare, a nome suo e del fratello, una forte dote al Galletti.

Il 18 agosto gli nacque, sempre dalla Marina, la seconda figlia, Livia Antonia.

Michelangelo, come si poteva immaginare, non corrispose alle speranze, anzi per parecchio tempo non diede nemmeno notizie. Si dice che era un eccellente professore di musica e che in Germania aveva osservato che le rondini si nascondevano negli stagni e qualche volta i pescatori le prendevano con le reti. Doveva avere ingegno ma per molti anni non fu che uno sbandato. Arrivava, partiva e non concludeva nulla.

Galileo, che col matrimonio della Livia si era messo in un impiccio, gli scrisse e riscrisse senza ottenere risposta. Il 20 novembre 1601 gli mandò a Vilna questa lettera:

« Ancor che io non abbia mai auta risposta ad alcuna delle mie 4 lettere scrittevi da 10 mesi in qua in diversi tempi, pur torno a replicarvi l'istesso con la presente; e voglio piú presto credere che siano andate mal tutte, ed ogn'altra cosa meno verisimile, che dubitare che voi fussi per mancare di tanto all'obbligo vostro, non solamente del rispondere con lettere alle mie, ma con effetti al debito che aviamo con diverse persone, e in particolare col S. Taddeo Galletti nostro cognato, al quale, come piú volte vi ho scritto, maritai la Livia nostra sorella con dote di ducati 1800: de i quali 800 si pagarono subito, e mi fu forza pigliarne 600 in presto, confidando che al vostro arrivo in Lituania voi fussi per mandarmi se non tutta questa somma al meno la maggior parte, e per contri-

buire poi del restante di anno in anno sino all'intero pagamento, conforme all'obbligo che ho fatto sopra tale speranza; che quando io avessi creduto che il successo avesse ad essere altrimenti, o non averei maritata la fanciulla, o l'averei accomodata con dote tale che io solo fussi stato bastante a satisfarla, giá che la mia sorte porta che tutti i carichi si abbino a posare sopra di me. Io vi pregavo in oltre che dovessi mandare una carta di obbligazione per darla al S. Taddeo, nella quale vi obligassi *in solidum* alla detta dote insieme meco, e che tale scrittura fussi autenticata per pubblico notaio. Però torno a ripregarvi che non vogliate mancare di eseguire tutto questo quanto prima: e sopra 'l tutto non mancate di darci avviso dell'esser vostro, perché ne stiamo tutti con gran pensiero, non avendo mai intesa cosa alcuna di voi da che vi partisti di Cracovia, eccetto che circa un mese fa dal S. Carlo Segni, il quale per sua cortesia mi scriveva aver ricevute lettere da voi di Lublino, e che stavi in procinto di ritornare in Vilna, ma che per me non avevi mandato né lettere né altro. Circa 'l resto noi stiamo, per grazia di Dio, tutti bene, e si aspetta di giorno in giorno il parto della Livia, la quale insieme con suo marito vi si raccomanda infinitamente, come fo io con nostra madre. Di grazia, non mancate avvisarci dell'esser vostro quanto prima ».

La lettera è commovente ma Michelangelo non aveva fatto fortuna e non dovette far nulla. Cosí Galileo fu costretto, come si è accennato, a chiedere ai Riformatori l'anticipo di stipendio, « trovandosi — scriveva, — come ad alcuna delle Signorie loro è piú particolarmente manifesto, aggravato da un debito, il quale, oltre al suo peso, lo va con interessi consumando, né potendo da quello alleggerirsi senza il lor sussidio e favore ».

Nel maggio 1606 Michelangelo era di nuovo a Padova piú spiantato di prima, ma trovò un nuovo posto a Monaco di Baviera come maestro di musica e virtuoso della cappella ducale. Galileo, come al solito, fece le spese col cuore aperto alle speranze; ma Michelangelo, invece di pensare ai debiti coi cognati, sposò Anna Chiara Bandinelli, spendendo una gran somma nel banchetto nuziale. Il 4 marzo 1608 scrisse a Ga-

lileo che, in quanto al banchetto, aveva ragione ma, per non rimanere in vergogna violando l'usanza del paese, era stato forzato a farlo, avendo avuto « da 80 persone, tra le quali ci erano molti signori d'importanza e imbasciatori di quattro principi ». Per il debito avrebbe fatto ogni potere e patito ogni incomodo per darvi soddisfazione, pur ritenendo impossibile di poter trovare i 1400 scudi che si dovevano ancora pagare. « Bisognava dar la dote alle sorelle non conforme al vostro animo solamente, ma ancora conforme alla mia borsa ». Sa che Galileo avrebbe detto che non doveva prender moglie e pensare alle sorelle. « Dio benedetto, stentare tutto il tempo della mia vita per avanzar quattro soldi per darli poi alle sorelle! Soma e giogo troppo amaro e grave, e sono piú che sicuro che stentando io 30 anni non potrei io avanzar tanto che io potessi dar l'intera sodisfazione ». Qualcosa però aveva giá fatto: aveva mandato 50 scudi per frutto, prendendone però 30 a prestito che non aveva ancora pagati e che doveva presto pagare perché il signor Cosimo voleva uno dei suoi liuti. « Da poi senza fallo mi farò prestar altri 50 scudi e ve li manderò: altro non so che fare ».

Ai cognati dovette provvedere Galileo, che continuò ad aiutare anche il fratello, sempre in bisogno. Dovette però chiedere l'anticipo di un'altra annata di stipendio, che ottenne il 19 aprile 1608, con la fideiussione di Cesare Cremonino, suo collega nell'Universitá di Padova come lettore di filosofia.

A proposito del Cremonino, occorre avvertire che se, a quanto risulta da quest'episodio, era amico personale di Galileo, era tutt'altro che un « galileista ». Era cosí convinto dell'incorruttibilitá peripatetica dei cieli, anzi cosí impietrito che non si degnò mai di guardare attraverso il cannocchiale e morí sostenendo che i satelliti di Giove erano una favola e che Aristotile aveva in tutto ragione.

Il nome del Cremonino fu associato un'altra volta con quello di Galileo, nell'annotazione dei *Decreta* del Sant'Uffizio, in data 17 maggio 1611: « Si veda se nel processo del dottor Cesare Cremonino sia nominato Galileo, professore di filosofia e matematica ». Il Cremonino era stato processato dall'Inqui-

sizione per ateismo (e da questo punto di vista non aveva che vedere con Galileo); ma aveva inoltre molto contribuito alla cacciata dei gesuiti da Venezia (10 maggio 1606) ed in questo Galileo era d'accordo con lui, per quanto non risulti che abbia fatto particolari dimostrazioni di giubilo. Nella lettera a Michelangelo in data 11 maggio 1606, a me non pare che Galileo si dimostri « troppo ingenuo » come dice il Nelli. « Iersera a due ore di notte furono mandati via li Padri Gesuiti con due barche, le quali dovevano quella notte condurli fuori dello Stato, Sono partiti tutti con un Crocifisso appiccato al collo e con una candeletta accesa in mano; e ieri dopo desinare furono serrati in casa, e messovi due bargelli alla guardia delle porte, acciò nessuno entrassi o uscisse del convento. Credo che si saranno partiti anco di Padova e di tutto il resto dello Stato, con grande pianto e dolore di molte donne loro devote ». Sono parole misurate e direi deferenti, anche volendo sottilizzare sulla frase delle pie donne; e del resto si trattava di una lettera privata al fratello.

Il 26 giugno del 1606 Galileo pubblicò le *Operazioni del Compasso geometrico e militare,* dedicandole al principe ereditario Cosimo de' Medici, suo affezionato allievo. Per i suoi meriti, e specialmente per gli studi sulla stella nuova del 1604 di cui parleremo, ma anche un po' per l'intercessione del giovane principe, Galileo venne, il 5 agosto, riconfermato nella lettura di Padova, con un aumento di duecento fiorini all'anno. Cosí lo stipendio saliva a cinquecentoventi fiorini.

Il 21 agosto, sempre da Marina Gamba, ebbe il figlio Vincenzo Andrea, il quale fu battezzato nella parrocchia di Santa Caterina. La Virginia e la Livia erano state battezzate nella parrocchia di S. Lorenzo. Il Favaro deduce perciò che l'amica di Galileo abbia sempre abitato a Padova, e in ultimo vicinissimo a Galileo, ma non nella stessa casa dove, per via della larga ospitalitá verso scolari di tutte le nazioni, non si potevano evitare inconvenienti.

Il 4 maggio del 1607, in seguito a ricorso di Galileo, Baldassar Capra viene condannato per plagio dell'opuscolo sul compasso. Il 2 agosto Galileo pubblicò le *Difese contro alle calunnie et imposture di Baldassar Capra.*

La controversia col Capra, che si concluse con la vittoria completa di Galileo, risaliva a qualche anno prima, cioè alle lezioni sulla stella nuova del 1604. In una lettera del 30 settembre 1604 diretta a Galileo il dotto minore conventuale Frate Ilario Altobelli diceva di aver visto per la prima volta la stella nuova il 9 ottobre, escludendo che potesse essere stata vista prima, come qualcuno diceva. L'Altobelli dice che l'aveva vista con grande meraviglia e che era quasi un arancio mezzo maturo. Il P. Clavio, astronomo del Collegio romano con cui Galileo era stato in corrispondenza scientifica, l'aveva osservata con gli strumenti, trovandola sempre immota ed equidistante dalle stelle fisse e aveva concluso che era nell'ottava sfera, vale a dire nella sfera delle stelle fisse. Come il lettore sa dal *Paradiso* di Dante, secondo il sistema tolemaico la terra è immobile al centro dell'universo. Intorno ad essa girano nove sfere o cieli incorruttibili. Le prime sette sfere sono occupate dai « sette pianeti », disposti nel seguente ordine: Luna, Mercurio, Venere, Sole, Marte, Giove, Saturno. Come si vede, il sole è compreso tra i pianeti, al posto della terra, che è considerata un corpo a sé, di natura diversa degli altri. Dopo le sfere dei pianeti, c'è il cielo delle stelle fisse, che sarebbero perciò tutte equidistanti dalla terra, piú al di lá il nono cielo o cristallino o primo mobile e in ultimo l'Empireo, immobile, sede degli Dei o, per Dante e gli scolastici, sede di Dio e dei Beati.

La stella nuova del 1604 apparve nella costellazione del Serpentario e fu visibile per diciotto mesi, durante i quali andò sempre diminuendo di grandezza fino a diventare impercettibile. Galileo la osservò a lungo e poi fece all'Universitá le sue tre lezioni, davanti a piú di mille persone, suscitando grande interesse anche fuori di Padova e molto malumore tra i peripatetici. Nella lettera inviata a Onofrio Castelli, che era stato suo allievo a Padova nel 1597, Galileo dice che è andato differendo la pubblicazione delle tre lezioni sul lume che vien detto stella nuova, perché esse avevano un interesse scolastico, essendo principalmente dirette a dimostrare « il sito della nuova stella essere e esser sempre stato molto superiore al-

l'orbe lunare ». Ma poiché aveva avuto in pensiero di esprimere il suo parere « non solo circa il luogo e moto di questo lume, ma circa la sua sustanza e generazione ancora, e credendo di avere incontrato un'opinione che non abbia evidenti contradizioni e che perciò possa esser vera » aveva creduto opportuno di procedere con cautela, aspettando il ritorno della stella nuova in oriente dopo la separazione dal sole, e osservandone con gran diligenza le variazioni « sí nel sito come nella visibile grandezza e qualitá di lume ». Egli era riuscito cosí ad avere, sulla sostanza e generazione di quella meraviglia, un'opinione che gli sembrava piú di una semplice congettura. « E perché questa mia fantasia si tira dietro, o piú tosto si mette avanti, grandissime conseguenze e conclusioni, però ho risoluto di mutar le lezioni in una parte di discorso, che intorno a questa materia vo distendendo ».

Nella stella nuova Galileo vedeva la prima prova positiva della veritá del sistema copernicano in cui giá credeva fermamente. Egli non poteva avere idee chiare sul nuovo fenomeno, che solo in questi ultimi anni s'è cominciato a comprendere, ma aveva capito benissimo che i peripatetici avevano torto ritenendo che non si trattasse di un nuovo astro ma, per dirlo con Ludovico delle Colombe, di una di quelle stelle, che furono da principio nel cielo. Si trattava invece di una meraviglia, inesplicabile con la fisica di allora, ma che era in aperta contradizione con le teorie dei peripatetici.

Nel 1605 il peripatetico Antonio Lorenzini pubblicò un discorso contro l'ipotesi sostenuta da Galileo nelle sue tre lezioni, sostenendo tra l'altro che se fosse sorta una nuova stella i cieli avrebbero perduto la simmetria e quindi il movimento. Al Lorenzini risposero Cecco de' Ronchitti con un Dialogo in padovano rustico e Baldassar Capra. Il de' Ronchitti, ispirato visibilmente da Galileo, sostenne la libertá dei matematici contro le sistemazioni arbitrarie dei filosofi e, a proposito dei cieli, disse che non era un gran male se cessassero di muoversi, visto che valenti matematici non credevano al loro movimento. Baldassar Capra aveva assistito alle lezioni di Galileo, aveva osservato personalmente la stella e aveva tenuto conto delle osservazioni del suo maestro, Simon Mayr di

Guntzenhausen (Simon Mario). Nella sua *Considerazione astronomica* era in sostanza del parere di Galileo, ma, ispirato da Simon Mario, se la prese anche con Galileo. Forse incoraggiato dal silenzio di Galileo, il Capra, sempre ispirato da Simon Mario, pensò bene di appropriarsi il compasso geometrico e militare, pubblicando l'*Usus et Fabrica Circini cuiusdam proportionis* che è una cattiva traduzione delle *Operazioni del compasso geometrico e militare.* Galileo il 9 aprile 1607 presentò ai Riformatori ricorso contro il Capra, che fu pienamente condannato, e subito dopo pubblicò la *Difesa,* in cui mise a posto l'impostore per il compasso e per la stella nuova.

In questo periodo Galileo si occupò dell'armatura delle calamite, piú che altro per far cosa gradita al principe Cosimo e s'interessò perché il suo amico Giovanfrancesco Sagredo vendesse una bella calamita alla Corte di Toscana. Naturalmente continuò i suoi studi copernicani e quelli di meccanica ad essi intimamente collegati. L'11 febbraio del 1609 scriveva ad Antonio de' Medici che si era occupato di meccanica, ottenendo risultati nuovi; aveva studiato le resistenze dei legni di diversa lunghezza, grossezza e forma e stava studiando il moto dei proiettili.

Il 1609 è l'anno del cannocchiale galileiano, uno degli anni piú memorabili non solo della vita di Galileo ma della storia della scienza e della civiltà.

Il primo racconto ufficiale che Galileo fece della sua invenzione è quello della prefazione al *Sidereus Nuncius,* scritta probabilmente nel febbraio o alla fine di gennaio 1610. Egli dice che una decina di mesi prima aveva sentito dire che un fiammingo aveva fabbricato un occhiale per mezzo del quale gli oggetti, benché assai lontani dell'occhio dell'osservatore, si vedevano distintamente come se fossero vicini. La notizia gli fu confermata giorni dopo per lettera da un nobile francese, Iacopo Badouère. Galileo allora si applicò tutto a ricercare le ragioni e i mezzi per rifare l'invenzione e ci riuscí in base alla dottrina delle rifrazioni. Preparatosi un *cannone,* cioè un tubo di piombo, accomodò ai suoi estremi due vetri da occhiali, tutt'e due piani da una parte ma dall'altra uno convesso

e l'altro concavo; accostando l'occhio allo strumento, vide gli oggetti assai vicini e ingranditi. In seguito a varie prove, non badando né a spese né a fatica, giunse a fabbricarsi uno strumento eccellente, col quale gli oggetti osservati apparivano circa mille volte piú grandi e piú di trenta volte piú vicini di quanto apparivano a occhio nudo.

Al cognato Benedetto Landucci aveva scritto il 29 agosto 1609: « Dovete sapere, come sono circa a 2 mesi che qua fu sparsa fama che in Fiandra era stato presentato al conte Maurizio un occhiale, fabbricato con tale artifizio, che le cose molto lontane le faceva vedere come vicinissime, sí che un uomo per la distanza di 2 miglia si poteva distintamente vedere. Questo mi parve effetto tanto maraviglioso, che mi dette occasione di pensarvi sopra; e parendomi che dovessi avere fondamento su la scienza di prospettiva, mi messi a pensare sopra la sua fabbrica: la quale finalmente ritrovai, e cosí perfettamente, che uno che ne ho fabbricato supera di assai la fama di quello di Fiandra ».

Come si vede, Galileo rinunzia esplicitamente alla prioritá dell'invenzione e ci tiene a dichiarare che riuscí a costruire l'apparecchio in base a un ragionamento di ottica e che fece meglio dell'occhialaio olandese.

Nel racconto del *Saggiatore*, l'unico punto in cui si può sottilizzare è quello del tempo impiegato per costruire il primo apparecchio (evidentemente, Galileo tende a ridurlo); ma qui come altrove egli insiste nel dire che l'Olandese arrivò all'invenzione per caso e lui per via di discorso. « Questo Artifizio, — ecco il suo ragionamento, — o consta di un vetro solo, o di piú d'uno; d'un solo non può essere, perché la sua figura, o è convessa, cioè piú grossa nel mezzo, che verso gli estremi, o è concava, cioè piú sottile nel mezzo, o è compresa tra superficie parallele; ma questa non altera punto gli oggetti visibili col crescerli, o diminuirli; la concava gli diminuisce; la convessa gli accresce bene, ma gli mostra assai indistinti, ed abbagliati, adunque un solo vetro non basta per produrre l'effetto. Passando poi a due, e sapendo, che il vetro di superficie parallele non altera niente, come si è detto, conchiusi, che l'effetto non poteva né anche seguir dall'accoppiamento di

questo con alcuno degli altri due. Onde mi ristrinsi a volere esperimentare quello che facesse la composizione degli altri due, cioè del convesso, e del concavo, e vidi come questa mi dava l'intento, e tale fu il progresso del mio ritrovamento, nel quale di nuovo aiuto mi fu la concepita opinione della veritá della conclusione ».

Galileo dunque scarta la lamina a facce piane e parallele perché non ingrandisce né diminuisce gli oggetti; scarta la sola lente concava perché li diminuisce e la sola lente convessa perché, guardando attraverso di essa oggetti lontani, li vede sfocati; e conclude che si deve trattare di un occhiale con due lenti. (Le due lamine le elimina immediatamente perché se una sola non ingrandisce è naturale che non ingrandiscano due).

Si può però domandare: Come mai Galileo non si accorse che c'era ancora la combinazione di due lenti convergenti che che fu poi ideata da Keplero e che condusse ai moderni cannocchiali astronomici?

Secondo me, la risposta piú probabile è questa: Dopo aver concluso che il problema si risolveva con la combinazione di due lenti, cominciò a provare le varie combinazioni. Gli capitò tra mano per prima quella che adottò e poiché rispondeva bene allo scopo, non cercò altro o meglio si dedicò cosí febbrilmente al perfezionamento dell'invenzione che dimenticò tutto il resto. In altri termini, la gioia della scoperta e la febbre di far meglio gl'impedirono di perdersi in altri tentativi. Si potrebbe anzi sostenere che per Galileo era piú naturale la combinazione olandese che non quella di Keplero. Forse egli pensò, con un moto improvviso piú che con un ragionamento spiegato, che se con una lente convessa si vedeva indistinto e abbagliato, con due sarebbe stato peggio. L'altra combinazione era piú curiosa, piú allettante: le due lenti erano, in un certo senso, opposte e dalla loro unione poteva nascere la meraviglia. E poiché sono sceso a considerazioni capillari, mi si consenta di aggiungere che la dimenticanza di Galileo mi pare una prova della veridicitá del suo racconto. Se egli avesse giá visto un cannocchiale olandese e avesse poi voluto a mente

fredda inventare una storiella, non gli sarebbe forse sfuggita la combinazione di due lenti convergenti.

Nella lettera del 24 agosto, diretta al Doge Leonardo Donato, Galileo diceva che il cannocchiale era « cavato dalle piú recondite speculazioni di prospettiva » e il Doge il giorno dopo ripeteva che lo strumento era « cavato dalli secreti della Prospettiva ». Un illustre galileiano, che in questa occasione non si deve nominare, ha detto che quando Galileo scriveva la frase della prospettiva non sapeva quel che diceva. Egli si sarebbe avvolto in un finto mistero per vender cara una finta invenzione! No. Galileo voleva dire d'aver costruito l'apparecchio per mezzo di un ragionamento di ottica che non avrebbe potuto giustificare e lo disse con parole che non potrebbero essere piú felici, piene come sono di quel senso tutto suo delle cose incognite e inopinabili. L'ottica e la luce erano per Galileo molto misteriose: risulta dal *Saggiatore* e da altra scritti. Giovanni Tarde racconta nel suo Diario che nel novembre 1614 interrogò Galileo sulle rifrazioni e sul modo di formare il vetro del telescopio in modo che gli oggetti s'ingrandiscano e s'avvicinino nel rapporto che si vuole. Galileo gli rispose che questa scienza non era ancora ben conosciuta; che lui non sapeva che qualcuno l'avesse trattata, tranne quelli che si occupano di prospettiva, a meno che non si fosse voluto pensare a Giovanni Keplero, matematico dell'Imperatore, che le aveva dedicato un libro cosí oscuro che forse nemmeno lui l'aveva capito.

Con la frase calunniata, Galileo esprimeva una grande veritá. Anche la pila è nata dai segreti dell'elettrologia e il telegrafo senza fili dai segreti delle onde elettriche. Ogni invenzione e ogni scoperta, anche quando sembrano un corollario della teoria, superano la teoria.

I patrizi veneti capirono il cannocchiale. Nella lettera a Benedetto Landucci Galileo continua: « Ed essendo arrivato a Venezia voce che ne avevo fabbricato uno, sono 6 giorni che sono stato chiamato dalla Serenissima Signoria, alla quale mi è convenuto mostrarlo e insieme a tutto il Senato, con infinito stupore di tutti, e sono stati moltissimi i gentiluomini e senatori, li quali, benché vecchi, hanno piú di una volta fatte le

scale de' piú alti campanili di Venezia per scoprire in mare vele e vasselli tanto lontani, che venendo a tutte vele verso il porto, passavano due ore e piú di tempo avanti che, senza il mio occhiale, potessero essere veduti: perché in somma l'effetto di questo strumento è il rappresentare quell'oggetto che è, verbi gratia, lontano 50 miglia, cosí grande e vicino come se fussi lontano miglia 5 ».

Il 25 Galileo offrí il cannocchiale alla Repubblica Veneta e allora il procuratore Antonio Priuli (l'autore della *Cronaca*, che era anche uno dei Riformatori) lo prese per mano e gli disse che se lui era contento gli avrebbero rinnovato la condotta a vita con lo stipendio di mille fiorini all'anno, a cominciare da quel giorno e quindi regalandogli un anno di aumento perché mancava ancora un anno per finire la condotta. « Io — dice Galileo, — sapendo come la speranza ha le ali molto pigre e la fortuna velocissime, dissi che mi contentavo di quanto piaceva a S. Serenitá. All'ora l'Ill.mo Prioli, abbracciandomi disse: E perché io sono di settimana e mi tocca a comandare quello che mi piace, voglio che oggi doppo desinare sia ragunato il Pregadi, cioè il Senato, e vi sia letta la vostra ricondotta e ballottata, sí come fu, restando piena con tutti i voti: talché io mi trovo legato qua in vita, e bisognerá che io mi contenti di godere la patria qualche volta ne' mesi delle vacanzie ».

Quell'anno anzi, volendo perfezionare il cannocchiale, rinunziò in gran parte alle vacanze e riuscí a costruire un apparecchio col quale in pochi mesi rivoluzionò l'astronomia. Il suo merito, nei riguardi del cannocchiale, come tutti ormai riconoscono, è appunto questo. Egli seppe trasformare il giocattolo olandese in uno strumento di grandi scoperte. Lo seppe perfezionare dal lato ottico, con una rapiditá che suscita ancora la nostra meraviglia, e lo seppe adoperare: capí che, per le osservazioni astronomiche, non doveva essere adoperato a mano libera ma doveva esser tenuto fisso. I dubbi sulle novitá celesti di Galileo non erano dovuti soltanto a dottrinarismo e a ottusitá: in parte erano dovuti al fatto che quei poveri peripa-

tetici erano pessimi osservatori. Prigionieri dei loro pregiudizi, ragionavano male e osservavano peggio.

Guardando il cielo col cannocchiale, Galileo vide che le stelle erano molto piú numerose di quanto si credeva: col cannocchiale se ne vedevano dieci volte di piú che a occhio nudo. Egli si accorse pure che la Via Lattea era costituita da « una congerie di minutissime stelle » e che la luna era un corpo similissimo alla terra con monti assai piú alti.

Era dunque vero: il mondo peripatetico era un mondo di carta. La distinzione di natura tra la terra e gli astri diveniva insostenibile. Lui s'era giá persuaso per considerazioni ottiche che la luna non poteva avere la superficie liscia come uno specchio; ora vedeva che non si era ingannato. Il sistema copernicano, in cui giá credeva da un pezzo come ci credeva Keplero, aveva anch'esso le prime prove sensibili. Finché si aveva qualche ragione per ammettere l'esistenza della sfera stellata, non era inverosimile che le stelle si movessero intorno alla terra; ora diveniva scientificamente assurdo che tante stelle, a distanze cosí diverse, si muovessero tutte con la stessa velocitá angolare intorno alla terra. Astrattamente era possibile ma era troppo improbabile per esser vero, tanto piú che non se ne vedevano le ragioni.

Nella prima quindicina del gennaio del 1610, Galileo fece la scoperta che eccedeva tutte le meraviglie. La notte del 7, all'una, guardando Giove con un cannocchiale piú perfezionato gli vide intorno, due da una parte e una dall'altra, tre stelline eccezionalmente splendenti; la notte seguente le tre stelle erano tutte da una parte; la notte del 9, per via delle nuvole, non poté continuare l'osservazione ma la notte del 10 le stelle erano dalla parte opposta. L'idea che si dovesse trattare di satelliti diventava piú probabile e divenne evidente nelle notti successive quando si accorse che le stelline erano quattro e che si movevano intorno a Giove. La terra perdeva un altro dei privilegi che le avevano concesso i peripatetici: non era piú l'unico centro di movimento; anzi Giove non aveva una sola luna ma quattro.

Il 30 gennaio Galileo era giá a Venezia per far stampare il *Sidereus Nuncius* e ne informava il segretario granducale

Belisario Vinta. I nuovi satelliti che in onore di Cosimo II (successo a Ferdinando I il 3 febbraio 1609) Galileo voleva chiamare *sidera cosmica,* per evitare equivoci furono chiamati *medicea sidera* o pianeti medicei.

Galileo ebbe tra mano le prime copie ancora sciolte del *Sidereus Nuncius* il 13 marzo molto tardi; il 19 mandò la prima copia a Cosimo II, insieme con un cannocchiale « assai buono » ma con la sicurezza di mandargliene in breve uno migliore. Il 13 aveva scritto a Belisario Vinta: « Io non so quanto sia per succeder facilmente al Serenissimo Gran Duca e a quei signori di Corte il poter trovare i quattro nuovi pianeti, li quali sono intorno alla stella di Giove e con lui in 12 anni si volgono intorno al sole, ma intanto con moti velocissimi si aggirano intorno al medesimo Giove, sí che il piú lento di loro fa il suo corso in giorni 15 in circa. Non so, dico, quanto facilmente saranno ritrovati, se ben manderò il mio medesimo occhiale eccellentissimo col quale gli ho osservati; perché a chi non è ben pratico ci vuole sul principio gran pazienza, non avendo chi aggiusti lo strumento e ben lo fermi e stabilisca. Però in tal caso, quando paresse a V. S. Ill.ma che per abondare in cautela io mi trasferissi sin costá in queste vacanze della settimana Santa, che sono 23 o 24 giorni, io lo farei ».

Galileo andò infatti nelle vacanze di Pasqua a Firenze e fece vedere al Granduca le novitá celesti (nel settembre precedente gli aveva giá fatto vedere le novitá lunari); anzi in quell'occasione intavolò le prime trattative per il ritorno definitivo a Firenze. Cosimo II in segno di riconoscenza per la dedica dei satelliti di Giove alla Casa medicea gli regalò una collana d'oro e una medaglia.

Si ricorderá che Galileo scrivendo al Landucci il 29 agosto 1609, concludeva malinconicamente: « Talché io mi trovo legato qua in vita, e bisognerá che io mi contenti di godere la patria qualche volta ne' mesi delle vacanzie ». Nel febbraio precedente aveva fatto dei passi per tornare in Toscana con Vincenzo Vespucci, maestro di casa del Granduca. « Io non resterò di dire — gli scriveva, — come avendo ormai trava-

gliato 20 anni, e i migliori della mia vita, in dispensare, come si dice, a minuto, alle richieste di ogn'uno, quel poco di talento che da Dio e da le mie fatiche mi è stato conceduto nella mia professione; mio pensiero veramente sarebbe conseguire tanto di ozio e di quiete, che io potessi condurre a fine, prima che la vita, tre opere grandi che ho alle mani, per poterle publicare, e forse con qualche mia lode e di chi mi avesse in tali imprese favorito, apportando per avventura a gli studiosi della professione e maggiore e piú universale e piú diuturna utilitá di quello che nel resto della vita apportar potessi. Ozio maggiore di quello che io abbia qua, non credo che io potessi avere altrove, tuttavolta che e dalla publica e dalle private letture mi fosse forza di ritrarre il sostentamento della casa mia; né io volentieri le eserciterei in altra cittá che in questa, per diverse ragioni che saria lungo il narrarle: con tutto ciò né anco la libertá che ho qui mi basta, bisognandomi a richiesta di questo e di quello consumar diverse ore del giorno, e bene spesso le migliori. Ottenere da una Repubblica, benché splendida e generosa, stipendii senza servire al publico, non si costuma, perché per cavar utile dal publico bisogna satisfare al publico, e non ad un solo particolare; e mentre io sono potente e finché io sia abile a leggere e servire, non può alcuno di Republica esentarmi da questo carico: e in somma simile comoditá non posso io sperare da altri, che da un principe assoluto ».

Continuando, Galileo dichiarava che non voleva lo stipendio gratis e che poteva offrire diverse invenzioni e anche il servizio quotidiano, ma a un principe o signore grande e non a qualsiasi avventore.

Il 7 maggio 1610 Galileo ribadí le stesse idee in una lunga lettera a Belisario Vinta.

Qui, — gli diceva, — ho uno stipendio di mille fiorini all'anno e non devo fare che sessanta mezz'ore di lezione. Ma le lezioni sono per me un perditempo. Io voglio dedicarmi tutto alle mie opere, senz'obbligo di leggere. « Le opere che ho da condurre a fine sono principalmente due libri *De sistemate seu constitutione universi,* concetto immenso e pieno di filosofia, astronomia e geometria; tre libri *De motu locali,* scienza

interamente nuova, non avendo alcun altro, né antico né moderno, scoperto alcuno de i moltissimi sintomi ammirandi che io dimostro nei movimenti naturali e ne i violenti, onde io la posso ragionevolissimamente chiamare scienza nuova e ritrovata da me sin da i suoi primi principii: tre libri delle mecaniche, due attenenti alle demostrazioni de i principii e fondamenti, e uno de i problemi: e benché altri abbino scritto questa medesima materia, tuttavia quello che ne è stato scritto sin qui, né in quantitá né in altro è il quarto di quello che ne scrivo io. Ho anco diversi opuscoli di soggetti naturali, come *De sono et voce, De visu et coloribus, De maris estu, De compositione continui, De animalium motibus,* e altri ancora. Ho anco in pensiero di scrivere alcuni libri attenenti al soldato, formandolo non solamente in idea, ma insegnando con regole molto esquisite tutto quello che si appartiene di sapere e che depende dalle matematiche, come la cognizione delle castramentazioni, ordinanze, fortificazioni, espugnazioni, levar piante, misurar con la vista, cognizioni attenenti alle artiglierie, usi di vari strumenti, etc. ».

Da questa lettera risulta che nell'anno delle scoperte astronomiche Galileo era una specie di vulcano; aveva giá in mente i libri che scrisse e quelli che gl'impedirono di scrivere. Il libro *De compositione continui* diventerá la *Geometria degli indivisibili* di Bonaventura Cavalieri, il libro sul moto degli animali sará scritto da Gian Alfonso Borelli; alcuni dei suoi problemi saranno risolti dall'Accademia del Cimento.

La sua insofferenza di ogni impedimento, la sua decisione di abbandonare la madre dei suoi figli e di monacare la Virginia e la Livia si spiegano col suo desiderio violento di sistemare idee, osservazioni. esperienze per imporre la sua nuova visione del mondo.

Il 15 giugno acquista la convinzione di passare a Firenze e rinunzia al posto di Padova. Il 10 luglio viene nominato primario matematico dello Studio di Pisa e primario matematico e filosofo del granduca di Toscana, con lo stipendio di mille scudi di moneta fiorentina all'anno, senz'obbligo di abitare a

Pisa né di leggervi, se non onorariamente, ma restando a disposizione del granduca.

Contrariamente all'affermazione del Gherardini, i Signori di Venezia non tentarono in nessun modo di dissuadere Galileo, anzi si offesero. Uno scrisse a Giovanfrancesco Sagredo che avrebbe rinunziato alla sua amicizia se manteneva la relazione con Galileo. Alcuni degli amici dello scienziato ebbero insieme dispiacere e preoccupazioni. Nella famosa lettera che gli scrisse al ritorno del viaggio in Soria, il Sagredo gli diceva tra l'altro: La libertá e monarchia di se stesso dove potrá trovarla come in Venezia? Lei serve al presente il suo Principe naturale, grande, pieno di virtú; ma qui non aveva a servire se non se stesso, quasi monarca dell'universo. Prendono un pezzo i principi gusto di alcune curiositá; ma chiamati spesso dall'interesse di cose maggiori, volgono l'animo ad altro. E chi può esser tranquillo nel tempestoso mare della Corte? Chi sa ciò che posson fare i cattivi e gl'invidiosi? Quell'essere in luogo, dove l'autoritá degli amici del Berlinzone, cioè dei Gesuiti, come si ragiona, val molto, molto ancora mi travaglia.

Prima di partire per Firenze, tra il luglio e l'agosto Galileo scoprí le macchie solari e le mostrò a Fra Paolo Sarpi e a Fra Fulgenzio Micanzio; il 25 luglio scoprí la « stravagantissima meraviglia » di Saturno.

Da Padova partí il 1º settembre; a Firenze arrivò il 12. Si fermò a Bologna dove fu ospite del Magini.

A Marina Gamba diede l'addio ma rimase con lei in buoni rapporti, tanto che le lasciò per qualche tempo il figlio Vincenzo che era ancora troppo piccolo per poter fare a meno della mamma. La Marina divenne dopo qualche anno Madonna Bartoluzzi, perché andò a convivere con Giovanni Bartoluzzi, agente della famiglia Dolfin. Alcuni hanno detto che sposò il Bartoluzzi ma l'atto di matrimonio non si è mai trovato. Del resto, dopo la partenza di Galileo, sulla Marina non si sa quasi piú altro: nemmeno la data di morte è sicura. Da una dichiarazione di Galileo il 18 febbraio 1619 risulta morta. Il Bartoluzzi si affezionò a Galileo e in una lettera del 17 agosto 1619 gli scriveva che un certo resto l'avrebbe conservato per impiegarlo in mercanzia o in robe « per la nostra cara

Suor Maria Celeste, la qual tanto bramo di vederla ». Qualcuno ha riferito il « nostra » al Bartoluzzi e alla Marina che dunque sarebbe stata ancora viva; evidentemente si riferisce a Bartoluzzi e a Galileo. Il Bartoluzzi voleva bene a Suor Maria Celeste e bramava tanto di vederla, cosicché la sentiva anche un po' sua.

Non possiamo fermarci sulla monacazione delle due figlie di Galileo. Diremo solo che esse furono messe nel monastero di S. Matteo in Arcetri verso la fine del 1613; la vestizione avvenne non prima del luglio 1614. La Virginia pronunziò i voti il 4 ottobre 1616, prendendo il nome di Suor Maria Celeste; la Livia il 28 ottobre 1617 e si chiamò Suor Arcangela.

Nel *Sidereus Nuncius* Galileo aveva annunziato le scoperte sulla superficie lunare, sulla costituzione della Via Lattea e di altre nebulose, sul numero delle stelle e sui pianeti medicei. Aveva spiegato come si adopera il cannocchiale per le osservazioni astronomiche e aveva spiegato la luce cinerea della luna.

Keplero, prima ancora di aver verificato le scoperte, gl'inviò la *Dissertatio cum Nuncio Sidereo* in cui gli esprimeva la sua ammirazione; e quando con un cannocchiale galileiano vide i satelliti di Giove gridò il *Vicisti, Galilaee!* di Giuliano d'Apostata.

I peripatetici intuirono il grave pericolo che significavano per loro le novitá astronomiche e in particolare quella dei satelliti di Giove ma non vollero riconoscerli. Il Cremonino rimase convinto che solo Galileo le aveva vedute; « e poi — confessava — quel mirare per gli occhiali mi imbalordisce la testa; basta, non ne voglio saper altro ». Il P. Clavio, secondo il Cigoli, disse che « delle quattro stelle se ne rideva, che bisogneria fare un occhiale che le faccia e poi le mostri ». Francesco Sizzi sosteneva nella sua *Dianoia astronomica* che il numero sette è un numero perfetto e quindi i pianeti non possono essere piú di sette. Il Magini diceva che conveniva andar cauti; ma quando un suo allievo, Marino Horky, scrisse il suo stupido opuscolo contro Galileo, lo mise alla porta. Ci fu tale vocio contro Galileo che perfino il granduca ne rimase impressionato.

Il 25 giugno del 1610 Galileo scriveva a Vincenzo Giugni sui pianeti medicei: « In proposito da i quali, mi par di dover

dire a V. S. Ill.ma, giá che lei mi scrive che S. A va riservata in mettergli nella sua anticamera o in altri luoghi, che l'andar circuspetto è atto degno della prudenza di ogni savio principe, e perciò laudabilissimo: tutta via mi fará grazia soggiungergli, che quello che ha scoperti i nuovi pianeti è Galileo Galilei, sua fedelissimo vassallo, al quale bastava, per accertarsi della veritá di questo fatto, l'osservazione di 3 sere solamente, non che di cinque mesi, come ho fatto continuamente, e che lasci ogni titubazione o ombra di dubbio, perché allora resteranno questi di esser veri pianeti, quando il sole non sará piú il sole ». Il 24 maggio aveva scritto a Matteo Carosio: « L'occhiale è arciveridico, e i Pianeti Medicei sono pianeti, e saranno sempre come gli altri: hanno i loro moti velocissimi intorno a Giove, sí che il piú tardo fa il suo cerchio in 15 giorni incirca ».

Contro i pianeti medicei, o gioviali, come pure li chiamava Galileo, ci fu anche l'opposizione degli astrologi, i quali li proclamavano inefficaci, per la loro piccolezza. Galileo rispose che lui non aveva parlato di efficacia e d'influssi; chi li considerava superflui e oziosi doveva muovere lite contro la natura o Dio e non contro di lui. Ma facendosi subito avvocato della natura, fece vedere che non si potevano considerare oziosi « opere di Dio, ed opere tanto sublimi ». Il valore delle cose non si misura dalla sola grandezza. « Un palo di ferro, accomodato a far fosse e smuover pietre, non oscura il gentile uso dell'ago, col quale artificiosa mano di leggiadra donna lavora vaghissime trapunte ». Forse le zucche vincono di nobiltá il pepe o i garofani e le oche tolgono il pregio ai rosignoli?

Appena arrivato a Firenze, Galileo fece la scoperta delle fasi di Venere e la comunicò l'11 dicembre a Giuliano de' Medici, con un anagramma che decifrato diceva: *Cinthiæ figuras æmulatur mater amorum*, cioè Venere imita le figure della luna. Analogamente quando aveva scoperto l'aspetto di Saturno aveva mandato a Keplero un altro anagramma che andava decifrato cosí: *Altissimum planetam tergeminum observavi*, cioè ho visto che il piú alto dei pianeti (Saturno) è costituito da tre stelle, la media delle quali tre o quattro volte

maggiore delle laterali. Erano gli anelli di Saturno, com'era possibile vederli coi cannocchiali di allora.

In una lettera del 1º gennaio 1611 Galileo decifrava a Giuliano de' Medici l'anagramma relativo a Venere e diceva che la mirabile esperienza dimostrava che i pianeti, al contrario di come credevano gli aristotelici, sono per natura oscuri, cioè essi non fanno che riflettere, o meglio diffondere, la luce del sole, e che Venere gira intorno al sole (come pure Mercurio e gli altri pianeti). Era un'altra prova della veritá del sistema copernicano.

Appunto per considerazioni copernicane aveva previsto le fasi di Venere uno dei piú grandi discepoli di Galileo, il Padre Benedetto Castelli, monaco cassinese, ingegno acuto e brillante, autore del libro *Della misura delle acque correnti,* per il quale è considerato come fondatore dell'idraulica moderna. Il Castelli propose il quesito di Venere a Galileo in una lettera in data 5 dicembre 1610.

Il 30 dicembre Galileo gli rispose cosí: « Sappia dunque che io, circa tre mesi fa, cominciai ad osservar Venere con lo strumento, e la vidi di figura rotonda, e assai piccola; andò di giorno in giorno crescendo in mole, e mantenendo pur la medesima rotonditá, sin che finalmente, venendo in assai gran lontananza dal sole, cominciò a scemar dalla rotonditá dalla parte orientale, e in pochi giorni si ridusse al mezzo cerchio. In tale figura si è mantenuta molti giorni, ma però crescendo tuttavia in mole: ora comincia a farsi falcata, e sin che si vederá vespertina, anderá assottigliando le sue cornicelle, sin che svanirá: ma ritornando poi matutina, si vedrá con le corna sottilissime e pure averse al sole, e anderá crescendo verso il mezzo cerchio sino alla sua massima digressione. Manterrassi poi semicircolare per alquanti giorni, diminuendo però in mole; e poi dal mezzo cerchio passerá al tutto tondo in pochi giorni, e quindi per molti mesi si vedrá, e Lucifero e Vespergo, tutta tonda, ma piccoletta di mole ». Sullo stesso argomento lo stesso giorno scrisse a lungo al P. Clavio e il 12 febbraio 1611 al Sarpi. In quest'ultima lettera accenna alla permanenza per tre settimane nella villa delle Selve di Filippo Salviati e, dopo descritte le fasi di Venere: « Or eccoci fatti

certi — dice — che Venere si volge intorno al sole, e non sotto (come credette Tolommeo), dove mai non si mostrerebbe se non minore di mezzo cerchio; né meno sopra (come piacque ad Aristotele), perché se fusse superiore al sole, non si vedrebbe mai falcata, ma sempre piú di mezza assaissimo, e quasi sempre perfettamente rotonda ».

Leggendo queste lettere, si ha l'impressione che Galileo non faccia che delle verifiche di veritá ben conosciute: e cosí è infatti. Egli era convinto da molti anni, come sappiamo, della veritá del sistema copernicano e sa di darne solo la prova sperimentale che mancava. D'altra parte se è abilissimo nel leggere nel libro della natura perché ne conosce la lingua, guarda senza partito preso ed è felice d'ogni novitá. E guarda da scienziato, non da esteta: determina la sua visione, facendo misure. Non è un indifferente raccoglitore di fatti, né un dogmatico: è, per dirlo col suo linguaggio, uno scienziato filosofo, che però ha sempre vivo il senso della meraviglia.

Galileo capiva che i piú pericolosi dei suoi avversari erano i peripatetici teologi, coi quali doveva necessariamente fare i conti se voleva evitare un conflitto. Egli d'altra parte era sinceramente cattolico e non poteva accettare un conflitto con la Chiesa; sicché poco dopo il ritorno a Firenze chiese al granduca il permesso di andare a Roma, avendo particolare interesse di fare accettare le sue scoperte al P. Clavio e agli altri teologi del Collegio romano.

Arrivò a Roma il 1º aprile 1611. Vide il cardinale Maffeo Barberini, che doveva poi essere Papa Urbano VIII, vide il cardinale del Monte, il P. Clavio, altri due gesuiti intendentissimi della professione e suoi allievi, i quali stavano leggendo « non senza gran risa » il libello del Sizzi. Fa vedere le novitá astronomiche e tutti gli fanno festa come a un nuovo Colombo. Il principe Federico Cesi lo accoglie nell'Accademia dei Lincei e dá ricevimenti in suo onore. Perfino il Papa Paolo V lo volle vedere, anzi Sua Beatitudine lo favorí straordinariamente, a detta dell'Illustrissimo ed Eccellentissimo Signor Ambasciatore Piero Guicciardini, perché non comportò che Galileo dicesse una sola parola in ginocchio. Era un trionfo.

Senonché il giorno 19 l'autorevolissimo cardinale Roberto Bellarmino, rigido custode della Fede, aveva scritto ai matematici del Collegio Romano: « So che le RR. VV. hanno notizia delle nuove osservazioni celesti di un valente matematico per mezzo d'un instrumento chiamato *cannone* overo *ochiale*; e ancor io ho visto, per mezzo dell'istesso instrumento alcune cose molto maravigliose intorno alla luna e a Venere. Però desidero mi facciano piacere di dirmi sinceramente il parer loro intorno alle cose seguenti:

Prima, se approvano la moltitudine delle stelle fisse, invisibili con il solo ochio naturale, e in particolare della Via Lattea e delle nebulose, che siano congerie di minutissime stelle;

2º, che Saturno non sia una semplice stella, ma tre stelle congionte insieme;

3º, che la stella di Venere abbia le mutazioni di figure, crescendo e scemando come la luna;

4º, che la luna abbia la superficie aspera e ineguale;

5º, che intorno al pianeta di Giove discorrino quattro stelle mobili e di movimenti fra loro differenti e velocissimi.

Questo desidero sapere, perché ne sento parlare variamente; e le RR. VV., come essercitate nelle scienze matematiche, facilmente mi sapranno dire se queste nuove invenzioni siano ben fondate, o pure siano apparenti e non vere ».

Il Bellarmino ha guardato col cannocchiale, ha ascoltato le spiegazioni di Galileo, ma ha sentito parlare variamente e dubita che le nuove invenzioni siano apparenti e non vere.

I matematici del Collegio Romano rispondono il 24, confermando quasi tutte le « varie apparenze che si vedono nel cielo con l'occhiale ». Non son sicurissimi che la Via Lattea consti di minute stelle ma, per quel che si vede nelle nebulose del Cancro e delle Pleiadi, inclinano a congetturarlo; la grande inegualitá della luna non si può negare ma il P. Clavio crede che si possa mantenere la spiegazione della densitá non uniforme e gli altri sono in dubbio.

Forse il Bellarmino leggendo questsa risposta avrá pensato che le novitá galileiane erano apparenze piú o meno incerte. Di sicuro si sa che nei *Decreta* del Sant'Uffizio, in data

17 maggio, c'è la famosa frase su Galileo e il processo di Cremonino, che è il preludio dell'ammonizione.

Nel maggio 1612 Galileo si occupò insieme dei galleggianti e delle macchie solari. Il *Discorso sui galleggianti* o *Discorso intorno alle cose che stanno in sull'acqua o che in quella si muovono* uscí, come sanno i lettori del primo volume, alla fine del mese, ed è una confutazione delle teorie peripatetiche sul galleggiamento dei corpi. Il 2 giugno Galileo ne mandò una copia al cardinale Barberini che, in occasione della disputa sull'argomento in presenza di Cosimo II, era stato favorevole a lui e gli mandò pure alcuni disegni di macchie solari. Nell'Introduzione al Discorso si parlava dei satelliti di Giove e si accennava alle macchie solari; nella seconda edizione, uscita alla fine dell'anno, c'erano le parole che diedero origine alla polemica col P. Scheiner: « Annomi finalmente le continuate osservazioni accertato, tali macchie esser materie contigue alla superficie del corpo solare, e quivi continuamente prodursene molte, e poi dissolversi, altre in piú brevi ed altre in piú lunghi tempi, ed esser dalla conversione del Sole in se stesso, che in un mese lunare in circa finisce il suo periodo, portate in giro; accidente per sé grandissimo, e maggiore per le sue conseguenze ».

Lo Scheiner aveva sostenuto invece che le macchie solari fossero stelle. In seguito modificò le sue prime idee ma rimase sempre aristotelico e anticopernicano; e fu sempre uno dei piú pericolosi nemici di Galileo. Egli cominciò a studiare le macchie solari dopo aver saputo che Galileo le aveva fatte vedere a Roma nel 1611.

Le *Lettere sulle macchie solari* furono pubblicate a Roma, a cura dell'Accademia dei Lincei, nel febbraio del 1613. In esse Galileo sostenne la teoria copernicana.

La lotta dei teologi contro di lui era però giá cominciata: e ne abbiamo visto i primi indizi nell'atteggiamento del Bellarmino. Il 2 novembre del 1612 il frate domenicano Niccolò Lorini, facendosi interprete del malumore teologico contro Galileo, aveva predicato nella chiesa di S. Marco di Firenze contro la teoria del moto della terra. Galileo gli dovette chie-

dere spiegazione perché il 5 novembre il Lorini gli scrisse che nella sua predica non aveva parlato di filosofia contro nessuno. Aveva solo detto e ripeteva « che quella opinione di quell'Ipernico, o come si chiami, apparisce che osti alla Divina Scrittura ».

C'è qui, formulato brutalmente, l'atteggiamento che il Lorini e tutti i teologi antigalileiani mantennero poi sempre. La Bibbia dice cosí e chi non dico ne dissente ma sembra che ne dissenta ha torto, sia Ipernico o come si chiami. Le sue ragioni non vanno nemmeno prese in considerazione.

Al Lorini Galileo non replicò ma il 21 dicembre dell'anno seguente, avendo saputo che il movimento che potremmo chiamare ipernicano si andava diffondendo, scrisse a Don Benedetto Castelli la famosa lettera copernicana e svolse in seguito le sue idee nelle lettere a Monsignor Dini e in quella alla granduchessa Cristina di Lorena.

Due veritá, — dice Galileo, — non si possono contrariare. Poiché la teoria copernicana è vera non può essere contraria alla Scrittura. L'apparente contradizione si risolve pensando che la Bibbia è un libro religioso e non un libro scientifico. Specialmente in materia di astronomia, lo Spirito Santo si è adattato alla capacitá degli uomini a cui si è rivolto. In generale, Dio ha rivelato soltanto le veritá che sono superiori alla ragione umana, lasciando libero l'uomo di trovare le altre da sé. Tra la scienza e la fede non ci può dunque essere conflitto.

Era una soluzione bellissima, dal punto di vista cattolico, anzi l'unica possibile; e oggi infatti tutti i cattolici l'accettano.

Galileo aveva pure osservato che la lettera della Bibbia, nei riguardi del sole, è pure incompatibile col sistema tolemaico; sicché, rifiutando la sua tesi, bisognava scegliere non tra la fede e le teorie di Copernico ma addirittura tra la fede e la ragione. In realtá quei teologi credevano soltanto alla propria ragione e ai loro privilegi.

Noterò ancora, incidentalmente, che Galileo aveva offerto anche un'arma a coloro che fossero rimasti fermi all'interpretazione letterale della Bibbia. Se si vuole ammettere per forza, — egli diceva, — che Giosuè abbia fermato il sole e non la

terra, si può supporre che si tratti del moto di rotazione del sole intorno al suo asse. (Questo moto risultava dal suo studio delle macchie solari). L'argomento era nient'altro che un ripiego ma i teologi non dovevano trascurarlo. Di lá viene infatti il concordismo che i cattolici adottarono per un certo tempo davanti alla geologia, quando cercarono d'interpretare i giorni mosaici come epoche.

Purtroppo la lettera al Castelli non suscitò che scandalo e irritazione nel campo dei teologi antigalileiani. La quarta domenica dell'Avvento del 1614 (20 dicembre) un frate turbolento, che era stato espulso da Bologna per aver provocato disordini, Tommaso Caccini, cominciò una predica contro Galileo gridando: *Viri Galilæi quid statis aspicientes in cœlum?* e sostenne che la matematica è un'arte diabolica e che i matematici, come autori di tutte le eresie, dovevano essere scacciati da tutti gli Stati: proprio come lui era stato cacciato da Bologna. Il Nelli osserva a questo proposito che « il serio ardore di questo indiscreto Claustrale fu veramente straordinario, ed il suo contegno meritevole della piú risoluta e pubblica disapprovazione in tutto, e per tutto » e ricorda che « il predicatore del Duomo di Pisa, che era un prudente religioso, biasimò il contegno del Padre Caccini nell'avere recitata senza riguardo e caritá alcuna una sí fatta Predica contro del Galileo, la quale poteva eccitargli contro il popolaccio ». Il male è che prudenti religiosi e galileiani non contavano nulla in questa faccenda. Il Caccini aveva dietro di sé non solo i suoi confratelli, i domenicani, ma anche il Papa, il Bellarmino e gli altri teologi dell'Inquisizione.

Il 7 febbraio del 1615 fra Niccolò Lorini denunziò Galileo al Sant'Uffizio, mandando al cardinale di Santa Cecilia una copia o meglio una brutta copia della lettera al Castelli, sottolineando le proporzioni che a tutti i padri del religiosissimo convento di S. Marco sembravano sospette o temerarie. Il Lorini si mostrava perfino scandalizzato del fatto che Galileo aveva calpestato « tutta la filosofia d'Aristotile, della quale tanto si serve la filosofia scolastica »; ci teneva a dichiarare che i « Galileisti » erano secondo lui « uomini da bene e buon

Cristiani, ma un poco saccenti e duretti nelle loro opinioni». Naturalmente egli non era mosso se non da zelo ma supplicava il Cardinale di tenere segreta la lettera, non la scrittura, che doveva esser considerata come amorevole avviso. Il Lorini inoltre, senza badare alle date, diceva che la lettera al Castelli era stata provocata dalle lezioni che, come abbiamo detto, Fra Tommaso Caccini aveva fatto in Santa Maria Novella esattamente un anno dopo che Galileo aveva scritto la lettera.

Il 25 febbraio si riuní il Sant'Uffizio in casa del Bellarmino e decise di chiedere all'arcivescovo e all'inquisitore di Firenze la lettera originale di Galileo; il 19 marzo in una riunione presieduta da Paolo V in persona si ordinò di esaminare Fra Tommaso Caccini che risultava informato degli errori di Galileo. Il Caccini si presentò a Roma il 20 marzo e disse che, avendo saputo che la sua predica in S. Maria Novella era molto dispiaciuta ad alcuni discepoli di Galileo, per zelo della veritá aveva informato l'Inquisitore di Firenze di ciò che aveva detto sul passo di Giosuè, avvertendolo che era bene di mettere un freno a certi petulanti discepoli di Galileo che, secondo il P. Ferdinando Ximenes, sostenevano che Dio non è sostanza ma accidente, che è sensitivo perché ha sensi divinali e che i miracoli che si attribuiscono ai santi non sono veri miracoli. Il Caccini aggiunse che «dopo questi successi» gli era stata mostrata dal Lorini una copia della Lettera al Castelli e depose che era di pubblica fama e l'aveva anche sentito da Mons. Filippo de' Bardi che Galileo tenesse queste due proposizioni: La terra secondo sé tutta si muove, anche di moto diurno; Il sole è immobile. Da un Attavanti, settatore di Galileo, aveva saputo che il Galilei interpretava le Scritture in modo che non repugnassero alla sua opinione.

A una domanda sulle opinioni di Galileo in materia di fede, il Caccini rispose che secondo alcuni era tenuto buon cattolico, secondo altri per sospetto «perché dicono sii molto intimo di quel Fra Paolo Servita, tanto famoso in Venezia per le sue impietá». Galileo aveva in Firenze molti seguaci che si chiamavano Galileisti e andavano magnificando e lodando la sua dottrina e le sue opinioni. Si faceva fiorentino ma il Cac-

cini aveva inteso che era pisano e di professione matematico. Per quanto aveva inteso, aveva studiato a Pisa, letto a Padova e aveva sessant'anni passati. Il Caccini (e non ne dubitiamo) non lo conosceva « manco di viso ».

In seguito a questa deposizione, il 13 novembre l'Inquisitore di Firenze esaminò il Padre Ferdinando Ximenes il quale disse che la dottrina che aveva sentito attribuire a Galileo era « doctrina contraposita *ex diametro* alla vera teologia e filosofia ».

L'Inquisitore lo pregò di spiegarsi piú chiaramente e lo Ximenes: « Ho sentito alcuni suoi scolari, i quali hanno detto che la terra si muove e che il cielo è immobile; hanno soggiunto che Iddio è accidente, e che *non datur substantia rerum* né quantitá continua, ma che ogni cosa è quantitá discreta, composta de vacui; che Iddio è sensitivo *dealiter,* che ride, che piange *etiam dealiter*: ma non so però se loro parlino de loro opinione, o per opinione del loro maestro Galileo sopradetto ». Sui miracoli lo Ximenes non ricordava. Le cose precedenti le aveva udite e ne aveva discusso col piovano di Castel Fiorentino Giannozzi Attavanti. Non aveva mai visto Galileo ma gliene dispiaceva la dottrina « perché non è conforme alli Padri ortodossi di Santa Chiesa, anzi è contro la veritá istessa ». Era il caso di domandargli: *Quid est veritas?*

Il giorno dopo fu chiamato davanti all'Inquisitore di Firenze il reverendo Attavanti il quale disse che non aveva sentito dire a Galileo cose che ripugnassero alla Scrittura o alla Fede: egli aveva sentito dire che, secondo la dottrina di Copernico, la terra si muove, e che il sole ruota intorno a se stesso, come è detto nelle *Lettere sulle macchie solari.* L'Attavanti non volle nemmeno ammettere che Galileo negasse, contro Giosuè, il moto di rivoluzione del sole e disse che aveva Galileo per buonissimo cattolico. Quanto a Dio sostanza o accidente o che piange e ride, disse che lui, Attavanti, ne aveva ragionato col P. Ximenes, a titolo d'esercitazione su gli assoluti di S. Tommaso e su altri argomenti fornitigli e che forse il Caccini, avendo la camera attigua a quella dello Ximenes, aveva immaginato che si trattasse di opinioni di Galileo.

Un interrogatorio a tre sarebbe stato gustosissimo ma non fu fatto.

Il 25 novembre il Sant'Uffizio si riuní e stabilí che si vedessero le *Lettere sulle macchie solari* di Galileo. Questa deliberazione però non ebbe nessuna conseguenza nel processo.

L'Inquisizione tenne cosí rigorosamente il segreto che Galileo per parecchi mesi non ne seppe nulla e quando cominciò ad avere dei sospetti gli amici di Roma smentirono. Alla fine dell'anno Galileo si persuase che qualcosa si andava preparando, se non personalmente contro di lui, contro la teoria copernicana, e decise di andare a Roma.

Il 5 dicembre l'ambasciatore Guicciardini scriveva al Picchena la famosa lettera cifrata in cui diceva che nel 1611 la dottrina galileiana e qualche altra cosa non erano piaciute ai consultori e cardinali del Sant'Uffizio e il Bellarmino aveva detto che, nonostante il gran rispetto per le serenissime Altezze, se Galileo fosse rimasto ancora a Roma avrebbe dovuto dare « qualche giustificazione de' casi suoi ». « Io non so — concludeva il Guicciardini — se sia mutato di dottrina o d'umore: so bene che alcuni frati di San Domenico che han gran parte nel Sant'Uffizio, e altri gli hanno male animo addosso; e questo non è paese da venire a disputare della luna né da volere, nel secolo che corre, sostenere né portare dottrine nuove ».

Era proprio cosí: Roma era avversa a ogni dottrina nuova e si sforzava di consolidare e di estendere la sua assoluta supremazia. In particolare non ammetteva che di teologia si potessero occupare altri che i teologi.

Galileo, andato a Roma, vide che gli erano stati tesi tanti lacci; ma, convinto com'era e come diventava sempre piú della veritá della teoria copernicana (pensava giá al flusso e riflusso del mare come a una nuova prova della mobilitá della terra) cercava di convincere tutti della veritá delle sue idee.

Impressionato dall'irresistibile eloquenza di Galileo, che era e faceva sentire di essere a contatto con la veritá, il Sant'Uffizio affrettò il suo lavoro. Il 29 febbraio 1616 furono trasmesse ai teologi le due seguenti proposizioni da censurarsi:

1. Che il sole sii centro del mondo, e per conseguenza immobile di moto locale;

2. Che la terra non è centro del mondo né immobile, ma si muove secondo sé tutta, *etiam* di moto diurno.

Il 24 febbraio tutt'e gli undici teologi interpellati risposero all'unanimitá che la prima proposizione è stolta e assurda in filosofia e formalmente eretica, perché contraddice alla Scrittura secondo la proprietá delle parole e l'interpretazione dei Padri e dei Dottori. La seconda proposizione merita la stessa censura in filosofia ed è per lo meno erronea riguardo alla fede.

In seguito a questa censura, il giorno seguente il Papa ordinò al Bellarmino di chiamare Galileo e di ammonirlo ad abbandonare l'opinione che il sole sia il centro del mondo e immobile di moto locale e che la terra si muova anche di moto diurno. Nel caso che lui avesse rifiutato di ubbidire, il P. Commissario del Sant'Uffizio doveva ordinargli, in presenza di notaio e di testimoni, di astenersi del tutto dall'insegnare o difendere l'opinione condannata, o di occuparsene. Se Galileo non avesse ubbidito, doveva essere messo in carcere.

Nella seduta del 3 marzo il Bellarmino riferí all'Inquisizione che Galileo Galilei aveva accettato l'ordine di lasciare l'opinione che aveva tenuto, cioè che la terra si muova intorno al sole, e che la Congregazione dell'Indice aveva proibito e sospeso il *De revolutionibus orbium cœlestium* di Niccolò Copernico, il libro di Diego da Zuniga su Giobbe e quello del carmelitano Fra Paolo Antonio Foscarini. Il decreto della Congregazione dell'Indice uscí il 5 marzo e stabiliva che il libro di Copernico e quello di Diego da Zuniga dovessero essere sospesi fino a che non fossero corretti (cioè, come si vide dopo, finché non si togliessero tutte le parole che potevano far credere che la falsa dottrina pitagorica, in tutto contraria alla Scrittura, si sostenesse come realtá e non come ipotesi matematica). Il libro del P. Foscarini, in cui l'autore si sforzava di mostrare che la dottrina della mobilitá della terra intorno al sole è vera e non contraddice alla Scrittura, era del tutto proibito e condannato. Il tipografo napoletano Lazzaro Scoriggio, che aveva pubblicato senza permesso il libro del Foscarini, fu messo in carcere per ordine dell'areivescovo,

card. Carafa, e il Santissimo, cioè Paolo V, approvò. Implicitamente veniva dunque del tutto condannata anche la lettera di Galileo a Don Benedetto Castelli e gli altri scritti sullo stesso argomento ma nessuno scritto di Galileo fu condannato.

L'ordine che il 25 febbraio era stato dato al Bellarmino sull'ammonizione a Galileo non si prestava a dubbi. Se Galileo non ubbidiva gli si doveva proibire non solo d'insegnare o difendere la teoria copernicana ma anche di occuparsene in qualunque modo; e se si ribellava lo dovevano mettere in carcere. Se Galileo ubbidiva, come ubbidí, si restava con lui in buoni rapporti; e cosí fu. Nella visita dell'11 marzo fatta da Galileo al Papa, Paolo V gli disse che non si sarebbe dato leggermente orecchio ai calunniatori e che vivente lui poteva star sicuro; e prima che Galileo se ne andasse, gli replicò piú volte d'esser molto ben disposto a mostrargli anche con fatti in tutte le occasioni la sua buona inclinazione a favorirlo. C'è un'altra circostanza. I nemici di Galileo avevano diffuso la voce che egli avesse segretamente abiurato in mano del Bellarmino e che gli fossero state inflitte penitenze e digiuni. Il Bellarmino rilasciò a Galileo il 26 maggio una dichiarazione in cui smentiva tutte le calunnie o accuse, affermando che gli era stata solamente comunicata la dichiarazione fatta dal Papa e pubblicata dalla Congregazione dell'Indice che la dottrina, attribuita a Copernico, che la terra si muova intorno al sole, è contraria alla Scrittura e perciò non si può né difendere né tenere.

Senonché nella stessa pagina degli Atti del Processo in cui c'è l'ordine dell'ammonizione, sotto la data del giorno seguente (24 febbraio 1614) si legge che il Bellarmino chiamò Galileo nel suo palazzo e in presenza del Commissario generale del Sant'Uffizio, Fra Michelangelo Seghizzi, lo ammoní dell'errore dell'opinione copernicana, invitandolo a lasciarla; e che successivamente e immediatamente in presenza dello scrivente, dei testimoni (Badino Nores e Agostino Mongardo) e del cardinale Bellarmino, il Padre Commissario ordinò a Galileo, a nome proprio, del Papa e del Sant'Uffizio di lasciare del tutto l'opinione condannata e di non piú, in qualsiasi modo, tenerla, insegnarla o difenderla, con la parola o con gli scritti; altri-

menti si sarebbe proceduto contro di lui nel Sant'Uffizio. Galileo assentí e promise di ubbidire.

L'analisi dell'impaginazione e della scrittura ha sollevato gravi dubbi su questo famigeratissimo documento, sul quale fu impostato il secondo processo. Il documento è certamente molto strano perché oltrepassa l'ordine del Papa ed è pure in contradizione col contegno successivo di Paolo V e del Bellarmino, che, come abbiamo visto, rimasero in ottimi rapporti con Galileo. Se è autentico, bisogna attribuirlo a un eccesso di zelo, ma in ogni caso non si può interpretarlo come fecero gli Inquisitori nel 1633, vale a dire come un divieto di occuparsi in qualunque modo dell'opinione di Copernico. Paolo V non aveva proibito in maniera assoluta la teoria copernicana: l'aveva proibita come teoria fisica. Si restava dunque liberi di presentarla come un artificio, comodo per salvare le apparenze. Dal momento che Galileo aveva accettato l'ammonizione (su questo punto non ci può esser dubbio), non si poteva punirlo, impedendo a lui solo di occuparsi, anche dal punto di vista puramente cinematico, del sistema copernicano. Il documento stesso, se lo leggiamo senza prevenzioni, non lascia dubbi. Le parole che si vollero interpretare come un divieto assoluto sono queste: « *Nec eam* (cioè l'opinione condannata) *de coetero, quovis modo, teneat, doceat, aut defendat, verbo aut scriptis*. Chi le scrisse non doveva essere un grande latinista ma, se avesse voluto dire che non si poteva occuparsi della teoria copernicana nemmeno come ipotesi matematica, si sarebbe fatto capire. La frase è infelice ma significa che l'opinione copernicana è falsa e quindi non può essere accettata, insegnata o difesa né come vera né come probabile. Non si può gonfiare il *quovis modo* fino a metterci dentro quello che ci fa comodo.

Ma, — si potrebbe dire a questo punto, — Galileo non avrebbe fatto meglio a ribellarsi? Io dico di no. Galileo era sinceramente cattolico e riceveva un ordine perentorio del Papa. L'ordine era la conclusione di un processo imbastito da Lorini, da Caccini e da altri suoi « ignorantissimi e maliziosissimi nemici ». E poiché lui non era stato interrogato e sapeva benissimo che non si era tenuto nessun conto né delle

sue scoperte né delle sue ragioni, l'ordine era un vero arbitrio e lui non lo prese sul serio: finse di piegarsi ma preparò immediatamente la rivincita. Non è il caso di fare del puritanismo. Io capisco il sacrificio, ogni sacrificio, ma non credo che sia sempre obbligatorio sacrificarsi: alla pura violenza si può benissimo rispondere con l'astuzia. Se domani dieci Caccini o Lorini m'intimano con le armi in pugno di negare il teorema di Pitagora, negherò il teorema di Pitagora.

Dopo il processo, Galileo si ritirò nella villa Segni a Bellosguardo, studiando i periodi dei satelliti di Giove e iniziando le trattative per cedere alla Spagna il suo metodo per la determinazione della longitudine in mare in base alle eclissi dei satelliti di Giove. Ma non stava bene e non poté far molto.

Quando nell'agosto 1618 comparvero tre comete, la piú interessante delle quali era nel segno dello Scorpione, da molte parti fu sollecitato a occuparsene. Si decise a intervenire nella discussione appena ebbe notizia che il gesuita Padre Orazio Grassi aveva tenuto al Collegio Romano un discorso o meglio una discussione sulle tre comete; e fece leggere all'Accademia Fiorentina dal suo amico Mario Guiducci il *Discorso delle Comete*, che però, come sanno i lettori del primo volume, fu presentato come lavoro del Guiducci. Il Discorso fu pubblicato alla fine di giugno del 1619 e irritò profondamente i gesuiti, anzi il P. Grassi pubblicò, sotto l'anagramma di Lothario Sarsio Sigensano, la *Libra astronomica ac philosophica*, in cui attaccava « le opinioni di Galileo Galilei sulle comete esposte da Mario Guiducci nell'Accademia Fiorentina ».

Galileo gli rispose col *Saggiatore*, che uscí nell'ottobre del 1623, sotto forma di lettera a Monsignor Virginio Cesarini, accademico dei Lincei e maestro di camera del Papa. A cura dell'Accademia dei Lincei che l'aveva pubblicato, il libro era dedicato al nuovo Papa, Urbano VIII, eletto il 6 agosto. Galileo e i suoi amici (è opportuno avvertirlo) si facevano grandi illusioni sul nuovo Papa, che, quand'era cardinale, aveva piú volte dimostrato simpatia per Galileo. Aveva parteggiato per lui nella discussione sui galleggianti, aveva scritto un'ode latina in suo onore, l'*Adulatio perniciosa*, e si era mostrato

perfino favorevole a Galileo, ma come poteva farlo un cardinale peripatetico, nel processo del 1616.

Il P. Niccolò Riccardi, che era stato incaricato della revisione del *Saggiatore*, dichiarò galileianamente che il suo secolo si doveva gloriare non solo di essere l'erede delle fatiche dei passati filosofi ma come inventore di nuovi segreti: lodò le belle considerazioni di filosofia naturale che ci son dentro e la sottile e soda speculazione dell'Autore, dichiarandosi felice di esser nato nel suo tempo, « quando non piú con la stadera e alla grossa, ma con saggi sí delicati, si bilancia l'oro della veritá ». Con queste ultime parole si alludeva ai titoli dell'opera del Grassi e di quella di Galileo. Si sa che il P. Grassi aveva scelto il titolo *Libra astronomica ac philosophica* perché la stessa cometa, — egli diceva, — col nascere nella Libra (o Bilancia) aveva voluto misteriosamente accennargli che dovesse pesare con giusta bilancia le affermazioni del *Discorso delle Comete.* Galileo, accettando la metafora. aveva preferito scegliere, invece che una bilancia qualunque, una bilancia da saggiatori; ma non aveva mancato di osservare che il Grassi, che si prendeva abitualmente gran confidenza con le cose, aveva accomodato l'apparizione della cometa alla sua intenzione. Poiché, — aggiungeva Galileo, — la cometa apparve nello Scorpione il Grassi doveva intitolare il suo scritto: *L'astronomico e filosofico scorpione.* Il resto è bene che il lettore lo legga nell'originale.

Il *Saggiatore* è, come sempre si è ritenuto, il capolavoro polemico di Galileo. Una teoria soddisfacente delle comete non ci poteva essere e non c'è; ma, se si guarda bene, Galileo non se l'è nemmeno proposta. Il suo vero scopo è quello di protestare contro coloro che pretenderebbero di opporsi all'esperienza con l'autoritá dei poeti come faceva il Grassi o con quella della Scrittura come avevano fatto i teologi nel 1616, enunciando nello stesso tempo le idee fondamentali della nuova scienza, chiarendone il metodo, difendendone i diritti. La stroncatura del Grassi è definitiva (quel poveruomo credeva perfino che le uova si potessero cuocere alla babilonese, cioè facendole girare con la fionda) ma Galileo non si propone soltanto un facile compito negativo e, appunto perciò, nonostante l'appa-

renza del contrario, egli non è mai irritato e non è mai ingiusto. Egli vuole persuadere, non sopraffare. Essendo convinto che la scienza è la veritá stessa, vuole far dono della sua fede.

Il *Saggiatore* è animato da un senso quantitativo tutto moderno di cui nella *Libra* non c'è nemmeno un vago indizio; e cosí Galileo riesce a farsi rispettare anche quando sostiene ipotesi discutibili, mentre il P. Grassi si vale del principio verissimo che il moto è causa di calore per farci ridere con gli spropositi delle uova cotte alla babilonese, o delle frecce lanciate con tanta violenza che s'incendiano o delle palle d'artiglieria che, attraversando l'aria, si scaldano fino a fondersi. Molto moderna è pure la teoria galileiana dei colori, sapori, odori e suoni.

Il libro piacque molto agli amici di Galileo, piacque moltissimo a Monsignor Giovanni Ciampoli, segretario dei brevi di Urbano VIII e ardente ammiratore di Galileo; e piacque anche al Papa, il quale fece capire chiaramente che avrebbe gradito una visita di omaggio da parte di Galileo.

Chiesto consiglio a Federico Cesi, con una lettera della granduchessa madre Maria Cristina per Carlo de' Medici e una del nuovo granduca Ferdinando II (Cosimo II era morto il 28 febbraio del '21) diretta al nuovo ambasciatore a Roma Francesco Niccolini, Galileo si mise in viaggio. Arrivò a Perugia il 3 aprile 1624 e vi si trattenne per la Pasqua, poi andò per quindici giorni da Federico Cesi in Acquasparta e la mattina del 4 aprile era ai piedi di Nostro Signore, introdotto dall'Eccellentissimo signor Don Carlo Barberini e per un'ora fu trattenuto in diversi ragionamenti da Sua Santitá, con suo singolarissimo gusto. Fu dal Papa altre cinque volte, trattenendosi in lunghi ragionamenti, ebbe da lui « grandissimi onori e favori », la promessa di una pensione per il figlio, un bel quadro, due medaglie, una d'oro e l'altra d'argento e buona quantitá di agnusdei; ma in realtá non ottenne lo scopo vero del viaggio, che era quello di rivedere, se non abrogare del tutto, il decreto anticopernicano. Urbano VIII diceva che la Chiesa aveva condannato la teoria copernicana come temeraria e non come eretica; ma diceva e ripeteva con assoluta sicurezza che « non

era da temere che alcuno fosse mai per dimostrarla necessariamente vera ». Il Pontefice giustificava la sua convinzione col suo famoso argomento sull'onnipotenza divina, che doveva quietar l'intelletto anche se non si riuscisse a confutare gli argomenti pitagorici. L'argomento che era stato esposto dall'allora cardinale Maffeo Barberini a Galileo in presenza di Agostino Oregio era questo: Anche ammessa l'ipotesi che voleva dimostrare Galileo sul sistema del mondo, non si può negare che Dio avrebbe potuto e saputo disporre e muovere i cieli e le stelle in altro modo. Negandolo, si dovrebbe dimostrare che implica contradizione la possibilitá che i moti celesti avvengano in modo diverso da come immaginava Galileo, perché Dio può tutto ciò che non implica contradizione. E se Dio può e sa disporre i cieli in modo che sia salva la Scrittura, noi non dobbiamo far violenza alla potenza e alla sapienza divina.

Galileo non rispose; ma bisogna convenire che il suo ottimismo era inesauribile se sperava in un uomo che ragionava in quel modo.

Tornato a Firenze, Galileo si affrettò a rispondere a Francesco Ingoli che nel 1616 gli aveva indirizzata una confutazione del sistema copernicano; e poiché aveva scritto con molto garbo e aveva esplicitamente detto che non intendeva aderire all'opinione condannata ma solo dimostrare che i cattolici la conoscevano come i protestanti anche se non l'accettavano, la risposta piacque anche a Urbano VIII e cosí le illusioni di Galileo crebbero.

Per ragioni di spazio, dobbiamo sorvolare sui rapporti tra Galileo e i suoi parenti e in particolare con Suor Maria Celeste. Diremo che Michelangelo Galilei nell'agosto 1627 partí da Monaco e condusse la famiglia presso Galileo; alla fine del febbraio 1628 ritornò a Monaco. Nel marzo Galileo si ammalò gravemente e, credendo di morire, si riconciliò col cognato Landucci e richiamò a casa dall'Universitá di Pisa dove studiava legge il figlio Vincenzo che egli aveva legittimato il 25 giugno del 1619. Il figlio rientrò dopo il 5 giugno in cui prese la laurea. Intanto Michelangelo, preoccupatissimo per la sua « povera bri-

gatina lontana e priva d'ogni aiuto e conforto » scrisse e riscrisse e alla fine d'agosto ritornò a Firenze e ricondusse la famiglia a Monaco, guastandosi anche con Galileo. Michelangelo morí a Monaco il 3 gennaio 1631, dopo aver chiesto perdono a Galileo, a cui raccomandò la vedova e i sette figli. Vincenzo sposò il 29 gennaio 1629 Sestilia Bocchineri e Galileo intervenne al matrimonio. Sorella di Sestilia fu Alessandra Bocchineri, una donna intelligente che fu l'amica del cuore di Galileo.

Nel settembre del 1629 Galileo riprese i *Dialoghi del flusso e riflusso* a cui non lavorava piú da tre anni, e un mese dopo scrisse a Elia Diodati che nella nuova opera avrebbe inserito altri problemi, oltre quello sul flusso e riflusso del mare e « una amplissima confermazione del sistema Copernicano, con mostrar la nullitá di tutto quello che da Ticone e da altri vien portato in contrario ».

Da questa dichiarazione e da tutte quelle che, prima o dopo, Galileo fece in lettere private, risulta che egli fin da quando era lettore a Pisa era convinto della veritá della teoria copernicana. Al tempo della scoperta dei satelliti di Giove la sua convinzione divenne irresistibile; e la sua insofferenza per l'insegnamento fu anche determinata dall'incompatibilitá tra le sue idee, che erano ormai un sistema coerente, e l'indirizzo accademico. Ticone, cioè l'astronomo olandese Ticho Brahe, si era convinto che i pianeti girano intorno al sole ma sosteneva che la terra facesse eccezione e che il sole girasse intorno alla terra. Era un ripiego dovuto al fatto che Ticho Brahe credeva con gli aristotelici che il moto della terra conducesse a varie assurditá di carattere meccanico. Keplero dalle stesse osservazioni di Ticho Brahe aveva dedotto la veritá della teoria copernicana e oggi vediamo ancora meglio che aveva ragione, perché le tre leggi di Keplero sono la premessa della legge di Newton, che è incompatibile col sistema tolemaico. Galileo però con le sue scoperte astronomiche aveva dato nuove conferme positive al sistema copernicano, mentre con la sua meccanica aveva demolito le obiezioni che avevano impressionato Ticho Brahe. Al tempo del secondo processo di Galileo, Ticho Brahe avrebbe anche lui aderito alla teoria copernicana; ma

allora e dopo quei cattolici che sentirono la falsitá del sistema tolemaico, non potendo accettare le idee condannate, abbracciarono Ticone.

Il 16 marzo del 1630, mentre Galileo stava facendo copiare il *Dialogo dei Massimi Sistemi,* il Castelli gli scriveva da Roma delle notizie che gli dovettero fare un grande piacere. Il Papa aveva detto giorni prima al Campanella che alcuni gentiluomini tedeschi convertiti al cattolicismo si erano mostrati molto scandalizzati della proibizione di Copernico, tanto che aveva risposto con queste precise parole: « Non fu mai nostra intenzione; e se fosse toccato a noi, non si sarebbe fatto quel decreto ».

Galileo partí col manoscritto del Dialogo per ottenere la licenza di stampa e arrivò a Roma il 3 maggio. Presentò il manoscritto al Padre Niccolò Riccardi, detto Padre Maestro che, a quanto gli aveva scritto il Castelli, era benissimo disposto a servirlo; e il Riccardi lo passò per la revisione al Padre Raffaele Visconti. Il 16 giugno il P. Visconti, che aveva proposto lievi correzioni, scrisse a Galileo: « Il Padre Maestro gli bacia le mani, e dice che l'opera gli piace, e che domattina parlerá con il Papa per il frontespizio dell'opera, e che del resto, accomodando alcune poche cosette, simili a quelle che accomodammo insieme, gli dará il libro ».

Galileo fu anche ricevuto benevolmente da Urbano VIII e partí contento il 29 giugno. Senonché il 2 agosto morí il principe Cesi, che doveva essere l'editore del volume ed era molto favorevole a Galileo, e ci furono oscure mene contro il Dialogo, sicché il Castelli consigliò a Galileo di pubblicare il volume a Firenze.

Dopo laboriose trattative, il 24 maggio 1631 il P. Riccardi scrisse all'inquisitore di Firenze che ultimasse lui la pratica, ricordandogli che il Papa desiderava che il titolo e il soggetto non fosse del flusso o riflusso ma assolutamente « la matematica considerazione della posizione copernicana intorno al moto della terra con fine di provare, che, rimossa la rivelazione di Dio e la dottrina sacra, si potrebbero salvare le apparenze in questa posizione, sciogliendo tutte le persuasioni

contrarie, che dall'esperienza e filosofia peripatetica si potessero addurre ». Non si doveva perciò mai concedere la veritá assoluta ma solamente la ipotetica e senza le Scritture a quella opinione; e si doveva mostrare che si sapevano le ragioni ipotetiche e naturali e che non per mancamento di saperle si era bandita in Roma la sentenza contro Copernico.

Queste istruzioni completano l'argomento di Urbano VIII. C'è, insomma, una doppia veritá: quella della Scrittura e quella della scienza; ma la veritá assoluta è quella della Scrittura: l'altra è un'ipotesi piú o meno discutibile. Se nella Bibbia ci fosse scritto non che il sole cessò per un certo tempo di girare intorno alla terra ma che il sole non esiste, Urbano VIII risolverebbe subito la difficoltá. Noi lo vediamo? Benissimo: diremo che esiste, a titolo d'ipotesi, facendo astrazione dalla Scrittura. Lo vediamo ma potrebbe non esistere perché, negato, non si nega il principio di contradizione. Affermandolo in via assoluta, coarteremmo la volontá di Dio, il quale può tutto ciò che non implica contradizione. Il Simplicio galileiano, dopo aver detto che non stima verace e concludente la spiegazione del flusso e riflusso del mare, continua: « Anzi, ritenendo sempre avanti a gli occhi della mente una saldissima dottrina, che giá da persona dottissima ed eminentissima appresi ed alla quale è forza quietarsi, so che essendone voi, interrogati se Iddio con la sua infinita potenza e sapienza poteva conferire all'elemento dell'acqua il reciproco movimento, che in esso scorgiamo, in altro modo che co 'l far muovere il vaso contenente, so, dico, che risponderete, avere egli potuto e saputo ciò fare in molti modi, ed anco dall'intelletto nostro inescogitabili. Onde io immediatamente vi concludo, che stante questo, soverchia arditezza sarebbe se altri volesse limitare e coartare la divina potenza e sapienza ad una sua fantasia particolare ». Sono le parole che determinarono l'ira di Urbano VIII. (Bisogna proprio dire che il Papa avesse perduta la testa se credette di essere rappresentato in Simplicio. Il personaggio galileiano dice di avere appresa la saldissima dottrina da persona dottissima ed eminentissima. Del resto Simplicio è una bravissima persona, incapace di fare il minimo male a chiunque, e diventerá galileiano). Galileo ha visto che

l'argomento di Urbano VIII abbassa la scienza a una fantasia individuale. Egli aveva un'altra idea. Per lui la Bibbia e la natura procedono ugualmente dal Verbo divino, la prima come dettatura dello Spirito Santo, l'altra come osservantissima esecutrice degli ordini di Dio. E poiché la scienza è un leggere nella natura, è vera come la Bibbia. Per Galileo la veritá è dunque una sola; ed è per un curioso equivoco che alcuni attribuiscono a lui la dottrina della doppia veritá.

Il disaccordo tra Galileo e Urbano VIII era, come si vede, inconciliabile. Per accontentare sul serio il Papa, Galileo doveva rinunziare alla scienza. Tuttavia, mostrandosi ubbidientissimo e prontissimo col consultore di Firenze, ottenne il permesso. Non nego che ci furono restrizioni mentali da una parte e dall'altra. Il 16 agosto del 1631 Galileo diede da Bellosguardo la buona notizia a Elia Diodati e il 21 febbraio 1632 il tipografo dei tre pesci, Giovan Battista Landini, finí di stampare il Dialogo « dove ne i congressi di quattro giornate si discorre sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano, proponendo indeterminatamente le ragioni filosofiche e naturali tanto per l'una quanto per l'altra parte ».

Senza ripetere quello che su questa grande opera abbiamo detto nel primo volume e quello che diremo altrove, ci limiteremo per ora a dire che Galileo è riuscito a presentare la teoria copernicana o meglio la sua teoria, tutta la nuova scienza, come una veritá irresistibile. Si capisce perché i peripatetici ne rimasero sconvolti: il loro mondo era distrutto. Galileo è leale. Non nasconde mai le opinioni degli avversari, non le falsa: se mai, cerca di renderle in qualche modo plausibili. È convinto della sua veritá, che per lui è la veritá senz'altro, ma non è un violento e discute volentieri con tutti.

È stato un bene che il libro non si sia intitolato dal flusso e riflusso perché l'argomento che egli credeva decisivo è il piú debole. Oggi tutti sono convinti che nella spiegazione delle maree abbia piú ragione Simplicio perché la teoria newtoniana spiega bene il fenomeno anche quantitativamente. Le maree sono dovute principalmente all'azione della luna e anche in parte all'azione del sole; le altre cause sono secondarie. Bisogna però convenire che Galileo non aveva tutti i torti quando

si ostinava a negare la teoria degli avversari. L'attrazione della luna di cui essi parlavano era un'attrazione magnetica che a Galileo appariva un ritorno all'aristotelismo. Si deve aggiungere che Newton non ammise mai quella forza che oggi chiamiamo attrazione newtoniana. Egli si limitò a formulare la legge matematica ma dichiarò esplicitamente che la natura fisica del fenomeno non la conosceva. Interpretando il suo vero pensiero noi adesso diciamo non che i corpi si attraggono ma che tutto avviene come se si attraessero in ragion diretta delle masse e in ragione inversa dei quadrati delle distanze. Se Galileo tornasse oggi potrebbe non darsi per vinto, mentre accetterebbe con gioia le nuove idee sulle stelle nuove e sulle comete. Egli potrebbe dirci: « Ma perché ho torto? Perché la mia teoria non coincide con quella di Newton? Esagererò ma finché non si chiarisce l'essenza della cosí detta attrazione newtoniana, si può sempre discutere. A ogni modo, io ho tentato di dare la teoria fisica e non quella matematica delle maree, come ho dato la teoria fisica e non quella puramente cinematica del sistema planetario ».

Ottenuta la licenza di stampare il *Dialogo dei Massimi Sistemi* Galileo era contento e pensò di lasciare Bellosguardo e ad andarsene ad Arcetri, in modo da poter stare vicino alle figlie e in particolare a Suor Maria Celeste. Verso la fine dell'anno prese in affitto il villino del Gioiello, che è a pochi passi dal convento di S. Matteo in Arcetri. Lí pensava di mettersi subito a scrivere i dialoghi che oggi conosciamo col titolo di Dialoghi delle Nuove Scienze.

Il libro di Galileo urtò profondamente il P. Scheiner e in generale i gesuiti e molti altri teologi che contavano politicamente. Urbano VIII, a cui si era fatta credere la storiella di Simplicio, diventò furibondo e disse che il libro di Galileo era piú esecrando e pernicioso alla Chiesa degli scritti di Lutero e di Calvino. Il 23 settembre ordinò che Galileo si trovasse entro ottobre a Roma, a disposizione del Sant'Uffizio. Galileo non era in grado di viaggiare e si rivolse ad Andrea Cioli, cioè, per dirlo col Nelli che questa volta va citato, al « ministro imbecille di Ferdinando II », per ottenere di giustificarsi a

Firenze; ma né lui né il « Serenissimo Padrone » riuscirono a nulla.

L'11 novembre il Papa ordinò all'Inquisitore di Firenze di costringere Galileo ad andare a Roma.

Galileo si fece visitare da tre medici i quali lo trovarono col polso intermittente a tre e quattro battute e con un'ernia grave, e dichiararono che per ogni piccola causa esterna poteva morire.

Il 30 dicembre Urbano VIII riscrisse all'Inquisitore che né lui né la Sacra Congregazione potevano tollerare simili sotterfugi; che avrebbero mandato un commissario con dei medici a spese di Galileo; s'era in grado di viaggiare l'avrebbero condotto a Roma incatenato; se no, quando guariva l'avrebbero condotto a Roma incatenato. Il Papa mandò anche oscure minacce al Granduca e cosí l'11 gennaio Ferdinando II consigliò a Galileo di ubbidire. A Venezia non si sarebbero arresi.

Galileo partí il 20 gennaio, in piena peste, e arrivò a Roma venticinque giorni dopo, avendo dovuto fare la quarantena a Ponte a Centina, confine dello Stato pontificio. A Roma andò ospite dell'ambasciatore Niccolini, accolto con « benignitá che non si può descrivere » anche dall'ambasciatrice Caterina Riccardi che era stata detta « regina della gentilezza ». Ricevette visite dell'Assessore e del Commissario generale del Sant'Uffizio e piú volte di uno dei consultori, il quale gli dava destramente occasione di dire qualche cosa in conferma del suo ossequio per la Chiesa. Lo andò pure a trovare il cardinale Francesco Barberini che gli consigliò di star ritirato. Senza che lui se ne accorgesse, in fondo l'avevano messo in carcere; ma lui s'illudeva, come sempre, e vedeva « un principio di trattamento molto mansueto e benigno, e del tutto dissimile alle comunicate corde, catene e carceri ». Passavano le settimane e continuava sempre lo stesso silenzio come se fosse stato dimenticato. Invece si stava studiando il modo d'imbastire un processo. Ai primi di aprile il Niccolini fu informato che non si poteva fare a meno di chiamare e trattenere al Sant'Uffizio Galileo e consigliò al « buon vecchio » di non insistere su « quel particolare della mobilitá della terra ». All'idea di una ritrattazione Galileo se ne afflisse estremamente, tanto che il Niccolini

scrisse: « L'ho visto da ieri in qua così calato che si dubita grandemente della sua vita ». Finalmente, dopo due mesi di clausura, Galileo il 12 aprile del '33 fu chiamato al Sant'Uffizio. Il Commissario generale, P. Vincenzo Maculano da Firenzuola, cominciò l'interrogatorio. Gli domandò quand'era arrivato a Roma, se immaginava perché era stato chiamato, poi gli mostrò una copia del *Dialogo dei Massimi Sistemi* e gli domandò se riconosceva il libro per suo. Il P. Maculano gli domandò ancora le ragioni del suo viaggio a Roma nel 1616 e Galileo rispose che avendo sentito che si trattava di Copernico per rendersi « in stato sicuro di non tenere se non l'opinioni sante e cattoliche » aveva voluto sentire che cosa si dovesse pensare in proposito.

P. Maculano desiderava dei particolari sui colloqui col Bellarmino e sulla notificazione fattagli sull'opinione di Copernico. Galileo rispose che il Bellarmino gli aveva detto che l'opinione di Copernico, essendo contraria alla Scrittura non si poteva, assolutamente presa, né difendere né tenere ma che *ex suppositione* si poteva pigliare e servirsene e presentò copia della dichiarazione del 26 maggio 1616.

A questo punto l'Inquisitore, se aveva dubbi, doveva chiedere l'originale della dichiarazione di Bellarmino, ma avendo sotto gli occhi il documento del 26 febbraio 1616, domandò a Galileo se si ricordava che gli era stato intimato di non tenere, difendere o insegnare in qualsiasi modo l'opinione condannata. Galileo rispose che non ricordava di aver avuto se non l'intimazione del Bellarmino, e che non ricordava che ci fosse il *né insegnare* né il *quovis modo*. « Io non ne ho tenuto memoria, — aggiunse, — credo perché non sono spiegate in detta fede, alla quale mi sono rimesso e tenevo per mia memoria ». A domanda dell'Inquisitore, rispose facendo la storia della licenza di stampa e dichiarando che aveva osservato ogni ordine. Disse che col suo libro non aveva contravvenuto al precetto ricevuto nel 1616 e che non aveva parlato del precetto al Maestro del S. Palazzo perché non aveva creduto necessario di dirglielo non avendo né tenuta né difesa l'opinione copernicana, anzi avendo dimostrato che le ragioni di Copernico sono invalide e non concludenti.

Finito l'interrogatorio, gli si fa firmare il verbale, gli s'impone silenzio con giuramento e gli si ordina di rimanere carcerato in una camera del dormitorio dei custodi.

Galileo non poteva esser messo sotto processo perché il *Dialogo dei Massimi Sistemi* aveva avuto l'approvazione ecclesiastica. Se il Papa credeva che i suoi ordini non fossero stati eseguiti poteva infliggere una punizione al Maestro del Sacro Palazzo e al revisore di Firenze, mettendo all'Indice il libro. Volendo colpire a ogni costo Galileo si ricorse al documento del 26 febbraio 1616 che, interpretato cavillosamente contro la volontá di Paolo V, doveva render nulla l'approvazione ecclesiastica e quindi giustificare l'apertura del processo. La fede del Bellarmino non lasciava dubbi: Galileo aveva il diritto di occuparsi della teoria copernicana come ipotesi matematica. Senza badare all'inconseguenza, il Sant'Uffizio decise di continuare il processo, naturalmente cambiando direzione, cioè interpellò i tre teologi consultori Agostino Oregio, Melchiorre Incofer e Zaccaria Pasqualigo per sapere se Galileo avesse col suo dialogo violato il precetto di non tenere, insegnare o difendere, in qualsiasi modo, a voce o per iscritto, l'opinione copernicana. Ripetendo la formula su cui era stato impostato il processo, forse il Sant'Ufficio credeva d'aver salvato la regolaritá formale, benché ora si trattasse di stabilire se Galileo avesse sostenuto che l'idea copernicana era una veritá e non una semplice ipotesi. Tutt'e tre i teologi risposero che l'Autore dei *Massimi Sistemi* aveva insegnato che la terra gira intorno al sole, anzi Incofer e Pasqualigo avevano fortissimi dubbi che egli persistesse nell'errore condannato da Paolo V. La risposta dell'Oregio ha la data del 17 aprile ma anche gli altri due teologi avranno risposto nello stesso giorno.

Le cose si mettevano molto male per Galileo perché tra le affermazioni dei periti e le sue c'era contradizione e cosí, per accertare la veritá, si doveva ricorrere all'esame rigoroso.

L'ambasciatore Niccolini si faceva ancora molte illusioni. Il 16 aprile scriveva al Cioli che Galileo non era stato messo nelle « secrete solite darsi a' delinquenti » e che essendosi proceduto nella causa « con modi insoliti e piacevoli » c'era da sperare che Galileo sarebbe stato sbrigato presto e bene: « cosí

anche s'ha a sperar la spedizione presta e favorita ». S'intende, questi favori erano concessi da Sua Beatitudine in riguardo all'autoritá e alla stima dovute alla Serenissima Casa di Toscana. Il Niccolini non era però cieco. « Come in quel Tribunale — diceva — si tratta con uomini che non parlano, non rispondono, né in voce né per lettere, cosí anche piú difficile è il negoziarvi o penetrar i lor sensi ».

Lo stesso giorno Galileo scriveva a Geri Bocchineri, fratello di Sestilia e di Alessandra, e addetto alla segreteria granducale: « Effetto della scrittura che feci all'Em.mo Sig. Card. Barberini, credo che sia stato il cominciarsi a trattar del mio negozio, pur sotto la consueta e strettissima segretezza; per la continuazion del quale mi è convenuto restare ritirato, ma ben con insolita larghezza e comoditá, in tre camere, che sono parte di quelle dove abita il Sig. Fiscale del S.to Offizio, e con libera e ampla facoltá di passeggiare per spazii ampli. Di sanitá sto bene, per grazia di Dio e per l'esquisito governo della cortesissima casa del S. Ambasciatore e della S.ra Ambasciatrice, invigilantissima in tutte le comoditá anco per me soprabbondantissime ».

Suor Maria Celeste, avendo saputo dal Bocchineri che il padre era ritenuto nelle stanze del Sant'Uffizio, gli scrisse il 20 aprile che ne aveva avuto molto disgusto persuadendosi che egli avrebbe avuto poca quiete dell'animo e forse non tutte le comoditá. D'altra parte considerando il modo benigno con cui era stato trattato e soprattutto la giustizia della causa e la sua innocenza si consolava e pigliava speranza di felice e prospero successo, con l'aiuto di Dio benedetto a cui il suo cuore non cessava mai di esclamare e raccomandarlo con tutto l'affetto e la confidenza possibile. Dopo averlo invitato a stare di buon animo e ad aver fiducia in Dio, il quale, come padre amorevolissimo, non mai abbandona chi in Lui confida e a Lui ricorre, la primogenita di Galileo concludeva: « Carissimo Signor padre, ho voluto scrivergli adesso, acciò ella sappia che io sono a parte de i suoi travagli, il che a lei dovrebbe esser di qualche alleggerimento: non ne ho giá dato indizio ad alcun'altra, volendo che queste cose di poco gusto siano tutte mie, e quelle di contento e sodisfazione siano comuni a tutti; che però tutte

stiamo aspettando il suo ritorno, con desiderio di goder la sua conversazione con allegrezza. E chi sa che mentre adesso sto scrivendo, V. S. non si ritrovi fuora d'ogni frangente e di ogni pensiero? Piaccia pur al Signore, il quale sia quello che la consoli e con il quale la lascio ».

Galileo cominciava a vedere abbastanza chiaramente, avendo notato che molte speranze che gli erano state date in passato erano fondate piú sulle congetture che sopra la scienza; ma il 23 aprile scriveva dal letto, in cui era stato costretto a mettersi per dolori eccessivi in una coscia, che sperava di nuovo. Il Commissario e il Fiscale, che erano andati a visitarlo, gli avevano dato parola e ferma intenzione di « spedirlo » appena si fosse levato dal letto, replicandogli piú volte che stesse di buon animo e allegramente.

Il Niccolini scriveva al Cioli il 23 aprile che, secondo lui, Galileo sarebbe stato messo in libertá al ritorno del Papa da Castel Gandolfo, cioè verso l'Ascensione, e che invece sarebbero stati puniti coloro che avevano concesso la licenza di stampa. « Della materia del libro — aggiungeva — non si parla sin ora ».

Il giorno 27 il Padre Maculano, dopo avere ottenuto il permesso dal Sant'Uffizio di trattare in via privata con Galileo per persuaderlo dell'errore e indurlo a confessarlo, dopo molti e molti argomenti ottenne, per grazia del Signore, l'intento. Galileo riconobbe « di avere errato e nel suo libro di aver ecceduto » e si dispose a confessare in giudizio. Chiese solo un certo tempo per pensare al modo col quale poteva giustificare la confessione. Evidentemente il Commissario non conosceva bene Urbano VIII.

Il 30 aprile Galileo subí il secondo interrogatorio, o meglio il Commissario lo invitò parlare e egli disse che dopo aver riflettuto per piú giorni sul primo interrogatorio aveva riletto il suo Dialogo che da tre anni non aveva piú riveduto per vedere se, contro la sua purissima intenzione, per inavvertenza gli fosse uscito dalla penna qualcosa che si poteva interpretare come una disubbidienza agli ordini della Santa Chiesa. Riletto il libro, lo trovò, per il lungo disuso, quasi come scrittura nuova e di altro Autore, e doveva confessare che gli argomenti portati

per la parte falsa che intendeva mostrare inconcludenti erano presentati con tanta efficacia da produrre sul lettore l'effetto opposto e in particolare l'argomento delle macchie solari e quello della marea. Egli giustificava l'errore, tanto alieno dalla sua intenzione, non tanto col dire che gli argomenti che si vogliono confutare non vanno palliati a svantaggio dell'avversario ma piuttosto con la natural compiacenza che ognuno ha delle proprie sottigliezze. A ogni modo se avesse dovuto esporre di nuovo le stesse ragioni le avrebbe snervate in modo da non avere piú l'apparente forza di cui sono realmente prive. « È stato dunque l'error mio, e lo confesso, di una vana ambizione e di una pura ignoranza e inavvertenza ».

Tornando indietro subito dopo, dichiarò che era disposto ad aggiungere al Dialogo una o due altre giornate per ripigliare gli argomenti a favore dell'opinione condannata e confutarli nel modo piú efficace che Dio benedetto gli avrebbe suggerito.

Nello stesso giorno, dopo ottenuto il permesso da Urbano VIII, il Commissario generale concesse a Galileo, per ragioni di salute, di ritornare nel Palazzo dell'Ambasciatore, tenendolo però come carcere.

Quando Cioli fu informato della cosa, scrisse a Niccolini che il Governo non intendeva sostenere le spese per il mantenimento di Galileo se non per il primo mese. L'Ambasciatore gli rispose che alle spese pensava lui. Nota a questo proposito il Favaro che l'incidente dimostra quanto fosse grande la tirchieria del Cioli, perché gli ripugna di farne risalire la responsabilitá al Granduca.

Il 10 maggio Galileo fu chiamato per la terza volta davanti al Sant'Uffizio e il P. Commissario lo invitò a presentare le sue difese. Galileo, che era giá stato preavvisato, disse che aveva giá pronta la difesa e presentò la fede originale del Bellarmino e uno scritto che pubblicheremo integralmente nelle Note. In questo scritto Galileo confermava la deposizione precedente e quindi negava di avere scientemente e volontariamente trasgredito agli ordini; diceva che le parole *vel quovis modo docere* gli erano giunte novissime e come inaudite e chiedeva clemenza e benignitá in considerazione della sua cadente vecchiezza.

Dopo questa seduta, che aveva l'aria di essere una semplice operazione burocratica a conferma della precedente, ci fu piú d'un mese di silenzio in cui i nemici di Galileo non rimasero certo inattivi; sicché il 16 giugno il Santissimo decretò che Galileo fosse interrogato sull'intenzione, anche minacciandogli la tortura. Se non cedeva, previa l'abiura *de vehementi* in piena Congregazione del Sant'Uffizio, doveva esser condannato al carcere ad arbitrio della Congregazione; gli si doveva inoltre ordinare di non trattar piú, a parole o per iscritto, in qualsiasi modo né della mobilitá della terra né della stabilitá del sole o contro, sotto pena di recidiva; il Dialogo doveva essere proibito. Alla sentenza si doveva dare la piú grande pubblicitá.

Il martedí 21 giugno 1633 si ebbe la seduta della tortura. Si domandò a Galileo se avesse qualcosa da dire e lui rispose che non aveva da dire cosa alcuna. Allora gli si domandò da quanto tempo teneva o aveva tenuto che il sole è il centro del mondo e la terra non è il centro del mondo e si muove anche di moto diurno. Poiché Galileo confermò che, dopo la condanna dei superiori, non aveva piú tenuta l'opinione copernicana, l'Inquisitore gli ordinò di confessare la veritá, avvertendolo che, in caso contrario, avrebbe dovuto procedere contro di lui cogli opportuni rimedi di diritto e di fatto. Galileo rispose: « Io non tengo né ho tenuta questa opinione del Copernico, dopo che mi fu intimato con precetto che io dovessi lasciarla; del resto, son qua nelle loro mani, faccino quello che gli piace ». L'Inquisitore insiste che se non dirá la veritá si verrá alla tortura e Galileo: « Io son qua per far l'obedienza; e non ho tenuta questa opinione dopo la determinazione fatta, come ho detto ». E poiché, — dice qui il verbale, — nient'altro si poté avere in esecuzione del decreto, avuta la sua sottomissione, fu rimandato al suo carcere.

Il giorno dopo, nel convento domenicano di Santa Maria sopra la Minerva gli fu letta la sentenza e gli fu fatta fare l'abiura. I lettori hanno letto i due documenti nel primo volume. Avranno notato che tre dei dieci inquisitori non firmarono la sentenza: Gaspero Borgia, Laudivio Zacchia, Francesco Barberino. Uno dei firmatari, il cardinale Guido Bentivoglio,

che era stato allievo di Galileo a Padova, non avendo potuto impedire la condanna la sottoscrisse tra i rimorsi.

Quanto alla tortura, è facile capire che documenti non ce ne potevano essere. Il Sant'Uffizio e il Papa avevano interesse di tacere, tanto piú che si studiarono in ogni modo di far credere al Granduca che agivano per necessitá ma avendo i piú eccezionali riguardi per Galileo. Se non avessero applicata la tortura, chi sa come se ne sarebbero vantati! Il loro silenzio è significativo. Nemmeno Galileo poteva lasciare documenti perché si sarebbe esposto a terribili rappresaglie.

Procedendo « per via di discorso » ed esaminando con attenzione i documenti che ci son rimasti, si può intuire la veritá. Per Urbano VIII era molto importante che Galileo confessasse, perché si sarebbe avuta la prova dell'eresia e cosí il processo veniva ad essere giustificato. Senza la confessione, Galileo era soltanto sospetto, sia pure fortemente, di eresia e l'illegalitá rimaneva. Il Pontefice non poteva avere riguardi per un uomo che manifestamente si ostinava a negare la veritá. Piú chiaro è quel periodo della sentenza: « E parendo a noi che tu non avessi detto intieramente la veritá circa la tua intenzione, giudicassimo esser necessario venir contro di te al rigoroso essame; nel quale, senza però pregiudizio alcuno delle cose da te confessate e contro di te dedotte come di sopra circa la detta tua intenzione, rispondesti cattolicamente ». Galileo fu sottoposto al rigoroso esame e non, come alcuni ripetono, a un esame piú rigoroso di quello che si era fatto fino allora. Come si sa, nel linguaggio dei criminalisti rigoroso esame era un eufemismo per dire tortura e tutto fa credere che anche nella sentenza contro Galileo abbia lo stesso significato. Se l'esame si fosse limitato a una minaccia in tono diplomatico sarebbe stato una commediola e il Sant'Uffizio non aveva la minima voglia di scherzare. Non meno decisivo è il contegno di Galileo dopo la condanna, che è quello di un uomo mortalmente offeso. Dopo la condanna Galileo dimentica le cortesie ricevute, visto che gli appaiono oramai come inganni, e vede tutto nero. Il 23 luglio scrive al Cioli da Siena: « Gli scrivo adesso, spinto dal desiderio di liberarmi dal lungo tedio di una carcere di piú di sei mesi giá passati, aggiunta al tra-

vaglio e afflizion di mente di un anno intero, e anco non senza molti incomodi e pericoli corporali, e tutto addossatomi per quei miei demeriti che son noti a tutti, fuor che a quelli che mi hanno di questo e di maggior castigo giudicato colpevole ». Piú esplicito è quello che dice il 7 marzo a Elia Diodati: « I torti e l'ingiustizie, che l'invidia e la malvagitá mi hanno machinato contro, non mi hanno travagliato né mi travagliano. Anzi (restando illesa la vita e l'onore) la grandezza delle ingiurie mi è piú presto di sollevamento, e è come una specie di vendetta, e l'infamia ricade sopra i traditori e i costituiti nel piú sublime grado dell'ignoranza, madre della malignitá, dell'invidia, della rabbia e di tutti gli altri vizii e peccati scelerati e brutti. Bisogna che gli amici assenti si contentino di queste generalitá, perché i particolari, che sono moltissimi, eccedono di troppo il potere essere racchiusi in una lettera ».

Queste parole non si spiegano senza la tortura. I particolari che non si potevano scrivere per lettera si riferivano appunto alla diabolica seduta. Quando Galileo ripeté che era lí, si dovette subito iniziare la fustigazione o qualcosa del genere; ma alle nuove intimazioni egli rispose sempre che aveva detto la verità.

Il suo contegno è bello e lo riconoscono perfino gl'inquisitori con quel: « Rispondesti cattolicamente ».

I consequenziari non l'hanno capito. Quelli di destra sarebbero stati felici se egli si fosse presentato al Sant'Uffizio, scalzo, con la corda al collo e un cero in mano, ripetendo: *Mea culpa*; gli altri avrebbero preferito che si fosse precipitato nella strada come Archimede, gridando: *Eppur si muove!*, o meglio che fosse salito sul rogo, ruggendo il « motto sublime ».

Galileo non è né Bellarmino né Bruno (e tanto meno Kant o peggio Hegel), ed è assurdo pretendere che scelga tra la religione e la scienza. Certo egli si oppone con tutta la sua opera alla Chiesa della controriforma (il suo ideale sarebbe una Chiesa di cui fosse Papa, invece di Urbano VIII, Benedetto Castelli o Mons. Ciampoli); ma è convinto che la Chiesa di Urbano VIII non è la Chiesa senz'altro. La teoria copernicana è vera e sará riconosciuta necessariamente anche dalla Chiesa.

Può sconcertare quando ripete con accento di sinceritá che

non è copernicano; ma è un'espressione polemica: per gl'inquisitori esser copernicano significa essere ostinato nell'errore, eretico, delinquente.

Io lo immagino quando si fa portare i *Massimi Sistemi* e li rilegge come se fossero un'opera di altri. Gli argomenti in favore di Tolomeo ci son tutti nella piú stretta maniera e non palliati a svantaggio dell'avversario; anzi per la naturale compiacenza che Galileo ha sempre avuto delle sue sottigliezze, per quella sua abilitá di trovare, anche per le proposizioni false, ingegnosi ed apparenti discorsi di probabilitá, potrebbero sembrare piú forti di come sono. È vero che la veritá copernicana s'impone lo stesso, ma per lui e i suoi discepoli. I teologi invece chiudono gli occhi e affermano che non potrá mai esser dimostrata non dico vera ma nemmeno probabile.

Com'è noto, nella sentenza venne condannato il Dialogo galileiano; l'Autore fu condannato al carcere formale del Sant'Uffizio ad arbitrio dei giudici e gli fu imposto di dire per tre anni, una volta la settimana, i sette salmi penitenziali.

Dopo l'abiura Galileo fu tradotto al Palazzo del Sant'Uffizio, e il 23 giugno passò nel Palazzo Granducale alla Trinitá dei Monti con l'ordine di considerarsi in carcere. Egli chiese di essere trasferito a Firenze, e in seguito a ripetute istanze del Niccolini, il 30 giugno il Papa consentí che fosse relegato nel Palazzo arcivescovile di Siena. A Siena arrivò il 9 e l'arcivescovo Ascanio Piccolomini lo accolse come meritava. Secondo un anonimo che non sospettava di farne un elogio, il Piccolomini disse che l'Inquisizione non poteva né doveva riprovare le opinioni che Galileo aveva dimostrato con ragioni invincibili e che l'Autore dei *Massimi Sistemi* è il primo uomo del mondo e vivrá sempre nei suoi scritti.

Appena arrivato a Siena, Galileo cominciò a scrivere la sua opera sul moto. In seguito a molte istanze, in cui ebbe gran parte il Niccolini, alla metá di dicembre poté ritirarsi nella sua villa di Arcetri, con l'obbligo però di starvi come in carcere e perciò senza ricever visite. La gioia di stare vicino alla sua primogenita durò poco perché Suor Maria Celeste il 2 aprile 1634 morí, lasciandolo « in estrema afflizione ».

L'« ernia, — scrisse al Bocchineri, — è tornata maggior che prima, il polso fatto interciso con palpitazione di cuore; una tristizia e melanconia immensa; inappetenza estrema, odioso a me stesso, e in somma mi sento continuamente chiamare dalla mia diletta figliuola ».

Secondo Galileo, Suor Maria Celeste morí per « radunanza di umori melanconici » durante il processo. Morí bene, come bene era vissuta.

La primogenita di Galileo è una delle figure piú seducenti del mondo galileiano. Due parole di commemorazione mi sembrano un dovere.

Qualcuno avrebbe preferito che questa donna di squisito ingegno e singolare bontá, affezionatissima al Padre, avesse sposato uno dei discepoli del Padre e avesse cosí potuto prendere parte attiva alla nuova scienza. Piú romanticamente, si potrebbe pensare a un altro Fra Filippo Lippi che la rapisce dal convento e ne fa una nuova Madonna, per la sua e per la nostra gioia. Io non so davvero immaginare il suo fragile corpo tra le braccia di un uomo. Suor Maria Celeste sta benissimo nella sua cella e di lí partecipa alla vita spirituale del Padre con un'intensitá che in nessun altro modo poteva esser maggiore.

Si capisce perché Galileo la sentisse cosí sua. Ha il suo stesso ingegno tutto cose, il suo spirito arguto, la sua instancabilitá nel lavoro ed è come lui malaticcia. È insieme la sua figlia, la sua allieva e la sua amica.

È sempre dietro a mille piccole cose della vita quotidiana ma con lo sguardo rivolto in alto. È religiosissima ma senza esagerazioni. Ha notato acutamente il Favaro che se parla spesso di Dio, parla poco della Madonna e mai dei santi. Al contrario delle altre monache, non ha il santo del cuore che loro chiamavano devoto. Fa conto che il suo devoto sia il Padre, al quale confida tutti i suoi pensieri, mettendolo a parte dei suoi gusti e disgusti. La sua vita è un colloquio continuo col Padre, un'orazione continua col cuore, perché con la voce non ha tempo, un sommesso canto georgico, in fondo al quale s'intravede una grande mestizia. È fiera dell'Uomo che penetra i cieli e lo capisce ma non fa mai la saccente. Non fa

che circondarlo di amorose premure. Gli manda acqua di cannella e pasta reale, mostacciuoli e pere cotte, conserva di fiori di ramerino e vasetti di lattovaro contro la peste e, regalo d'eccezione, una rosa, « la quale, — gli scrive, — come cosa straordinaria in quella stagione, dovrá da lei esser molto gradita ».

Il Padre le preme piú di ogni altra cosa al mondo. Quando ne riceve buone notizie o s'impegna in suo servizio, prende « infinito contento »; quando non lo vede da qualche tempo si strugge dal desiderio di rivederlo e va fabbricando castelli in aria. Se il Padre si lagna perché non gli scrive, risponde che vorrebbe ogni giorno ricevere sue lettere e ogni giorno mandargliene, stimando questa la maggior soddisfazione che possa dare e ricevere da lui; ma aggiunge che scrive sempre con molta strettezza di tempo, sicché sabato non poté scrivere; ma « (sia detto con sua pace) ho caro che seguissi, perché in quelle sue lamentazioni scorgo un eccesso di affetto dal quale son mosse, e me ne glorio ».

Non si abbatte né si agita mai. Una sola volta si altera « da ver davvero: ma però di quell'adirazione alla quale ci esorta il santo Re David in quel salmo ove dice, *Irascimini et nolite peccare* »: quando il Padre crede che ella voglia rivederlo per via dei regalini che le porta, il che è tanto differente dal suo pensiero quanto sono le tenebre dalla luce.

Qualche volta è faceta, come Galileo negli anni giovanili. Avendo distrattamente creduto uova di bufala certi latticini detti uova bufaline: « Signor Padre, — gli scrive, — vi fo sapere, ch'io sono una Bufola, assai maggior di quelle che sono in coteste maremme, perché vedendo che V. S. mi scrive di mandar sette uova di cotesto animale, mi credevo che veramente fossino uova e facevo disegno di far una grossa frittata, persuadendo che fussino grandissime, e ne avevo fatto allegrezza con Suor Luisa, la quale non ha avuto poco da ridere della mia goffaggine ». E quando sa che anche l'arcivescovo è stato informato della goffaggine: « Non potei non arrossire, — dice, — se bene dall'altra banda ho caro d'aver dato a V. S. materia di ridere e rallegrarsi, ché per questo molte volte gli scrivo delle scioccherie ».

Avuta all'improvviso notizia della condanna dei *Massimi Sistemi,* in cui vede un nuovo travaglio del Padre, ne ha « trafitta l'anima d'estremo dolore ». Ma subito si riprende e invita il Padre a sostenere la burrasca con fortezza d'animo, non dimenticando la « fallacia e instabilitá di tutte le cose di questo mondaccio ». E quando Galileo le scrive che si sente come cancellato dal libro dei viventi, protesta con affettuosa energia. Letta la sentenza, trova modo di giovargli « un qualche pocolino », addossandosi di recitare una volta la settimana i sette salmi. « Cosí avess'io potuto supplire nel resto, ché molto volentieri mi sarei eletto una carcere assai piú stretta di questa in che mi trovo, per liberarne lei ».

Nessuna protesta contro la Chiesa, ma nessuna concessione e nessun dubbio. D'accordo col Padre, Suor Maria Celeste sa che il dissidio non è tra Galileo e la Chiesa ma tra le idee nuove impersonate dal Padre e « questo mondaccio », ossia lo spirito della controriforma.

Alla fine del 1634 il dialogo del moto era pronto ma in Italia non si poteva pubblicare, essendo state proibite tutte le opere di Galileo pubblicate e da pubblicarsi. Galileo riuscí a pubblicato a Leida dagli Elzeviri, i quali gli diedero il titolo che ha adesso: *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica ed ai movimenti locali.* Il titolo, che si suole abbreviare in *Dialoghi delle Nuove Scienze,* è sembrato a Galileo volgare troppo per non dire plebeo. Questo volume è il capolavoro scientifico di Galileo (non il capolavoro senz'altro, che secondo me rimane il *Dialogo dei Massimi Sistemi).* È la prima sistemazione della meccanica classica o meccanica di Galileo e Newton.

Quando l'opera di Galileo uscí, il buon vecchio era giá divenuto « irreparabilmente del tutto cieco ». Il 2 gennaio 1638 scriveva a Elia Diodati: « Or pensi V. S. in quale afflizione io mi ritrovo, mentre che vo considerando che quel cielo, quel mondo e quello universo che io con mie maravigliose osservazioni e chiare dimostrazioni aveva ampliato per cento e mille volte piú del comunemente veduto da' sapienti di tutti i se-

coli passati, ora per me s'è sí diminuito e ristretto, ch'e' non è maggiore di quel che occupa la persona mia».

Nel suo carcere di Arcetri Galileo continuò a lavorare. Scrisse molte postille antiperipatetiche, che avrebbe voluto raccogliere in volume, molte lettere ai suoi amici e una delle cose piú belle: la *Lettera sul candore lunare,* che abbiamo pubblicato nell'altro volume. Si occupò molto del problema della longitudine, svolgendo lunghe trattative con gli Stati Generali di Olanda. Intendeva anzi mandare in Olanda il P. Vincenzo Renieri, che aveva continuato i suoi studi sui satelliti di Giove.

Negli ultimi anni ebbe l'assistenza del Castelli, di P. Clemente Settimi, delle Scuole Pie, che ebbe anche noie dall'Inquisizione, del giovanissimo Vincenzo Viviani, che si considerò come l'ultimo discepolo e ne scrisse la Vita, e di un altro giovane, che è il piú grande dei suoi discepoli: Evangelista Torricelli.

Nei primi del novembre 1641 gli venne una febbriciattola continua e un gran dolor di reni. Il gentiluomo fiorentino Pier Francesco Rinuccini, che era andato a visitarlo, scriveva a Leopoldo de' Medici: «Questi mali, alla sua etá, mi par che devano far temere della sua vita. Egli con tutto ciò discorre con l'istessa franchezza che facea fuori del letto; e mi disse che aveva grandissima soddisfazione del nuovo mattematico Torricelli, e che aveva ricevuto grandissimo gusto in sentir confrontare alcune nuove dimostrazioni tra lui e 'l Viviani, del quale mi disse un monte di bene, e m'ordinò ch'io lo scrivessi a V. A.». Morí infatti l'8 gennaio 1642. Il Viviani precisa che aveva settantasette anni, dieci mesi e venti giorni e che erano le quattro di notte. Il 20 dicembre 1641 aveva scritto la sua ultima lettera all'amica Alessandra Bocchineri, pregandola di condonare la non volontaria brevitá alla gravezza del male e baciandole con affetto cordialissimo le mani.

SEB. TIMPANARO

DIALOGHI

DELLE NUOVE SCIENZE

ALLO ILLUSTRISSIMO SIGNORE
IL SIGNORE

CONTE DI NOAILLES

Consiglier di Sua Maestá Cristianissima, Cavalier dell'Ordine di Santo Spirito, Mariscalco de' suoi campi ed esserciti, Siniscalco e Governatore di Roerga e Luogotenente per sua Maestá in Overgna, mio Signore e Padrone colendissimo

Illustrissimo Signore,

Riconosco per uno effetto della magnanimitá di V. S. Illustrissima quanto gli è piaciuto disporre di questa opera mia; non ostante che (come ella sa), confuso e sbigottito da i mal fortunati successi di altre mie opere, avendo meco medesimo determinato di non esporre in pubblico mai piú alcuna delle mie fatiche, ma solo, acciò del tutto non restassero sepolte, essendomi persuaso di lasciarne copia manuscritta in luogo conspicuo al meno a molti intelligenti delle materie da me trattate, e per ciò avendo fatto elezzione, per il primo e piú illustre luogo, di depositarle in mano di V. S. Illustrissima, sicuro che, per sua particolare affezzione verso di me, avrebbe avuto a cuore la conservazione de' miei studii e fatiche; e per ciò nel suo passaggio di qua, ritornando dalla sua ambasciata di Roma, fui a riverirla personalmente, sí come piú volte avevo fatto per lettere; e con tale incontro presentai a V. S. Illustrissima la copia di queste due opere che allora mi trovavo avere in pronto, le quali benignamente mostrò di gradire molto e di essere per farne sicura

conserva, e, col participarle in Francia a qualche amico suo, perito di queste scienzie, mostrare che, se bene tacevo, non però passavo la vita del tutto ociosamente. Andavo dipoi apparecchiandomi di mandarne alcune altre copie in Germania, in Fiandra, in Inghilterra, in Spagna, e forse anco in qualche luogo d'Italia, quando improvisamente vengo da gli Elzevirii avvisato come hanno sotto il torchio queste mie opere, e che però io deva prendere risoluzione circa la dedicatoria e prontamente mandargli il mio concetto sopra di ciò. Mosso da questa inopinata ed inaspettata nuova, sono andato meco medesimo concludendo che la brama di V. S. Illustrissima di suscitare ed ampliare il nome mio, col participare a diversi i miei scritti, abbia cagionato che sieno pervenuti nelle mani de' detti stampatori, li quali, essendosi adoperati in publicare altre mie opere, abbiano voluto onorarmi di mandarle alla luce sotto le loro bellissime ed ornatissime stampe. Per ciò questi miei scritti debbono risentirsi per aver avuta la sorte d'andar nell'arbitrio d'un sí gran giudice, il quale, nel maraviglioso concorso di tante virtú che rendono V. S. Illustrissima ammirabile a tutti, ella con incomparabile magnanimitá, per zelo anco del ben publico, a cui gli è parso che questa mia opera dovesse conferire, ha voluto allargargli i termini ed i confini dell'onore. Sí che, essendo il fatto ridotto in cotale stato, è ben ragionevole che io con ogni segno piú conspicuo mi dimostri grato riconoscitore del generoso affetto di V. S. Illustrissima, che ha avuto a cuore di accrescermi la mia fama con farli spiegar le ale liberamente sotto il cielo aperto, dove che a me pareva assai dono che ella restasse in spazii piú angusti. Per tanto al nome vostro, Illustrissimo Signore, conviene che io dedichi e consacri questo mio parto; al che fare mi strigne non solo il cumulo de gli oblighi che gli tengo, ma l'interesse ancora, il quale (siami lecito cosí dire) mette in obligo

V. S. Illustrissima di difendere la mia riputazione contro a chi volesse offenderla, mentre ella mi ha posto in steccato contro a gli avversarii. Onde, facendomi avanti sotto il suo stendardo e protezzione, umilmente me le inchino, con augurarle per premio di queste sue grazie il colmo d'ogni felicitá e grandezza.

Di V. S. Illustrissima

Devotissimo Servitore

Galileo Galilei.

D'Arcetri, li 6 Marzo 1638.

LO STAMPATORE A I LETTORI.

Trattenendosi la vita civile mediante il mutuo e vicendevole soccorso de gli uomini gli uni verso gli altri, ed a ciò servendo principalmente l'uso delle arti e delle scienzie, per questo gl'inventori di esse sono sempre stati tenuti in grande stima, e molto riveriti dalla savia antichitá; e quanto piú eccellente o utile è stata qualche invenzione, tanto maggior laude ed onore ne è stato attribuito a gl'inventori, fin ad essere stati deificati (avendo gli uomini, per commun consenso, con tal segno di supremo onore voluto perpetuare la memoria de gli autori del loro bene essere). Parimente quelli i quali con l'acutezza de i loro ingegni hanno riformato le cose giá trovate, scoprendo le fallacie e gli errori di molte e molte proposizioni portate da uomini insigni e ricevute per vere per molte etá, sono degni di gran lode ed ammirazione; atteso medesimamente che tale scoprimento è laudabile, se bene i medesimi scopritori avesseno solamente rimossa la falsitá, senza introdurne la veritá, per sé tanto difficile a conseguirsi, conforme al detto del principe de gli oratori: *Utinam tam facile possem vera reperire, quam falsa convincere.* Ed in fatti il merito di questa lode è dovuto a questi nostri ultimi secoli, ne i quali le arti e le scienzie, ritrovate da gli antichi, per opera di perspicacissimi ingegni sono, per molte prove ed esperienzie, state ridotte a gran perfezzione, la quale ogni dí va augumentandosi: ed in particolare questo appa-

risce nelle scienzie matematiche, nelle quali (lasciando i diversi che si ci sono adoperati con gran lode e gran successo) al nostro Signore Galileo Galilei, Accademico Linceo, senza alcun contrasto, anzi con l'applauso e l'approbazione universale di tutti i periti, meritamente sono dovuti li primi gradi, sí per aver mostrato la non concludenza di molte ragioni intorno a varie conclusioni, con salde dimostrazioni confermate (come ne sono piene le opere sue giá publicate), sí anco per aver col telescopio (uscito prima di queste nostre parti, ma da esso ridotto poi a perfezzione molto maggiore) scoperto e data, prima di tutti, la notizia delle quattro stelle satelliti di Giove, della vera e certa dimostrazione della Via Lattea, delle macchie solari, delle rugositá e parti nebulose della Luna, di Saturno tricorporeo, Venere falcata, della qualitá e disposizion delle comete; tutte cose non conosciute mai da gli astronomi né da i filosofi antichi, di maniera che puote dirsi, esser per esso con nuova luce comparsa al mondo e ristorata l'astronomia: dall'eccellenza della quale (in quanto ne' cieli e ne i corpi celesti con maggiore evidenza ed ammirazione che in tutte le altre creature risplende la potenza sapienzia e bontá del supremo Fattore) risulta la grandezza del merito di chi ce ne ha aperta la conoscenza, con aversi resi tali corpi distintamente conspicui, non ostante la loro distanza, quasi infinita, da noi; poi che, secondo il dire volgato, l'aspetto insegna assai piú e con maggior certezza in un sol giorno che non potriano fare i precetti, quantunque mille volte reiterati, la notizia intuitiva (come disse un altro) andando del pari con la definizione. Ma molto piú si fa manifesta la grazia concedutagli da Dio e dalla natura (per mezzo però di molte fatiche e vigilie) nella presente opera, nella quale si vede, lui essere stato ritrovatore di due intere scienzie nuove, e da i loro primi principii e fondamenti concludentemente, cioè geometricamente, dimo-

strate: e, quello che deve rendere piú maravigliosa questa opera, una delle due scienze è intorno a un suggetto eterno, principalissimo in natura, speculato da tutti i gran filosofi, e sopra il quale ci sono moltissimi volumi scritti; parlo del moto locale, materia d'infiniti accidenti ammirandi, nessuno de' quali è sin qui stato trovato, non che dimostrato, da alcuno: l'altra scienzia, pure da i suoi principii dimostrata, è intorno alla resistenza che fanno i corpi solidi all'essere per violenza spezzati; notizia di grande utilitá, e massime nelle scienzie ed arti mecaniche, ed essa ancora piena d'accidenti e proposizioni sin qui non osservate. Di queste due nuove scienzie, piene di proposizioni che in infinito saranno accresciute col progresso del tempo da gl'ingegni specolativi, in questo libro si aprono le prime porte, e con non piccolo numero di proposizioni dimostrate si addita il progresso e trapasso ad altre infinite, sí come da gl'intelligenti sará facilmente inteso e riconosciuto.

GIORNATA PRIMA.

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO E SIMPLICIO.

SAL. Largo campo di filosofare a gl'intelletti specolativi parmi che porga la frequente pratica del famoso arsenale di voi, Signori Veneziani, ed in particolare in quella parte che mecanica si domanda; atteso che quivi ogni sorte di strumento e di machina vien continuamente posta in opera da numero grande d'artefici, tra i quali, e per l'osservazioni fatte dai loro antecessori, e per quelle che di propria avvertenza vanno continuamente per se stessi facendo, è forza che ve ne siano de i peritissimi e di finissimo discorso.

SAGR. V. S. non s'inganna punto: ed io, come per natura curioso, frequento per mio diporto la visita di questo luogo e la pratica di questi che noi, per certa preminenza che tengono sopra 'l resto della maestranza, domandiamo proti; la conferenza de i quali mi ha piú volte aiutato nell'investigazione della ragione di effetti non solo maravigliosi, ma reconditi ancora e quasi inopinabili. È vero che tal volta anco mi ha messo in confusione ed in disperazione di poter penetrare come possa seguire quello che, lontano da ogni mio concetto, mi dimostra il senso esser vero. E pur quello che poco fa ci diceva quel buon vecchio è un dettato ed una proposizione ben assai vulgata; ma però io la reputava in tutto vana, come

molte altre che sono in bocca de i poco intelligenti, credo da loro introdotte per mostrar di saper dir qualche cosa intorno a quello di che non son capaci.

SAL. V. S. vuol forse dire di quell'ultimo pronunziato ch'ei profferí mentre ricercavamo d'intendere per qual ragione facevano tanto maggior apparecchio di sostegni, armamenti ed altri ripari e fortificazioni, intorno a quella gran galeazza che si doveva varare, che non si fa intorno a vasselli minori; dove egli rispose, ciò farsi per evitare il pericolo di direnarsi, oppressa dal gravissimo peso della sua vasta mole, inconveniente al quale non son soggetti i legni minori?

SAGR. Di cotesto intendo, e sopra tutto dell'ultima conclusione ch'ei soggiunse, la quale io ho sempre stimata concetto vano del vulgo; cioè che in queste ed altre simili machine non bisogna argumentare dalle piccole alle grandi, perché molte invenzioni di machine riescono in piccolo, che in grande poi non sussistono. Ma essendo che tutte le ragioni della mecanica hanno i fondamenti loro nella geometria, nella quale non veggo che la grandezza e la piccolezza faccia i cerchi, i triangoli, i cilindri, i coni e qualunque altre figure solide, soggette ad altre passioni queste e ad altre quelle; quando la machina grande sia fabricata in tutti i suoi membri conforme alle proporzioni della minore, che sia valida e resistente all'esercizio al quale ella è destinata, non so vedere perché essa ancora non sia esente da gl'incontri che sopraggiugner gli possono, sinistri e destruttivi.

SAL. Il detto del vulgo è assolutamente vano; e talmente vano, che il suo contrario si potrá profferire con altrettanta veritá, dicendo che molte machine si potranno far piú perfette in grande che in piccolo: come, per esempio, un oriuolo, che mostri e batta le ore, piú giusto si fará d'una tal grandezza che di un'altra minore. Con miglior fondamento usurpano quel medesimo detto altri

piú intelligenti, i quali della riuscita di tali machine grandi, non conforme a quello che si raccoglie dalle pure ed astratte dimostrazioni geometriche, ne rimettono la causa nell'imperfezzione della materia, che soggiace a molte alterazioni ed imperfezzioni. Ma qui non so s'io potrò, senza inciampare in qualche nota di arroganza, dire che né anco il ricorrere all'imperfezzioni della materia, potenti a contaminare le purissime dimostrazioni matematiche, basti a scusare l'inobbedienza delle machine in concreto alle medesime astratte ed ideali: tuttavia io pure il dirò, affermando che, astraendo tutte l'imperfezzioni della materia e supponendola perfettissima ed inalterabile e da ogni accidental mutazione esente, con tutto ciò il solo esser materiale fa che la machina maggiore, fabbricata dell'istessa materia e con l'istesse proporzioni che la minore, in tutte l'altre condizioni risponderá con giusta simmetria alla minore, fuor che nella robustezza e resistenza contro alle violente invasioni; ma quanto piú sará grande, tanto a proporzione sará piú debole. E perché io suppongo, la materia essere inalterabile, cioè sempre l'istessa, è manifesto che di lei, come di affezzione eterna e necessaria, si possano produr dimostrazioni non meno dell'altre schiette e pure matematiche. Però, Sig. Sagredo, revochi pur l'opinione che teneva, e forse insieme con molti altri che nella mecanica han fatto studio, che le machine e le fabbriche composte delle medesime materie, con puntuale osservanza delle medesime proporzioni tra le loro parti, debban esser egualmente, o, per dir meglio, proporzionalmente, disposte al resistere ed al cedere alle invasioni ed impeti esterni, perché si può geometricamente dimostrare, sempre le maggiori essere a proporzione men resistenti che le minori; sí che ultimamente non solo di tutte le machine e fabbriche artifiziali, ma delle naturali ancora, sia un termine necessariamente ascritto, oltre al quale né l'arte né

la natura possa trapassare: trapassar, dico, con osservar sempre l'istesse proporzioni con l'identitá della materia.

SAGR. Io giá mi sento rivolgere il cervello, e, quasi nugola dal baleno repentinamente aperta, ingombrarmisi la mente da momentanea ed insolita luce, che da lontano mi accenna e subito confonde ed asconde imaginazioni straniere ed indigeste. E da quanto ella ha detto parmi che dovrebbe seguire che fusse impossibil cosa costruire due fabbriche dell'istessa materia simili e diseguali, e tra di loro con egual proporzione resistenti; e quando ciò sia, sará anco impossibile trovar due sole aste dell'istesso legno tra di loro simili in robustezza e valore, ma diseguali in grandezza.

SAL. Cosí è, Sig. Sagredo: e per meglio assicurarci che noi convenghiamo nel medesimo concetto, dico che se noi ridurremo un'asta di legno a tal lunghezza e grossezza, che fitta, v. g., in un muro ad angoli retti, cioè parallela all'orizonte, sia ridotta all'ultima lunghezza che si possa reggere, sí che, allungata un pelo piú, si spezzasse, gravata dal proprio peso, questa sará unica al mondo; tal che essendo, per esempio, la sua lunghezza centupla della sua grossezza, nissuna altra asta della medesima materia potrá ritrovarsi che, essendo in lunghezza centupla della sua grossezza, sia, come quella, precisamente abile a sostener se medesima, e nulla di piú; ma tutte le maggiori si fiaccheranno, e le minori saranno potenti a sostener, oltre al proprio peso, qualch'altro appresso. E questo che io dico dello stato di regger se medesimo, intendasi detto di ogni altra costituzione; e cosí se un corrente potrá reggere il peso di dieci correnti suoi eguali, una trave simile a lui non potrá altramente regger il peso di dieci sue eguali. Ma notino in grazia V. S. e 'l Sig. Simplicio nostro, quanto le conclusioni vere, benché nel primo aspetto sembrino improbabili, additate solamente qualche poco, depongono le vesti che

le occultavano, e nude e semplici fanno de' lor segreti gioconda mostra. Chi non vede come un cavallo cadendo da un'altezza di tre braccia o quattro si romperá l'ossa, ma un cane da una tale, e un gatto da una di otto o dieci, non si fará mal nissuno, come né un grillo da una torre, né una formica precipitandosi dall'orbe lunare? i piccoli fanciulli restare illesi in cadute, dove i provetti si rompono gli stinchi o la testa? E come gli animali piú piccoli sono, a proporzione, piú robusti e forti de i maggiori, cosí le piante minori meglio si sostentano: e giá credo che amendue voi apprendiate che una quercia dugento braccia alta non potrebbe sostenere i suoi rami sparsi alla similitudine di una di mediocre grandezza, e che la natura non potrebbe fare un cavallo grande per venti cavalli, né un gigante dieci volte piú alto di un uomo, se non o miracolosamente o con l'alterar assai le proporzioni delle membra ed in particolare dell'ossa, ingrossandole molto e molto sopra la simmetria dell'ossa comuni. Il creder parimente che nelle machine artifiziali egualmente siano fattibili e conservabili le grandissime e le piccole, è errore manifesto: e cosí, per esempio, piccole guglie, colonnette ed altre solide figure, sicuramente si potranno maneggiare distendere e rizzare, senza risico di rompersi, che le grandissime per ogni sinistro accidente andranno in pezzi, e non per altra cagione che per il lor proprio peso. E qui è forza che io vi racconti un caso degno veramente di esser saputo, come sono tutti gli accidenti che accascano fuori dell'aspettazione, e massime quando il partito preso per ovviare a uno inconveniente riesce poi causa potissima del disordine. Era una grossissima colonna di marmo distesa, e posata, presso alle sue estremitá, sopra due pezzi di trave; cadde in pensiero dopo certo tempo ad un mecanico che fusse bene, per maggiormente assicurarsi che gravata dal proprio peso non si rompesse nel mezzo, supporgli anco in questa

parte un terzo simile sostegno: parve il consiglio generalmente molto opportuno, ma l'esito lo dimostrò essere stato tutto l'opposito, atteso che non passarono molti mesi che la colonna si trovò fessa e rotta, giusto sopra il nuovo appoggio di mezzo.

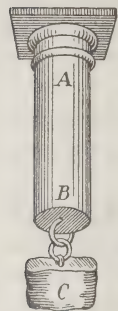
SIMPL. Accidente in vero maraviglioso e veramente *praeter spem*, quando però fusse derivato dall'aggiugnervi il nuovo sostegno di mezzo.

SAL. Da quello sicuramente derivò egli, e la riconosciuta cagion dell'effetto leva la maraviglia: perché, deposti in piana terra i due pezzi della colonna, si vedde che l'uno de i travi, su 'l quale appoggiava uno delle testate, si era, per la lunghezza del tempo, infracidato ed avvallato, e, restando quel di mezzo durissimo e forte, fu causa che la metá della colonna restasse in aria, abbandonata dall'estremo sostegno; onde il proprio soverchio peso gli fece fare quello che non avrebbe fatto se solo sopra i due primi si fusse appoggiata, perché all'avvalarsi qual si fusse di loro, ella ancora l'arebbe seguíto. E qui non si può dubitare che tal accidente non sarebbe avvenuto in una piccola colonna, benché della medesima pietra e di lunghezza rispondente alla sua grossezza con la proporzione medesima della grossezza e lunghezza della colonna grande.

SAGR. Giá sin qui resto io assicurato della veritá dell'effetto, ma non penetro giá la ragione come, nel crescersi la materia, non deva con l'istesso ragguaglio multiplicarsi la resistenza e gagliardia; e tanto piú mi confondo, quanto per l'opposito veggo in altri casi crescersi molto piú la robustezza e la resistenza al rompersi, che non cresce l'ingrossamento della materia: che se, v. g., saranno due chiodi fitti in un muro, l'uno piú grosso il doppio dell'altro, quello reggerá non solamente doppio peso di questo, ma triplo e quadruplo.

SAL. Dite pur ottuplo, né direte lontano dal vero: né questo effetto contraria a quello, ancor che in sembiante apparisca cosí diverso.

SAGR. Adunque, Sig. Salviati, spianateci questi scogli e dichiarateci queste oscuritá, se ne avete il modo, ché ben conietturo, questa materia delle resistenze essere un campo pieno di belle ed utili contemplazioni; e se vi contentate che questo sia il soggetto de i nostri ragionamenti di oggi, a me, e credo al Sig. Simplicio, sará gratissimo.

SAL. Non posso mancar di servirle, purché la memoria serva me in sumministrarmi quello che giá appresi dal nostro Accademico, che sopra tal materia aveva fatte molte speculazioni, e tutte, conforme al suo solito, geometricamente dimostrate, in modo che, non senza ragione, questa sua potrebbe chiamarsi una nuova scienza; perché se bene alcune delle conclusioni sono state da altri, e prima di tutti da Aristotele, osservate, tuttavia né sono delle piú belle, né (quello che piú importa) da i loro primarii e indubitati fondamenti con necessarie dimostrazioni provate. E perché, come dico, voglio dimostrativamente accertarvi, e non con solamente probabili discorsi persuadervi, supponendo che abbiate quella cognizione delle conclusioni mecaniche, da altri sin qui fondatamente trattate, che per il nostro bisogno sará necessaria, conviene che avanti ogni altra cosa consideriamo qual effetto sia quello che si opera nella frazzione di un legno o di altro solido, le cui parti saldamente sono attaccate; perché questa è la prima nozione, nella qual consiste il primo e semplice principio che come notissimo conviene supporsi. Per piú chiara esplicazione di che, segniamo il cilindro o prisma A B di legno o di altra materia solida e coerente, fermato di sopra in A e pendente a piombo, al quale nell'altra estremitá B sia attaccato il peso C: è manifesto che, qualunque si sia la

tenacitá e coerenza tra di loro delle parti di esso solido, pur che non sia infinita, potrá esser superata dalla forza del traente peso C, la cui gravitá pongo che possa accrescersi quanto ne piace, e esso solido finalmente si strapperá, a guisa d'una corda. E sí come nella corda noi intendiamo, la sua resistenza derivare dalla moltitudine delle fila della canapa che la compongono, cosí nel legno si scorgono le sue fibre e filamenti distesi per lungo, che lo rendono grandemente piú resistente allo strappamento che non sarebbe qualsivoglia canapo della medesima grossezza: ma nel cilindro di pietra o di metallo la coerenza (che ancora par maggiore) delle sue parti depende da altro glutine che da filamenti o fibre; e pure essi ancora da valido tiramento vengono spezzati.

SIMPL. Se il negozio procede come voi dite, intendo bene che i filamenti nel legno, che son lunghi quanto l'istesso legno, posson renderlo gagliardo e resistente a gran forza che se gli faccia per romperlo; ma una corda composta di fili di canapa non piú lunghi di due o tre braccia l'uno, come potrá ridursi alla lunghezza di cento, restando tanto gagliarda? In oltre vorrei anco sentire la vostra opinione intorno all'attaccamento delle parti de i metalli, delle pietre e di altre materie prive di tali filamenti, che pur, s'io non m'inganno, è anco piú tenace.

SAL. In nuove specolazioni, e non molto al nostro intento necessarie, converrá divertire, se dovremo delle promosse difficoltá portar le soluzioni.

SAGR. Ma se le digressioni possono arrecarci la cognizione di nuove veritá, che pregiudica a noi, non obbligati a un metodo serrato e conciso, ma che solo per proprio gusto facciamo i nostri congressi, digredir ora per non perder quelle notizie che forse, lasciata l'incon-

trata occasione, un'altra volta non ci si rappresenterebbe? anzi chi sa che bene spesso non si possano scoprir curiositá piú belle delle primariamente cercate conclusioni? Pregovi per tanto io ancora a dar sodisfazione al Sig. Simplicio ed a me, non men di esso curioso e desideroso d'intender qual sia quel glutine che sí tenacemente ritien congiunte le parti de i solidi, che pur finalmente sono dissolubili: cognizione che pur anco è necessaria per intender la coerenza delle parti de gli stessi filamenti, de i quali alcuni de i solidi son composti.

SAL. Eccomi a servirvi, poiché cosí vi piace. È la prima difficoltá, come possano i filamenti d'una corda lunga cento braccia sí saldamente connettersi insieme (non essendo ciascheduno di essi lungo piú di due o tre), che gran violenza ci voglia a disseparargli. Ma ditemi, Sig. Simplicio: non potreste voi d'un sol filo di canapa tener l'una dell'estremitá talmente stretta fra le dita, che io, tirando dall'altra, prima che liberarlo dalla vostra mano, lo rompessi? Certo sí. Quando dunque i fili della canapa fusser non solo nell'estremitá, ma in tutta la lor lunghezza, con gran forza da chi gli circondasse tenuti stretti, non è manifesta cosa che lo sbarbargli da chi gli strigne sarebbe assai piú difficile che il rompergli? Ma nella corda l'istesso atto dell'attorcerla strigne le fila scambievolmente tra di loro in maniera, che tirando poi con gran forza la fune, i suoi filamenti si spezzano, e non si separano l'uno dall'altro; come manifestamente si conosce dal vedersi nella rottura i filamenti cortissimi, e non lunghi almeno un braccio l'uno, come dovria vedersi quando la division della corda si facesse non per lo strappamento delle fila, ma per la sola separazione dell'uno dall'altro strisciando.

SAGR. Aggiungasi, in confermazion di questo, il vedersi tal volta romper la corda non per il tirarla per lo lungo, ma solo per il soverchiamente attorcerla: argu-

mento, par a me, concludente, le fila esser talmente tra di loro scambievolmente compresse, che le comprimenti non permettono alle compresse scorrer quel minimo che, che sarebbe necessario per allungar le spire, acciò potessero circondar la fune che nel torcimento si scorcia ed in consequenza qualche poco s'ingrossa.

SAL. Voi benissimo dite: ma considerate appresso come una veritá si tira dietro l'altra. Quel filo che stretto tra le dita non segue chi, con qualche forza tirandolo, vorrebbe di tra esse sottrarlo, resiste perché da doppia compressione vien ritenuto; avvenga che non meno il dito superiore preme contro all'inferiore, che questo si prema contro a quello. E non è dubbio che quando di queste due premure se ne potesse ritenere una sola, resterebbe la metá di quella resistenza che dalle due congiunte dependeva; ma perché non si può con l'alzar, v. g., il dito superiore levar la sua pressione senza rimuover anco l'altra parte, conviene con nuovo artifizio conservarne una di loro, e trovar modo che l'istesso filo comprima se medesimo contro al dito o altro corpo solido sopra 'l quale si posa, e far sí che l'istessa forza che lo tira per separarnelo, tanto piú ve lo comprima, quanto piú gagliardamente lo tira: e questo si conseguirá con l'avvolgere a guisa di spira il filo medesimo intorno al solido; il che acciò meglio s'intenda, ne segnerò un poco di figura. E questi A B, C D siano due cilindri, e tra essi disteso il filo E F, che per maggior chiarezza ce lo figureremo essere una cordicella: non è dubbio, che premendo gagliardamente i due cilindri l'uno contro all'altro, la corda F E, tirata dall'estremitá F, resisterá a non piccola violenza prima che scorrere tra i due solidi comprimentila; ma se rimuoveremo l'uno di loro, la corda, benché continui di toccar l'altro, non però da tal toccamento sará ritenuta che liberamente non scorra. Ma se ritenendola, benché debolmente, attaccata verso la sommitá del

cilindro A, l'avvolgeremo intorno a quello a foggia di spira A F L O T R, e dal capo R la tireremo, è manifesto che ella comincerá a strignere il cilindro; e se le spire e volute saranno molte, sempre piú, nel validamente tirare, si comprimerá la corda addosso al cilindro; e facendosi, con la multiplicazione delle spire, piú lungo il toccamento, ed in consequenza men superabile, difficile si fará sempre piú lo scorrer della corda, e l'acconsentir alla traente forza. Or chi non vede che tale è la resistenza delle filamenta, che con mille e mille simili avvolgimenti il grosso canapo contessono? Anzi lo strignimento di simili tortuositá collega tanto tenacemente, che di non molti giunchi, né anco molto lunghi, sí che poche son le spire con le quali tra di loro s'intrecciano, si compongono robustissime funi, che mi par che domandino *suste*.

SAGR. Cessa per il vostro discorso nella mia mente la maraviglia di due effetti, de i quali le ragioni non bene erano comprese da me. Uno era il vedere come due o al piú tre rivolte del canapo intorno al fuso dell'argano potevano non solamente ritenerlo, che, tirato dall'immensa forza del peso che ei sostiene, scorrendo non gli cedesse, ma che di piú, girando l'argano, il medesimo fuso, col solo toccamento del canapo che lo strigne, potesse con li succedenti ravvolgimenti tirare e sollevare vastissime pietre, mentre che le braccia d'un debile ragazzo vanno ritenendo e radunando l'altro capo del medesimo canapo. L'altro è d'un semplice ma arguto ordigno, trovato da un giovane mio parente, per poter con una corda calarsi da una finestra senza scorticarsi crudelmente le palme delle mani, come poco tempo avanti gli era intervenuto con sua grandissima offesa. Ne farò, per facile intelligenza, un piccolo schizzo. Intorno a un simil ci-

lindro di legno A B, grosso come una canna e lungo circa un palmo, incavò un canaletto in forma di spira, di una voluta e mezo e non piú, e di larghezza capace della corda che voleva adoprare: e questa fece entrare per il canale dal termine A ed uscire per l'altro B, circondando poi tal cilindro e corda con un cannone pur di legno, o vero anco di latta, ma diviso per lungo ed ingangherato, sí che liberamente potesse aprirsi e chiudersi: ed abbracciando poi e strignendo con ambe le mani esso cannone, raccomandata la corda a un fermo ritegno di sopra, si sospese su le braccia; e riuscí tale la compressione della corda tra 'l cannone ambiente e 'l cilindro, che, ad arbitrio suo, strignendo fortemente le mani poteva sostenersi senza calare, ed allentandole un poco si calava lentamente a suo piacimento.

SAL. Ingegnosa veramente invenzione; e per intera esplicazione della sua natura, mi par di scorgere cosí per ombra che qualche altra specolazione si potesse aggiugnere: ma non voglio per ora digredir piú sopra di questo particolare e massime volendo voi sentir il mio pensiero intorno alla resistenza allo strapparsi de gli altri corpi, la cui testura non è di filamenti, come quella delle funi e della maggior parte de i legni; ma la coerenza delle parti loro in altre cagioni par che consista, le quali, per mio giudizio, si riducono a due capi: l'uno de i quali è quella decantata repugnanza che ha la natura all'ammettere il vacuo; per l'altro bisogna (non bastando questo del vacuo) introdur qualche glutine, visco o colla, che tenacemente colleghi le particole delle quali esso corpo è composto. Dirò prima del vacuo, mostrando con chiare esperienze quale e quanta sia la sua virtú. E prima, il vedersi, quando ne piaccia, due piastre di marmo, di metallo o di vetro, esquisitamente spianate

pulite e lustre, che, posata l'una su l'altra, senza veruna fatica se gli muove sopra strisciando (sicuro argumento che nissun glutine le congiugne), ma che volendo separarle, mantenendole equidistanti, tal repugnanza si trova, che la superiore solleva e si tira dietro l'altra e perpetuamente la ritiene sollevata, ancorché assai grossa e grave, evidentemente ci mostra l'orrore della natura nel dover ammettere, sebben per breve momento di tempo, lo spazio voto che tra di quelle rimarrebbe avanti che il concorso delle parti dell'aria circostante l'avesse occupato e ripieno. Vedesi anco, che quando bene tali due lastre non fussero esattamente pulite, e perciò che il lor contatto non fusse esquisito del tutto, nel volerle separar lentamente niuna renitenza si trova fuor di quella della sola gravitá; ma in un alzamento repentino l'inferior pietra si solleva, ma subito ricade, seguendo solamente la sovrana per quel brevissimo tempo che basta per la distrazzione di quella poca d'aria che s'interponeva tra le lastre, che non ben combaciavano, e per l'ingresso dell'altra circunfusa. Tal resistenza, che cosí sensatamente si scorge tra le due lastre, non si può dubitare che parimente non risegga tra le parti di un solido, e che nel loro attaccamento non entri almanco a parte e come causa concomitante.

SAGR. Fermate di grazia, e concedetemi ch'io dica una particolar considerazione che pur ora mi è caduta in mente: e questa è, che il vedere come la piastra inferiore segue la superiore e che con moto velocissimo vien sollevata, ci rende sicuri che, contro al detto di molti filosofi e forse d'Aristotele medesimo, il moto nel vacuo non sarebbe instantaneo; perché quando fusse tale, le nominate due lastre senza repugnanza veruna si separerebbero, giá che il medesimo instante di tempo basterebbe per la loro separazione e per il concorso dell'aria ambiente a riempier quel vacuo che tra esse potesse restare.

Dal seguir dunque che fa l'inferior lastra la superiore, si raccoglie come nel vacuo il moto non sarebbe instantaneo; e si raccoglie insieme che pur tra le medesime piastre resti qualche vacuo, almeno per brevissimo tempo, cioè per tutto quello che passa nel movimento dell'ambiente, mentre concorre a riempiere il vacuo; ché se vacuo non vi restasse, né di concorso né di moto di ambiente vi sarebbe bisogno. Converrá dunque dire che, pur per violenza o contro a natura, il vacuo talor si conceda (benché l'opinion mia è che nissuna cosa sia contro a natura, salvo che l'impossibile, il quale poi non è mai). Ma qui mi nasce un'altra difficoltá ed è che, se ben l'esperienza m'assicura della veritá della conclusione, l'intelletto non resta giá interamente appagato della causa alla quale cotale effetto viene attribuito. Imperò che l'effetto della separazione delle due lastre è anteriore al vacuo, che in consequenza alla separazione succederebbe: e perché mi pare che la causa debba, se non di tempo, almeno di natura precedere all'effetto, e che d'un effetto positivo positiva altresí debba esser la causa, non resto capace come dell'aderenza delle due piastre e della repugnanza all'esser separate, effetti che giá sono in atto, si possa referir la cagione al vacuo, che non è, ma che arebbe a seguire; e delle cose che non sono, nissuna può esser l'operazione, conforme al pronunziato certissimo del Filosofo.

SIMPL. Ma giá che concedete questo assioma ad Aristotele, non credo che siate per negargliene un altro, bellissimo e vero: e questo è, che la natura non intraprende a voler fare quello che repugna ad esser fatto, dal qual pronunziato mi par che dependa la soluzione del vostro dubbio. Perché dunque a se medesimo repugna essere uno spazio vacuo, vieta la natura il far quello in consequenza di che necessariamente succederebbe il vacuo; e tale è la separazione delle due lastre.

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,

intorno à due nuoue ſcienze

Attenenti alla

MECANICA & I MOVIMENTI LOCALI,

del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo Grand Duca di Toſcana.

Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,

Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

FRONTESPIZIO DEI "DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE"

(Firenze, R. Biblioteca Nazionale)

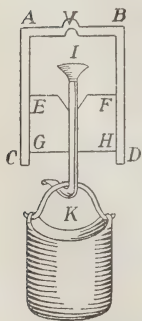
SAGR. Ora, ammesso per soluzione adequata del mio dubbio questo che produce il Sig. Simplicio, seguitando il cominciato discorso, parmi che questa medesima repugnanza al vacuo devrebbe esser bastante ritegno delle parti di un solido di pietra o di metallo, o se altre ve ne sono che piú saldamente stiano congiunte e renitenti alla divisione. Perché, se di uno effetto una sola è la cagione, sí come io ho inteso e creduto, o, se pur molte se n'assegnano, ad una sola si riducono, perché questa del vacuo, che sicuramente è, non basterá per tutte le resistenze?

SAL. Io per ora non voglio entrare in questa contesa, se il vacuo senz'altro ritegno sia per sé solo bastante a tenere unite le parti disunibili de i corpi consistenti; ma vi dico bene che la ragione del vacuo, che milita e conclude nelle due piastre, non basta per sé sola al saldo collegamento delle parti di un solido cilindro di marmo o di metallo, le quali, violentate da forze gagliarde che dirittamente le tirino, finalmente si separano e si dividono. E quando io trovi modo di distinguer questa giá conosciuta resistenza, dependente dal vacuo, da ogni altra, qualunque ella si fusse, che con lei concorresse in fortificar l'attaccamento, e che io vi faccia vedere come essa sola non sia a gran pezzo bastante per tale effetto, non concederete voi che sia necessario introdurne altra? Aiutatelo, Sig. Simplicio, giá che egli sta ambiguo sopra quello che debba rispondere.

SIMPL. È forza che la sospensione del Sig. Sagredo sia per altro rispetto, non restando luogo di dubitare sopra sí chiara e necessaria consequenza.

SAGR. Voi, Sig. Simplicio, l'avete indovinata. Andavo pensando se, non bastando un million d'oro l'anno, che vien di Spagna, per pagar l'esercito, fusse necessario far altra provisione che di danari per le paghe de' soldati. Ma seguitate pur, Sig. Salviati, e supponendo ch'io ammetta la vostra consequenza, mostrateci il modo di sepa-

rare l'operazione del vacuo dall'altre, e misurandola fateci vedere come ella sia scarsa per l'effetto di che si parla.

SAL. Il vostro demonio vi assiste. Dirò il modo dell'appartar la virtú del vacuo dall'altre, e poi la maniera del misurarla. E per appartarla, piglieremo una materia continua, le cui parti manchino di ogni altra resistenza alla separazione fuor che di quella del vacuo, quale a lungo è stato dimostrato in certo trattato del nostro Accademico esser l'acqua: talché, qualunque volta si disponesse un cilindro d'acqua, e che, attratto, si sentisse resistenza allo staccamento delle sue parti, questo da altra cagione che dalla repugnanza al vacuo non potrebbe riconoscersi. Per far poi una tale esperienza mi son immaginato un artifizio, il quale con l'aiuto di un poco di disegno, meglio che con semplici parole, potrò dichiarare. Figuro, questo C A B D essere il profilo di un cilindro di metallo o di vetro, che sarebbe meglio, voto dentro, ma giustissimamente tornito, nel cui concavo entri con esquisitissimo contatto un cilindro di legno, il cui profilo noto E G H F, il qual cilindro si possa spignere in su e 'n giú; e questo voglio che sia bucato nel mezzo, sí che vi passi un filo di ferro, oncinato nell'estremitá K, e l'altro capo I vadia ingrossandosi in forma di cono o turbine, facendo che il foro fatto nel legno sia nella parte di sopra esso ancora incavato in forma di conica superficie, aggiustata puntualmente per ricevere la conica estremitá I del ferro I K, qualunque volta si tiri in giú dalla parte K. Inserto il legno, o vogliamolo chiamar zaffo, E H nel cavo cilindrico A D, non voglio ch'arrivi sino alla superior superficie di esso cilindro, ma che ne resti lontano due o tre dita; e tale spazio deve esser ripieno di acqua, la quale vi si metterá tenendo il vaso con la bocca C D all'in su e calcandovi sopra il

zaffo E H, col tenere il turbine I remoto alquanto dal cavo del legno per lasciar l'esito all'aria, che nel calcare il zaffo se n'uscirá per il foro del legno, che perciò si fa alquanto piú largo della grossezza dell'asticciuola di ferro I K. Dato l'esito all'aria e ritirato il ferro, che ben suggelli su 'l legno col suo turbine I, si rivolterá il vaso tutto con la bocca all'in giú, ed attaccando all'oncino K un recipiente da mettervi dentro rena o altra materia grave, si caricherá tanto, che finalmente la superior superficie E F del zaffo si staccherá dall'inferiore dell'acqua, alla quale niente altro la teneva congiunta che la repugnanza del vacuo; pesando poi il zaffo col ferro col recipiente e con ciò che vi sará dentro, aremo la quantitá della forza del vacuo: e se, attaccato a un cilindro di marmo o di cristallo, grosso quanto il cilindro dell'acqua, peso tale che, insieme col peso proprio dell'istesso marmo o cristallo, pareggi la gravitá di tutte le nominate bagaglie, ne seguirá la rottura, potremo senza verun dubbio affermare, la sola ragion del vacuo tener le parti del marmo e cristallo congiunte; ma non bastando, e che per romperlo bisogni aggiugnervi quattro volte altrettanto peso, converrá dire, la resistenza del vacuo essere delle cinque parti una, e l'altra quadrupla di quella del vacuo.

SIMPL. Non si può negare che l'invenzione non sia ingegnosa, ma l'ho per soggetta a molte difficoltá, che me la rendono dubbia; perché, chi ci assicura che l'aria non possa penetrar tra 'l vetro e 'l zaffo, ancorché si circondi bene di stoppa o altra materia cedente? e cosí, acciò che il cono I saldi bene il foro, forse non basterebbe l'ugnerlo con cera o trementina. In oltre, perché non potrebbero le parti dell'acqua distrarsi e rarefarsi? perché non penetrare aria, o esalazioni, o altre sustanze piú sottili, per le porositá del legno, o anche dell'istesso vetro?

SAL. Molto destramente ci muove il Sig. Simplicio le difficoltá, ed in parte ci sumministra i rimedii, quanto alla penetrazion dell'aria per il legno, o tra 'l legno e 'l vetro. Ma io, oltre di ciò, noto che potremo nell'istesso tempo accorgerci, con acquisto di nuove cognizioni, se le promosse difficoltá aranno luogo. Imperò che, se l'acqua sará per natura, se ben con violenza, distraibile, come accade nell'aria, si vedrá il zaffo calare; e se faremo nella parte superiore del vetro un poco di ombelico prominente, come questo V, penetrando, per la sustanza o porositá del vetro o del legno, aria o altra piú tenue e spiritosa materia, si vedrá radunare (cedendogli l'acqua) nell'eminenza V: le quali cose quando non si scorgano, verremo assicurati, l'esperienza esser con le debite cautele stata tentata; e conosceremo, l'acqua non esser distraibile, né il vetro esser permeabile da veruna materia, benché sottilissima.

SAGR. Ed io mercé di questi discorsi ritrovo la causa di un effetto che lungo tempo m'ha tenuto la mente ingombrata di maraviglia e vota d'intelligenza. Osservai giá una citerna, nella quale, per trarne l'acqua, fu fatta fare una tromba, da chi forse credeva, ma vanamente, di poterne cavar con minor fatica l'istessa o maggior quantitá che con le secchie ordinarie; ed ha questa tromba il suo stantuffo e animella su alta, sí che l'acqua si fa salire per attrazzione, e non per impulso, come fanno le trombe che hanno l'ordigno da basso. Questa, sin che nella citerna vi è acqua sino ad una determinata altezza, la tira abbondantemente; ma quando l'acqua abbassa oltre a un determinato segno, la tromba non lavora piú. Io credetti, la prima volta che osservai tale accidente, che l'ordigno fusse guasto; e trovato il maestro acciò lo raccomodasse, mi disse che non vi era altrimente difetto alcuno, fuor che nell'acqua, la quale, essendosi abbassata troppo, non pativa d'esser alzata a tanta altezza; e mi soggiunse, né

con trombe, né con altra machina che sollevi l'acqua per attrazzione, esser possibile farla montare un capello piú di diciotto braccia: e siano le trombe larghe o strette, questa è la misura dell'altezza limitatissima. Ed io sin ora sono stato cosí poco accorto, che, intendendo che una corda, una mazza di legno e una verga di ferro, si può tanto e tanto allungare che finalmente il suo proprio peso la strappi, tenendola attaccata in alto, non mi è sovvenuto che l'istesso, molto piú agevolmente, accaderá di una corda o verga di acqua. E che altro è quello che si attrae nella tromba, che un cilindro di acqua, il quale, avendo la sua attaccatura di sopra, allungato piú e piú, finalmente arriva a quel termine oltre al quale, tirato dal suo giá fatto soverchio peso, non altrimente che se fusse una corda, si strappa?

SAL. Cosí puntualmente cammina il negozio; e perché la medesima altezza delle diciotto braccia è il prefisso termine dell'altezza alla quale qualsivoglia quantitá d'acqua, siano cioè le trombe larghissime o strette o strettissime quanto un fil di paglia, può sostentarsi, tutta volta che noi peseremo l'acqua contenuta in diciotto braccia di cannone, sia largo o stretto, aremo il valore della resistenza del vacuo ne i cilindri di qualsivoglia materia solida, grossi quanto sono i concavi de i cannoni proposti. E giá che aviamo detto tanto, mostriamo come di tutti i metalli, pietre, legni, vetri, etc., si può facilmente ritrovare sino a quanta lunghezza si potrebbono allungare cilindri, fili o verghe di qualsivoglia grossezza, oltre alla quale, gravati dal proprio peso, piú non potrebber reggersi, ma si strapperebbero. Piglisi, per esempio, un fil di rame di qualsivoglia grossezza e lunghezza, e fermato un de' suoi capi ad alto, si vadia aggiugnendo all'altro maggior e maggior peso, sí che finalmente si strappi; e sia il peso massimo che potesse sostenere, v. g., cinquanta libbre: è manifesto che cinquanta libbre di rame,

oltre al proprio peso, che sia, per esempio, un ottavo d'oncia, tirato in filo di tal grossezza, sarebbe la lunghezza massima del filo che se stesso potesse reggere. Misurisi poi quanto era lungo il filo che si strappò, e sia, v. g., un braccio: e perché pesò un ottavo d'oncia, e resse se stesso e cinquanta libbre appresso, che sono ottavi d'oncia quattro mila ottocento, diremo, tutti i fili di rame, qualunque si sia la loro grossezza, potersi reggere sino alla lunghezza di quattro mila ottocento un braccio, e non piú. E cosí, una verga di rame potendo reggersi sino alla lunghezza di quattro mila ottocento un braccio, la resistenza che ella trova dependente dal vacuo, rispetto al restante, è tanta, quanto importa il peso d'una verga d'acqua lunga braccia diciotto e grossa quanto quella stessa di rame; e trovandosi, v. g., il rame esser nove volte piú grave dell'acqua, di qualunque verga di rame la resistenza allo strapparsi, dependente dalla ragion del vacuo, importa quanto è il peso di due braccia dell'istessa verga. E con simil discorso ed operazione si potranno trovare le lunghezze delle fila o verghe di tutte le materie solide ridotte alla massima che sostener si possa, ed insieme qual parte abbia il vacuo nella loro resistenza.

SAGR. Resta ora che ci dichiate in qual cosa consista il resto della resistenza, cioè qual sia il glutine o visco che ritien attaccate le parti del solido, oltre a quello che deriva dal vacuo: perché io non saprei imaginarmi qual colla sia quella che non possa esser arsa e consumata dentro una ardentissima fornace in due, tre e quattro mesi, né in dieci o in cento; dove stando tanto tempo argento oro e vetro liquefatti, cavati, poi tornano le parti loro, nel freddarsi, a riunirsi e rattaccarsi come prima. Oltre che, la medesima difficoltá che ho nell'attaccamento delle parti del vetro, l'arò io nelle parti della colla, cioè che cosa sia quella che le tiene cosí saldamente congiunte.

SAL. Pur poco fa vi dissi che 'l vostro demonio vi assisteva. Sono io ancora nelle medesime angustie; ed ancor io, toccando con mano come la repugnanza al vacuo è indubitabilmente quella che non permette, se non con gran violenza, la separazione delle due lastre, e piú delle due gran parti della colonna di marmo o di bronzo, non so vedere come non abbia ad aver luogo ed esser parimente cagione della coerenza delle parti minori e sino delle minime ultime delle medesime materie: ed essendo che d'un effetto una sola è la vera e potissima causa, mentre io non trovo altro glutine, perché non debbo tentar di vedere se questo del vacuo, che si trova, può bastarci?

SIMPL. Se di giá voi avete dimostrato, la resistenza del gran vacuo, nel separarsi le due gran parti di un solido, esser piccolissima in comparazion di quella che tien congiunte le particole minime, come non volete tener piú che per certo, questa esser diversissima da quella?

SAL. A questo rispose il Sig. Sagredo, che pur si pagavano tutti i particolari soldati con danari raccolti da imposizioni generali di soldi e di quattrini, se bene un million d'oro non bastava a pagar tutto l'esercito. E chi sa che altri minutissimi vacui non lavorino per le minutissime particole, sí che per tutto sia dell'istessa moneta quello con che si tengono tutte le parti congiunte? Io vi dirò quello che tal ora mi è passato per l'imaginazione, e ve lo do non come veritá risoluta, ma come una qual si sia fantasia, piena anco d'indigestioni, sottoponendola a piú alte contemplazioni: cavatene se nulla vi è che vi gusti; il resto giudicatelo come piú vi pare. Nel considerar tal volta come, andando il fuoco serpendo tra le minime particole di questo e di quel metallo, che tanto saldamente si trovano congiunte, finalmente le separa e disunisce; e come poi, partendosi il fuoco, tornano con la medesima tenacitá di prima a ricongiugnersi, senza diminuirsi punto la quantitá nell'oro, e pochissimo in

altri metalli, anco per lungo tempo che restino distrutti; pensai che ciò potesse accadere perché le sottilissime particole del fuoco, penetrando per gli angusti pori del metallo (tra i quali, per la loro strettezza, non potessero passare i minimi dell'aria né di molti altri fluidi), col riempiere i minimi vacui tra esse fraposti liberassero le minime particole di quello dalla violenza con la quale i medesimi vacui l'una contro l'altra attraggono, proibendogli la separazione; e cosí, potendosi liberamente muovere, la lor massa ne divenisse fluida, e tale restasse sin che gl'ignicoli tra esse dimorassero; partendosi poi quelli e lasciando i pristini vacui, tornasse la lor solita attrazione, ed in consequenza l'attaccamento delle parti. Ed all'instanza del Sig. Simplicio parmi che si possa rispondere, che se bene tali vacui sarebber piccolissimi, ed in consequenza ciascheduno facile ad esser superato, tuttavia l'innumerabile moltitudine innumerabilmente (per cosí dire) multiplica le resistenze: e quale e quanta sia la forza che da numero immenso di debolissimi momenti insieme congiunti risulta, porgacene evidentissimo argomento il veder noi un peso di milioni di libbre, sostenuto da canapi grossissimi, cedere e finalmente lasciarsi vincere e sollevare dall'assalto de gl'innumerabili atomi di acqua, li quali, o spinti dall'austro, o pur che, distesi in tenuissima nebbia, si vadano movendo per l'aria, vanno a cacciarsi tra fibra e fibra de i canapi tiratissimi, né può l'immensa forza del pendente peso vietargli l'entrata; sí che, penetrando per gli angusti meati, ingrossano le corde e per consequenza le scorciano, onde la mole gravissima a forza vien sollevata.

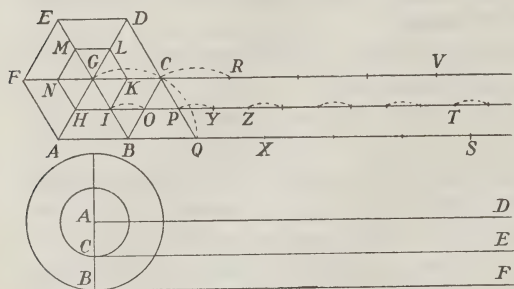
SAGR. Ei non è dubbio alcuno che mentre una resistenza non sia infinita, può dalla moltitudine di minimissime forze esser superata, sí che anco un numero di formiche stracicherebbe per terra una nave carica di grano; perché il senso ci mostra cotidianamente che una

formica destramente porta un granello, e chiara cosa è che nella nave non sono infiniti granelli, ma compresi dentro a qualche numero, del quale se ne può prendere un altro quattro e sei volte maggiore, al quale se se ne prenderá un altro di formiche eguale, e si porranno in opera, condurranno per terra il grano e la nave ancora. È ben vero che bisognerá che il numero sia grande, come anco, per mio parere, quello de i vacui che tengono attaccati i minimi del metallo.

SAL. Ma quando bisognasse che fussero anche infiniti, l'avete voi forse per impossibile?

SAGR. No, quando quel metallo fusse una mole infinita: altrimenti...

SAL. Altrimenti che? Orsú, giá che si è messo mano a i paradossi, veggiamo se in qualche maniera si potesse dimostrare, come in una continua estensione finita non repugni il potersi ritrovar infiniti vacui; e nell'istesso tempo ci verrá, se non altro, almeno arrecata una soluzione del piú ammirabil problema che sia da Aristotele messo tra quelli che esso medesimo addimanda ammirandi, dico tra le questioni mecaniche; e la soluzione potrebbe esser per avventura non meno esplicante e concludente di quella che egli medesimo ne arreca, e diversa anco da quello che molto acutamente vi considera il dottissimo Monsig. di Guevara. Ma bisogna prima dichiarare una proposizione non toccata da altri, dalla quale depende lo scioglimento della questione, che poi, s'io non m'inganno, si tira dietro altre notizie nuove ed ammirande: per intelligenza di che, accuratamente descriveremo la figura. Però intendiamo un poligono equilatero ed equiangolo, di quanti lati esser si voglia, descritto intorno a questo centro G, e sia per ora un essagono ABCDEF; simile al quale, e ad esso concentrico, ne descriveremo un altro minore, quale noteremo HIKLMN: e del maggiore si prolunghi un lato AB indeterminata-

mente verso S, e del minore il rispondente lato H I sia verso la medesima parte similmente prodotto, segnando la linea H T parallela all'A S, e per il centro passi l'altra, alle medesime equidistante, G V. Fatto questo, intendiamo il maggior poligono rivolgersi sopra la linea A S, portando seco l'altro poligono minore. È chiaro che, stando fisso il punto B, termine del lato AB, mentre si comincia la revoluzione, l'angolo A si solleverá, e 'l punto C s'abbasserá descrivendo l'arco C Q, sí che il lato BC si adatti alla linea a se stesso eguale BQ:

ma in tal conversione l'angolo I del minor poligono si eleverá sopra la linea I T, per esser la IB obliqua sopra l'AS, né prima tornerá il punto I su la parallela I T, se non quando il punto C sará pervenuto in Q; allora l'I sará caduto in O, dopo aver descritto l'arco I O fuori della linea HT, ed allora il lato IK sará passato in OP: ma il centro G tra tanto sempre averá caminato fuori della linea GV, su la quale non sará tornato se non dopo aver descritto l'arco GC. Fatto questo primo passo, il poligono maggiore sará trasferito a posare co 'l lato BC su la linea BQ, il lato I K del minore sopra la linea O P, avendo saltato tutta la parte IO senza toccarla, e 'l centro G pervenuto in C, facendo tutto il suo corso fuori della parallela G V, e finalmente tutta la figura si sará rimessa in un posto simile al primo: sí che continuandosi la revoluzione e venendo al secondo passo, il lato del maggior poligono D C si adatterá alla parte Q X, il K L del minore (avendo

prima saltato l'arco P Y) caderá in Y Z, ed il centro, procedendo sempre fuori della G V, in essa caderá solamente in R, dopo il gran salto C R: ed in ultimo, finita una intera conversione, il maggior poligono avrá calcate sopra la sua A S sei linee eguali al suo perimetro, senza veruna interposizione; il poligono minore ará parimente impresse sei linee eguali all'ambito suo, ma discontinuate dall'interposizione de' cinque archi, sotto i quali restano le corde, parti della parallela H T, non tocche dal poligono; e finalmente il centro G non è convenuto mai con la parallela G V, salvo che in sei punti. Di qui potete comprendere come lo spazio passato dal minor poligono è quasi eguale al passato dal maggiore, cioè la linea H T alla A S, della quale è solamente minore quanto è la corda d'uno di questi archi, intendendo però la linea H T insieme con li spazii de i cinque archi. Ora questo, che vi ho esposto e dichiarato nell'esempio di questi essagoni, vorrei che intendeste accadere di tutti gli altri poligoni, di quanti lati esser si voglino, purché siano simili, concentrici e congiunti, e che alla conversion del maggiore s'intenda rigirarsi anco l'altro, quanto si voglia minore; che intendeste, dico, le linee da essi passate esser prossimamente eguali, computando nello spazio passato dal minore gl'intervalli sotto gli archetti, non tocchi da parte veruna del perimetro di esso minor poligono. Passa dunque il gran poligono di mille lati, e misura conseguentemente, una linea retta eguale al suo ambito; e nell'istesso tempo il piccolo passa una prossimamente egual linea, ma interrottamente composta di mille particelle eguali a i suoi mille lati con l'interposizione di mille spazii vacui, che tali possiamo chiamargli in relazione alle mille lineette toccate da i lati del poligono: ed il detto sin qui non ha veruna difficoltá o dubitazione. Ma ditemi: se intorno a un centro, qual sia, v. g., questo punto A, noi descriveremo due cerchi concentrici ed in-

sieme uniti, e che da i punti C, B de i lor semidiametri siano tirate le tangenti C E, B F, e ad esse per il centro A la parallela A D, intendendo girato il cerchio maggiore sopra la linea B F (posta eguale alla di lui circonferenza, come parimente le altre due C E, A D), compita che abbia una revoluzione, che averá fatto il minor cerchio, e che il centro? Questo sicuramente averá scorsa e toccata tutta la linea A D, e la circonferenza di quello averá con li suoi toccamenti misurata tutta la C E, facendo l'istesso che fecero i poligoni di sopra: in questo solamente differenti, che la linea H T non fu tocca in tutte le sue parti dal perimetro del minor poligono, ma ne furon lasciate tante intatte, con l'interposizione de' vacui saltati, quante furon le parti tocche da i lati; ma qui ne i cerchi mai non si separa la circonferenza del minor cerchio dalla linea C E, sí che alcuna sua parte non venga tocca, né mai quello che tocca della circonferenza è manco del toccato nella retta. Or come dunque può senza salti scorrere il cerchio minore una linea tanto maggiore della sua circonferenza?

SAGR. Andava pensando se si potesse dire, che sí come il centro del cerchio, esso solo, stracicato sopra A D, la tocca tutta, essendo anco un punto solo, cosí potessero i punti della circonferenza minore, tirati dal moto della maggiore, andare strascicandosi per qualche particella della linea C E.

SAL. Questo non può essere, per due ragioni. Prima, perché non sarebbe maggior ragione che alcuno de i toccamenti simili al C andassero stracicando per qualche parte della linea C E, ed altri no; e quando questo fusse, essendo tali toccamenti (perché son punti) infiniti, gli strascichi sopra la C E sarebbero infiniti, ed essendo quanti, farebbero una linea infinita; ma la C E è finita. L'altra ragione è, che mutando il cerchio grande, nella sua conversione, continuamente contatto, non può non

mutarlo parimente il minor cerchio, non si potendo da altro punto che dal punto B tirare una linea retta sino al centro A e che passasse per il punto C; sí che mutando contatto la circonferenza grande, lo muta ancora la piccola, né punto alcuno della piccola tocca piú d'un punto della sua retta C E. Oltre che, anco nella conversione de i poligoni nissun punto del perimetro del minore si adattava a piú d'un punto della linea che dal medesimo perimetro veniva misurata; come si può facilmente intendere considerando la linea I K esser parallela alla B C, onde sin che la B C non si schiaccia sopra la B Q, la I K resta sollevata sopra la I P, né prima la calca se non nel medesimo instante che la B C si unisce con la B Q, ed allora tutta insieme la I K si unisce con la O P, e poi immediatamente se gli eleva sopra.

SAGR. Il negozio è veramente molto intrigato, né a me sovviene scioglimento alcuno: però diteci quello che a voi sovviene.

SAL. Io ricorrerei alla considerazione de i poligoni sopra considerati, l'effetto de i quali è intelligibile e di giá compreso: e direi, che sí come ne i poligoni di cento mila lati alla linea passata e misurata dal perimetro del maggiore, cioè da i cento mila suoi lati continuamente distesi, è eguale la misurata da i cento mila lati del minore, ma con l'interposizione di cento mila spazii vacui traposti; cosí direi, ne i cerchi (che son poligoni di lati infiniti) la linea passata da gl'infiniti lati del cerchio grande, continuamente disposti, esser pareggiata in lunghezza dalla linea passata da gl'infiniti lati del minore, ma da questi con l'interposizion d'altrettanti vacui tra essi; e sí come i lati non son quanti, ma bene infiniti, cosí gl'interposti vacui non son quanti, ma infiniti: quelli, cioè, infiniti punti tutti pieni; e questi, infiniti punti parte pieni e parte vacui. E qui voglio che notiate, come risolvendo e dividendo una linea in parti quante, e per

consequenza numerate, non è possibile disporle in una estensione maggiore di quella che occupavan mentre stavano continuate e congiunte senza l'interposizione d'altrettanti spazii vacui; ma imaginandola risoluta in parti non quante, cioè ne' suoi infiniti indivisibili, la possiamo concepire distratta in immenso senza l'interposizione di spazii quanti vacui, ma sí bene d'infiniti indivisibili vacui. E questo, che si dice delle semplici linee, s'intenderá detto delle superficie e de' corpi solidi, considerandogli composti di infiniti atomi non quanti: che mentre gli vorremo dividere in parti quante, non è dubbio che non potremo disporle in spazii piú ampli del primo occupato dal solido se non con l'interposizione di spazii quanti vacui, vacui, dico, almeno della materia del solido; ma se intenderemo l'altissima ed ultima resoluzione fatta ne i primi componenti non quanti ed infiniti, potremo concepire tali componenti distratti in spazio immenso senza l'interposizione di spazii quanti vacui, ma solamente di vacui infiniti non quanti: ed in questa guisa non repugna distrarsi, v. g., un piccolo globetto d'oro in uno spazio grandissimo senza ammettere spazii quanti vacui; tutta volta però che ammettiamo, l'oro esser composto di infiniti indivisibili.

SIMPL. Parmi che voi caminiate alla via di quei vacui disseminati di certo filosofo antico.

SAL. Ma però voi non soggiugnete « il quale negava la Providenza divina », come in certo simil proposito, assai poco a proposito, soggiunse un tale antagonista del nostro Accademico.

SIMPL. Veddi bene, e non senza stomaco, il livore del mal affetto contradittore: ma io non solamente per termine di buona creanza non toccherei simili tasti, ma perché so quanto sono discordi dalla mente ben temperata e bene organizata di V. S., non solo religiosa e pia, ma cattolica e santa. Ma ritornando su 'l proposito, molte

difficoltá sento nascermi da gli auti discorsi, dalle quali veramente io non saprei liberarmi. E per una mi si para avanti questa, che se le circonferenze de i due cerchi sono eguali alle due rette C E, B F, questa continuamente presa, e quella con l'interposizione d'infiniti punti vacui, l'A D descritta dal centro, che è un punto solo, in qual maniera si potrá chiamare ad esso eguale, contenendone infiniti? In oltre, quel comporre la linea di punti, il divisibile di indivisibili, il quanto di non quanti, mi paiono scogli assai duri da passargli; e l'istesso dover ammettere il vacuo, tanto concludentemente reprovato da Aristotele, non manca delle medesime difficoltá.

SAL. Ci sono veramente coteste, e dell'altre: ma ricordiamoci che siamo tra gl'infiniti e gl'indivisibili, quelli incomprensibili dal nostro intelletto finito per la lor grandezza, e questi per la lor piccolezza. Con tutto ciò veggiamo che l'umano discorso non vuol rimanersi dall'aggirarsegli attorno; dal che pigliando io ancora qualche libertá, produrrei alcuna mia fantasticheria, se non concludente necessariamente, almeno, per la novitá, apportatrice di qualche maraviglia. Ma forse il divertir tanto lungamente dal cominciato cammino potrebbe parervi importuno, e però poco grato.

SAGR. Di grazia, godiamo del benefizio e privilegio che s'ha dal parlar con i vivi e tra gli amici, e piú di cose arbitrarie e non necessarie, differente dal trattar co' i libri morti, li quali ti eccitano mille dubbi e nissuno te ne risolvono. Fateci dunque partecipi di quelle considerazioni che il corso de i nostri ragionamenti vi suggerisce, ché non ci mancherá tempo, mercé dell'esser noi disobbligati da funzioni necessarie, di continuar a risolvere l'altre materie intraprese; ed in particolare i dubbii toccati dal Sig. Simplicio non si trapassino in tutti i modi.

SAL. Cosí si faccia, poiché tale è il vostro gusto: e cominciando dal primo, che fu come si possa mai capire

che un sol punto sia eguale ad una linea, vedendo di non ci poter far altro per ora, procurerò di quietare o almeno temperare una improbabilitá con un'altra simile o maggiore, come talvolta una maraviglia si attutisce con un miracolo. E questo sará col mostrarvi, due superficie eguali, ed insieme due corpi pur eguali e sopra le medesime dette superficie, come basi loro, collocati, andarsi continuamente ed egualmente, e queste e quelli, nel medesimo tempo diminuendo, restando sempre tra di loro eguali i loro residui, e finalmente andare, sí le superficie come i solidi, a terminare le lor perpetue egualitá precedenti, l'uno de i solidi con l'una delle superficie in una lunghissima linea, e l'altro solido con l'altra superficie in un sol punto, cioè, questi in un sol punto, e quelli in infiniti.

SAGR. Ammirabil proposta veramente mi par cotesta: però sentiamone l'esplicazione e la dimostrazione.

SAL. È necessario farne la figura, perché la prova è pura geometrica. Per tanto intendasi il mezzo cerchio A F B, il cui centro C, ed intorno ad esso il parallelogrammo rettangolo A D E B, e dal centro a i punti D, E siano tirate le rette linee C D, C E; figurandoci poi il semidiametro C F, perpendicolare a una delle due A B, D E, immobile, intendiamo intorno a quello girarsi tutta questa figura: è manifesto che dal rettangolo ADEB verrá descritto un cilindro, dal semicircolo AFB una mezza sfera, e dal triangolo CDE un cono. Inteso questo, voglio che ci immaginiamo esser levato via l'emisferio, lasciando però il cono e quello che rimarrá del cilindro, il quale, dalla figura che riterrá simile a una scodella, chiameremo pure scodella: della quale e del cono prima dimostreremo che sono eguali; e poi, un

piano tirato parallelo al cerchio che è base della scodella, il cui diametro è la linea DE e centro F, dimostreremo, tal piano, che passasse, v. g., per la linea GN, segando la scodella ne i punti G, I, O, N, ed il cono ne' punti H, L, tagliare la parte del cono CHL eguale sempre alla parte della scodella, il cui profilo ci rappresentano i triangoli GAI, BON; e di piú si proverá, la base ancora del medesimo cono, cioè il cerchio il cui diametro HL, esser eguale a quella circolar superficie che è base della parte della scodella, che è come se dicessimo un nastro di larghezza quanta è la linea GI (notate intanto che cosa sono le definizioni de i matematici, che sono una imposizion di nomi, o vogliam dire abbreviazioni di parlare, ordinate ed introdotte per levar lo stento tedioso che voi ed io sentiamo di presente per non aver convenuto insieme di chiamar, v. g., questa superficie, *nastro circolare*, e quel solido acutissimo della scodella *rasoio rotondo*): or comunque vi piaccia chiamargli, bastivi intendere che il piano prodotto per qualsivoglia distanza, pur che sia parallelo alla base, cioè al cerchio il cui diametro DE, taglia sempre i due solidi, cioè la parte del cono CHL e la superior parte della scodella, eguali tra di loro, e parimente le due superficie basi di tali solidi, cioè il detto nastro e 'l cerchio HL, pur tra loro eguali. Dal che ne segue la maraviglia accennata: cioè, che se intenderemo il segante piano successivamente inalzato verso la linea AB, sempre le parti de i solidi tagliate sono eguali, come anco le superficie, che son basi loro, pur sempre sono eguali; e finalmente, alzando tanto li due solidi (sempre eguali) quanto le lor basi (superficie pur sempre eguali), vanno a terminare l'una coppia di loro in una circonferenza di un cerchio, e l'altra in un sol punto, ché tali sono l'orlo supremo della scodella e la cuspide del cono. Or mentre che nella diminuzione de i due solidi si va,

sino all'ultimo, mantenendo sempre tra essi la egualitá, ben par conveniente il dire che gli altissimi ed ultimi termini di tali menomamenti restino tra di loro eguali, e non l'uno infinitamente maggior dell'altro: par dunque che la circonferenza di un cerchio immenso possa chiamarsi eguale a un sol punto. E questo che accade ne i solidi, accade parimente nelle superficie, basi loro, che esse ancora, conservando nella comune diminuzione sempre la egualitá, vanno in fine ad incontrare, nel momento della loro ultima diminuzione, quella per suo termine la circonferenza di un cerchio, e questa un sol punto; li quali perché non si devon chiamare eguali, se sono le ultime reliquie e vestigie lasciate da grandezze eguali? E notate appresso, che quando ben fussero tali vasi capaci de gl'immensi emisferii celesti, tanto gli orli loro supremi e le punte de i contenuti coni, servando sempre tra loro l'egualitá, andrebbero a terminare, quelli in circonferenze eguali a quelle de i cerchi massimi de gli orbi celesti, e questi in semplici punti. Onde, conforme a quello che tali specolazioni ne persuadono, anco tutte le circonferenze de' cerchi quanto si voglia diseguali, posson chiamarsi tra loro eguali, e ciascheduna eguale a un punto solo.

SAGR. La specolazione mi par tanto gentile e peregrina, che io, quando ben potessi, non me gli vorrei opporre, ché mi parrebbe un mezzo sacrilegio lacerar sí bella struttura, calpestandola con qualche pedantesco affronto: però per intera sodisfazione recateci pur la prova, che dite geometrica, del mantenersi sempre l'egualitá tra quei solidi e quelle basi loro, che penso che non possa esser se non molto arguta, essendo cosí sottile la filosofica meditazione che da tal conclusione depende.

SAL. La dimostrazione è anco breve e facile. Ripigliamo la segnata figura, nella quale, per esser l'angolo I P C retto, il quadrato del semidiametro I C è eguale alli due quadrati de i làti I P, P C: ma il semidiametro

IC è eguale alla AC, e questa alla GP, e la CP è eguale alla PH; adunque il quadrato della linea GP è eguale alli due quadrati delle IP, PH, e 'l quadruplo a i quadrupli, cioè il quadrato del diametro GN è eguale alli due quadrati IO, HL: e perché i cerchi son tra loro come i quadrati de' lor diametri, il cerchio il cui diametro GN sará eguale alli due cerchi i cui diametri IO, HL, e tolto via il comune cerchio il cui diametro IO, il residuo del cerchio GN sará eguale al cerchio il cui diametro è HL. E questo è quanto alla prima parte: quanto poi all'altra parte, lasceremo per ora la dimostrazione, sí perché, volendola noi vedere, la troveremo nella duodecima proposizione del libro secondo *De centro gravitatis solidorum* posta dal Sig. Luca Valerio, nuovo Archimede dell'etá nostra, il quale per un altro suo proposito se ne serví, sí perché nel caso nostro basta l'aver veduto come le superficie giá dichiarate siano sempre eguali, e che, diminuendosi sempre egualmente, vadano a terminare l'una in un sol punto e l'altra nella circonferenza d'un cerchio, maggiore anco di qualsivoglia grandissimo, perché in questa consequenza sola versa la nostra maraviglia.

SAGR. Ingegnosa la dimostrazione, quanto mirabile la reflessione fattavi sopra. Or sentiamo qualche cosa circa l'altra difficoltá promossa dal Sig. Simplicio, se però avete alcuna particolaritá da dirvi sopra, che crederei che non potesse essere, essendo una controversia stata tanto esagitata.

SAL. Avrò qualche mio pensiero particolare, replicando prima quel che poco fa dissi, cioè che l'infinito è per sé solo da noi incomprensibile, come anco gl'indivisibili; or pensate quel che saranno congiunti insieme: e pur se vogliamo compor la linea di punti indivisibili, bisogna fargli infiniti; e cosí conviene apprender nel medesimo tempo l'infinito e l'indivisibile. Le cose che in

piú volte mi son passate per la mente in tal proposito, son molte, parte delle quali, e forse le piú considerabili, potrebb'esser che, cosí improvisamente, non mi sovvenissero; ma nel progresso del ragionamento potrá accadere che, destando io a voi, ed in particolare al Sig. Simplicio, obiezzioni e difficoltá, essi all'incontro mi facessero ricordar di quello che senza tale eccitamento restasse dormendo nella fantasia: e però con la solita libertá sia lecito produrre in mezzo i nostri umani capricci, ché tali meritamente possiamo nominargli in comparazione delle dottrine sopranaturali, sole vere e sicure determinatrici delle nostre controversie, e scorte inerranti ne i nostri oscuri e dubbii sentieri o piú tosto labirinti.

Tra le prime instanze che si sogliono produrre contro a quelli che compongono il continuo d'indivisibili, suol esser quella che uno indivisibile aggiunto a un altro indivisibile non produce cosa divisibile, perché, se ciò fusse, ne seguiterebbe che anco l'indivisibile fusse divisibile; perché quando due indivisibili, come, per esempio, due punti, congiunti facessero una quantitá, qual sarebbe una linea divisibile, molto piú sarebbe tale una composta di tre, di cinque, di sette e di altre moltitudini dispari; le quali linee essendo poi segabili in due parti eguali, rendon segabile quell'indivisible che nel mezzo era collocato. In questa ed altre obbiezzioni di questo genere si dá sodisfazione alla parte con dirgli, che non solamente due indivisibili, ma né dieci, né cento, né mille non compongono una grandezza divisibile e quanta, ma sí bene infiniti.

SIMPL. Qui nasce subito il dubbio, che mi pare insolubile: ed è, che sendo noi sicuri trovarsi linee una maggior dell'altra, tutta volta che amendue contenghino punti infiniti, bisogna confessare trovarsi nel medesimo genere una cosa maggior dell'infinito, perché la infinitá de i punti della linea maggiore eccederá l'infinitá de i

punti della minore. Ora questo darsi un infinito maggior dell'infinito mi par concetto da non poter esser capito in verun modo.

SAL. Queste son di quelle difficoltá che derivano dal discorrer che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno a gl'infiniti, dandogli quelli attributi che noi diamo alle cose finite e terminate; il che penso che sia inconveniente, perché stimo che questi attributi di maggioranza, minoritá ed eguaglitá non convenghino a gl'infiniti, de i quali non si può dire, uno esser maggiore o minore o eguale all'altro. Per prova di che giá mi sovvenne un sí fatto discorso, il quale per piú chiara esplicazione proporrò per interrogazioni al Sig. Simplicio, che ha mossa la difficoltá.

Io suppongo che voi benissimo sappiate quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.

SIMPL. So benissimo che il numero quadrato è quello che nasce dalla moltiplicazione d'un altro numero in se medesimo: e cosí il quattro, il nove, etc., son numeri quadrati, nascendo quello dal dua, e questo dal tre, in se medesimi moltiplicati.

SAL. Benissimo: e sapete ancora, che sí come i prodotti si dimandano quadrati, i producenti, cioè quelli che si multiplicano, si chiamano lati o radici; gli altri poi, che non nascono da numeri multiplicati in se stessi, non sono altrimenti quadrati. Onde se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser piú che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è cosí?

SIMPL. Non si può dir altrimenti.

SAL. Interrogando io di poi, quanti siano i numeri quadrati, si può con veritá rispondere, loro esser tanti quante sono le proprie radici, avvenga che ogni quadrato ha la sua radice, ogni radice il suo quadrato, né quadrato alcuno ha piú d'una sola radice, né radice alcuna piú d'un quadrato solo.

SIMPL. Cosí sta.

SAL. Ma se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare che elle non siano quante tutti i numeri, poiché non vi è numero alcuno che non sia radice di qualche quadrato; e stante questo, converrá dire che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poiché tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri; e pur da principio dicemmo, tutti i numeri esser assai piú che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati. E pur tuttavia si va la moltitudine de i quadrati sempre con maggior proporzione diminuendo, quanto a maggior numeri si trapassa; perché sino a cento vi sono dieci quadrati, che è quanto a dire la decima parte esser quadrati; in dieci mila solo la centesima parte son quadrati, in un millione solo la millesima: e pur nel numero infinito, se concepir lo potessimo, bisognerebbe dire, tanti essere i quadrati quanti tutti i numeri insieme.

SAGR. Che dunque si ha da determinare in questa occasione?

SAL. Io non veggo che ad altra decisione si possa venire, che a dire, infiniti essere tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite le loro radici, né la moltitudine de' quadrati esser minore di quella di tutti i numeri, né questa maggior di quella, ed in ultima conclusione, gli attributi di eguale maggiore e minore non aver luogo ne gl'infiniti, ma solo nelle quantitá terminate. E però quando il Sig. Simplicio mi propone piú linee diseguali, e mi domanda come possa essere che nelle maggiori non siano piú punti che nelle minori, io gli rispondo che non ve ne sono né piú né manco né altrettanti, ma in ciascheduna infiniti: o veramente se io gli rispondessi, i punti nell'una esser quanti sono i numeri quadrati, in un'altra maggiore quanti tutti i numeri, in quella piccolina quanti sono i numeri cubi, non potrei io avergli dato

sodisfazione col porne piú in una che nell'altra, e pure in ciascheduna infiniti? E questo è quanto alla prima difficoltá.

SAGR. Fermate in grazia, e concedetemi che io aggiunga al detto sin qui un pensiero, che pur ora mi giugne: e questo è, che, stanti le cose dette sin qui, parmi che non solamente non si possa dire, un infinito esser maggiore d'un altro infinito, ma né anco che e' sia maggior d'un finito, perché se 'l numero infinito fusse maggiore, v. g., del millione, ne seguirebbe, che passando dal millione ad altri e ad altri continuamente maggiori, si camminasse verso l'infinito; il che non è: anzi, per l'opposito, a quanto maggiori numeri facciamo passaggio, tanto piú ci discostiamo dal numero infinito; perché ne i numeri, quanto piú si pigliano grandi, sempre piú e piú rari sono i numeri quadrati in essi contenuti; ma nel numero infinito i quadrati non possono esser manco che tutti i numeri, come pur ora si è concluso; adunque l'andar verso numeri sempre maggiori e maggiori è un discostarsi dal numero infinito.

SAL. E cosí dal vostro ingegnoso discorso si conclude, gli attributi di maggiore minore o eguale non aver luogo non solamente tra gl'infiniti, ma né anco tra gl'infiniti e i finiti.

Passo ora ad un'altra considerazione, ed è, che stante che la linea ed ogni continuo sian divisibili in sempre divisibili, non veggo come si possa sfuggire, la composizione essere di infiniti indivisibili, perché una divisione e subdivisione che si possa proseguir perpetuamente, suppone che le parti siano infinite, perché altramente la subdivisione sarebbe terminabile; e l'esser le parti infinite si tira in consequenza l'esser non quante, perché quanti infiniti fanno un'estensione infinita: e cosí abbiamo il continuo composto d'infiniti indivisibili.

SIMPL. Ma se noi possiamo proseguir sempre la divisione in parti quante, che necessitá abbiamo noi di dover, per tal rispetto, introdur le non quante?

SAL. L'istesso poter proseguir perpetuamente la divisione in parti quante, induce la necessitá della composizione di infiniti non quanti. Imperò che, venendo piú alle strette, io vi domando che resolutamente mi diciate, se le parti quante nel continuo, per vostro credere, son finite o infinite?

SIMPL. Io vi rispondo, essere infinite e finite: infinite, in potenza; e finite, in atto: infinite in potenza, cioè innanzi alla divisione; ma finite in atto, cioè dopo che son divise; perché le parti non s'intendono attualmente esser nel suo tutto, se non dopo esser divise o almeno segnate; altramente si dicono esservi in potenza.

SAL. Sí che una linea lunga, v. g., venti palmi non si dice contener venti linee di un palmo l'una attualmente, se non dopo la divisione in venti parti eguali; ma per avanti si dice contenerle solamente in potenza. Or sia come vi piace; e ditemi se, fatta l'attual divisione di tali parti, quel primo tutto cresce o diminuisce, o pur resta della medesima grandezza?

SIMPL. Non cresce, né scema.

SAL. Cosí credo io ancora. Adunque le parti quante nel continuo, o vi siano in atto o vi siano in potenza, non fanno la sua quantitá maggiore né minore: ma chiara cosa è, che parti quante attualmente contenute nel lor tutto, se sono infinite, lo fanno di grandezza infinita: adunque parti quante, benché in potenza solamente, infinite, non possono esser contenute se non in una grandezza infinita; adunque nella finita parti quante infinite, né in atto né in potenza possono esser contenute.

SAGR. Come dunque potrá esser vero che il continuo possa incessabilmente dividersi in parti capaci sempre di nuova divisione?

SAL. Par che quella distinzione d'atto e di potenza vi renda fattibile per un verso quel che per un altro sarebbe impossibile. Ma io vedrò d'aggiustar meglio queste partite con fare un altro computo; ed al quesito che domanda se le parti quante nel continuo terminato sian finite o infinite, risponderò tutto l'opposito di quel che rispose dianzi il Sig. Simplicio, cioè non esser né finite né infinite.

SIMPL. Ciò non arei saputo mai risponder io, non pensando che si trovasse termine alcuno mezzano tra 'l finito e l'infinito, sí che la divisione o distinzione che pone, una cosa o esser finita o infinita, fusse manchevole e difettosa.

SAL. A me par ch'ella sia. E parlando delle quantitá discrete, parmi che tra le finite e l'infinite ci sia un terzo medio termine, che è il rispondere ad ogni segnato numero; sí che, domandato, nel presente proposito, se le parti quante nel continuo siano finite o infinite, la piú congrua risposta sia il dire, non esser né finite né infinite, ma tante che rispondono ad ogni segnato numero: per il che fare è necessario che elle non siano comprese dentro a un limitato numero, perché non risponderebbono ad un maggiore; ma né anco è necessario che elle siano infinite, perché niuno assegnato numero è infinito: e cosí ad arbitrio del domandante una proposta linea gliela potremo assegnare segata in cento parti quante, e in mille e in cento mila, conforme a qual numero piú gli piacerá; ma divisa in infinite, questo non giá. Concedo dunque a i Signori filosofi che il continuo contiene quante parti quante piace loro, e gli ammetto che le contenga in atto o in potenza, a lor gusto e beneplacito; ma gli soggiungo poi, che nel modo che in una linea di dieci canne si contengono dieci linee d'una canna l'una, e quaranta d'un braccio l'una, e ottanta di mezzo braccio, etc., cosí contiene ella punti infiniti: chiamateli poi in atto o in po-

tenza, come piú vi piace, ché io, Sig. Simplicio, in questo particolare mi rimetto al vostro arbitrio e giudizio.

SIMPL. Io non posso non laudare il vostro discorso: ma ho gran paura che questa paritá dell'esser contenuti i punti come le parti quante non corra con intera puntualitá, né che a voi sará cosí agevole il dividere la proposta linea in infiniti punti, come a quei filosofi in dieci canne o in quaranta braccia: anzi ho per impossibile del tutto il ridurr'ad effetto tal divisione, sí che questa sará una di quelle potenze che mai non si riducono in atto.

SAL. L'esser una cosa fattibile se non con fatica o diligenza, o in gran lunghezza di tempo, non la rende impossibile, perché penso che voi altresí non cosí agevolmente vi sbrighereste da una divisione da farsi d'una linea in mille parti, e molto meno dovendo dividerla in 937 o altro gran numero primo. Ma se questa, che voi per avventura stimate divisione impossibile, io ve la riducessi a cosí spedita come se altri la dovesse segare in quaranta, vi contentereste voi di ammetterla piú placidamente nella nostra conversazione?

SIMPL. Io gusto del vostro trattar, come fate talora, con qualche piacevolezza; ed al quesito vi rispondo, che la facilitá mi parrebbe grande piú che a bastanza, quando il risolverla in punti non fusse piú laborioso che il dividerla in mille parti.

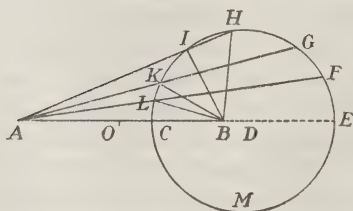
SAL. Qui voglio dirvi cosa che forse vi fará maravigliare, in proposito del volere o poter risolver la linea ne' suoi infiniti tenendo quell'ordine che altri tiene nel dividerla in quaranta, sessanta o cento parti, cioè con l'andarla dividendo in due e poi in quattro etc.: col qual ordine chi credesse di trovare i suoi infiniti punti, s'ingannerebbe indigrosso, perché con tal progresso né men alla division di tutte le parti quante si perverrebbe in eterno; ma de gli indivisibili tanto è lontano il poter giugner per cotal strada al cercato termine, che piú tosto

altri se ne discosta, e mentre pensa, col continuar la divisione e col multiplicar la moltitudine delle parti, di avvicinarsi alla infinitá, credo che sempre piú se n'allontani: e la mia ragione è questa. Nel discorso auto poco fa concludemmo, che nel numero infinito bisognava che tanti fussero i quadrati o i cubi quanti tutti i numeri, poiché e questi e quelli tanti sono quante le radici loro, e radici son tutti i numeri. Vedemmo appresso, che quanto maggiori numeri si pigliavano, tanto piú radi si trovavano in essi i lor quadrati, e piú radi ancora i lor cubi: adunque è manifesto, che a quanto maggiori numeri noi trapassiamo, tanto piú ci discostiamo dal numero infinito; dal che ne séguita che, tornando in dietro (poiché tal progresso sempre piú ci allontana dal termine ricercato), se numero alcuno può dirsi infinito, questo sia l'unitá. E veramente in essa son quelle condizioni e necessarii requisiti del numero infinito, dico del contener in sé tanti quadrati quanti cubi e quanti tutti i numeri.

SIMPL. Io non capisco bene come si deva intender questo negozio.

SAL. Il negozio non ha in sé dubbio veruno, perché l'unitá é quadrato, è cubo, è quadrato quadrato e tutte le altre dignitá, né vi è particolaritá veruna essenziale a i quadrati, a i cubi, etc., che non convenga all'uno: come, v. g., proprietá di due numeri quadrati è l'aver tra di loro un numero medio proporzionale: pigliate qualsivoglia numero quadrato per l'uno de' termini e per l'altro l'unitá, sempre ci troverete un numero medio proporzionale. Siano due numeri quadrati 9 e 4: eccovi, tra 'l 9 e l'uno, medio proporzionale il 3; fra 'l 4 e l'uno media il 2; e tra i due quadrati 9 e 4 vi è il 6 in mezzo. Proprietá de i cubi è l'esser tra essi necessariamente due numeri medii proporzionali: ponete 8 e 27, giá tra loro son medii 12 e 18; e tra l'uno e l'8 mediano il 2 e 'l 4; e tra l'uno e 'l 27, il 3 e 'l 9. Concludiamo per tanto, non ci essere altro

numero infinito che l'unitá. E queste sono delle maraviglie che superano la capacitá della nostra immaginazione, e che devriano farci accorti quanto gravemente si erri mentre altri voglia discorrere intorno a gl'infiniti con quei medesimi attributi che noi usiamo intorno a i finiti, le nature de i quali non hanno veruna convenienza tra di loro.

In proposito di che non voglio tacervi un mirabile accidente che pur ora mi sovviene, esplicante l'infinita differenza, anzi repugnanza e contrarietá di natura, che incontrerebbe una quantitá terminata nel trapassar all'infinita. Segniamo questa linea retta AB di qualsivoglia lunghezza; e preso in lei qualsivoglia punto C, che in parti diseguali la divida, dico che partendosi coppie di linee da i termini A, B, che, ritenendo fra di loro la medesima proporzione che hanno le parti A C, B C, vadiano a concorrere insieme, i punti de i lor concorsi cadranno tutti nella circonferenza di un medesimo cerchio: come, per esempio, partendosi le A L, B L da i punti A, B, ed avendo tra di loro la medesima proporzione che hanno le parti A C, B C, ed andando a concorrere nel punto L, e ritenendo l'istessa proporzione altre due AK, BK, concorrendo in K, altre A I, B I, A H, H B, A G, G B, A F, F B, A E, E B, dico che i punti de i concorsi L, K, I, H, G, F, E cascano tutti nella circonferenza di un istesso cerchio; talché se ci immagineremo, il punto C muoversi continuamente con tal legge, che le linee da esso prodotte sino a i termini fissi A, B mantenghino sempre la proporzione medesima che hanno le prime parti A C, C B, tal punto C descriverá la circonferenza d'un cerchio,

come appresso vi dimostrerò; ed il cerchio in cotal modo descritto sará sempre maggiore e maggiore infinitamente, secondo che il punto C sará preso piú vicino al punto di mezzo, che sia O, e minore sará quel cerchio che dal punto piú vicino all'estremitá B sará descritto; in maniera che da i punti infiniti che pigliar si possono nella linea O B si descriveranno cerchi (movendogli con l'esplicata legge) di qualsivoglia grandezza, minori della luce dell'occhio d'una pulce, e maggiori dell'equinoziale del primo mobile. Ora, se alzandosi qualsivoglia de i punti compresi tra i termini O, B, da tutti si descrivono cerchi, e immensi da i punti prossimi all'O, alzando l'istesso O e continuando di muoverlo con l'osservanza dell'istesso decreto, cioè che le linee da esso prodotte sino a i termini A, B ritenghino la proporzione che hanno le prime linee A O, O B, che linea verrá segnata? Segnerassi la circonferenza d'un cerchio, ma d'un cerchio maggiore di tutti gli altri massimi, di un cerchio, dunque, infinito; ma si segna anco una linea retta e perpendicolare sopra la B A, eretta dal punto O e prodotta in infinito senza mai tornare a riunire il suo termine ultimo col suo primo, come ben tornavano l'altre: imperò che la segnata per il moto limitato del punto C, dopo segnato il mezzo cerchio superiore C H E, continuava di segnare l'inferiore E M C, riunendo insieme i suoi estremi termini nel punto C; ma il punto O, mossosi per segnar, come tutti gli altri della linea A B (perché i punti presi nell'altra parte O A descriveranno essi ancora i lor cerchi, ed i massimi i punti prossimi all'O), il suo cerchio, per farlo massimo di tutti, e per consequenza infinito, non può piú ritornare nel suo primo termine, ed in somma descrive una linea retta infinita per circonferenza del suo infinito cerchio. Considerate ora qual differenza sia da un cerchio finito a un infinito, poiché questo muta talmente l'essere, che totalmente perde l'essere e il poter essere: ché giá ben chia-

ramente comprendiamo, non si poter dare un cerchio infinito; il che si tira poi in consequenza, né meno poter essere una sfera infinita, né altro qualsivoglia corpo o superficie figurata e infinita. Or che diremo di cotali metamorfosi nel passar dal finito all'infinito? e perché doviamo sentir repugnanza maggiore, mentre, cercando l'infinito ne i numeri, andiamo a concluderlo nell'uno? e mentre che rompendo un solido in molte parti e seguitando di ridurlo in minutissima polvere, risoluto che si fusse ne gl'infiniti suoi atomi non piú divisibili, perché non potremmo dire, quello esser ritornato in un solo continuo, ma forse fluido come l'acqua o 'l mercurio o 'l medesimo metallo liquefatto? e non vediamo noi, le pietre liquefarsi in vetro, ed il vetro medesimo, co 'l molto fuoco, farsi fluido piú che l'acqua?

SAGR. Doviamo dunque credere, i fluidi esser tali, perché sono risoluti ne i primi infiniti indivisibili, suoi componenti?

SAL. Io non so trovar miglior ripiego per risolver alcune sensate apparenze, tra le quali una è questa. Mentre io piglio un corpo duro, o sia pietra o metallo, e che con martello o sottilissima lima lo vo al possibile dividendo in minutissima ed impalpabile polvere, chiara cosa è che i suoi minimi, ancor che per la lor piccolezza siano impercettibili a uno a uno dalla nostra vista e dal tatto, tuttavia son eglino ancor quanti, figurati e numerabili: e di essi accade che, accumulati insieme, si sostengono ammucchiati; e scavati sino a certo segno, resta la cavitá, senza che le parti d'intorno scorrano a riempierla; agitati e commossi, subito si fermano tantosto che il motore esterno gli abbandona: e questi medesimi effetti fanno ancora tutti gli aggregati di corpusculi maggiori e maggiori, e di ogni figura, ancor che sferica, come veggiamo ne i monti di miglio, di grano, di migliarole di piombo e d'ogni altra materia. Ma se noi tenteremo di

vedere tali accidenti nell'acqua, nissuno ve ne troveremo; ma, sollevata, immediatamente si spiana, se da vaso o altro esterno ritegno non sia sostenuta; incavata, subito scorre a riempier la cavitá; ed agitata, per lunghissimo tempo va fluttuando, e per spazii grandissimi distendendo le sue onde. Da questo mi par di potere molto ragionevolmente arguire, i minimi dell'acqua, ne i quali ella pur sembra esser risoluta (poiché ha minor consistenza di qualsivoglia sottilissima polvere, anzi non ha consistenza nissuna), esser differentissimi da i minimi quanti e divisibili; né saprei ritrovarci altra differenza, che l'esser indivisibili. Parmi anco che la sua esquisitissima trasparenza ce ne porga assai ferma coniettura: perché se noi piglieremo del piú trasparente cristallo che sia e lo cominceremo a rompere e pestare, ridotto in polvere perde la trasparenza, e sempre piú quanto piú sottilmente si trita; ma l'acqua, che pure è sommamente trita, è anco sommamente diafana. L'oro e l'argento, con acque forti polverizati piú sottilmente che con qualsivoglia lima, pur restano in polvere, ma non divengon fluidi, né prima si liquefanno che gl'indivisibili del fuoco o de i raggi del Sole gli dissolvano, credo ne i lor primi altissimi componenti, infiniti, indivisibili.

SAGR. Questo che V. S. ha toccato della luce, ho io piú volte veduto con maraviglia; veduto, dico, con uno specchio concavo di tre palmi di diametro, liquefare il piombo in un istante: onde io son venuto in opinione, che quando lo specchio fusse grandissimo e ben terso e di figura parabolica, liquefarebbe non meno ogni altro metallo in brevissimo tempo, vedendo che quello, né molto grande né ben lustro e di cavitá sferica, con tanta forza liquefaceva il piombo ed abbruciava ogni materia combustibile; effetti che mi rendon credibili le maraviglie de gli specchi d'Archimede.

SAL. Intorno a gli effetti de gli specchi d'Archimede mi rese credibile ogni miracolo, che si legge in piú scrittori, la lettura de i libri dell'istesso Archimede, giá da me con infinito stupore letti e studiati; e se nulla di dubbio mi fusse restato, quello che ultimamente ha dato in luce intorno allo Specchio Ustorio il P. Buonaventura Cavalieri, e che io con ammirazione ho letto, è bastato a cessarmi ogni difficoltá.

SAGR. Veddi ancor io cotesto trattato, e con gusto e maraviglia grande lo lessi; e perché per avanti avevo conoscenza della persona, mi andai confermando nel concetto che di esso avevo giá preso, ch'ei fusse per riuscire uno de' principali matematici dell'etá nostra. Ma tornando all'effetto maraviglioso de i raggi solari nel liquefare i metalli, doviamo noi credere che tale e sí veemente operazione sia senza moto, o pur che sia con moto, ma velocissimo?

SAL. Gli altri incendii e dissoluzioni veggiamo noi farsi con moto, e con moto velocissimo: veggansi le operazioni de i fulmini, della polvere nelle mine e ne i petardi, ed in somma quanto il velocitar co' i mantici la fiamma de i carboni, mista con vapori grossi e non puri, accresca di forza nel liquefare i metalli: onde io non saprei intendere che l'azzione della luce, benché purissima, potesse esser senza moto, ed anco velocissimo.

SAGR. Ma quale e quanta doviamo noi stimare che sia questa velocitá del lume? forse instantanea, momentanea, o pur, come gli altri movimenti, temporanea? né potremo con esperienza assicurarci qual ella sia?

SIMPL. Mostra l'esperienza quotidiana, l'espansion del lume esser instantanea; mentre che vedendo in gran lontananza sparar un'artiglieria, lo splendor della fiamma senza interposizion di tempo si conduce a gli occhi nostri, ma non giá il suono all'orecchie, se non dopo notabile intervallo di tempo.

SAGR. Eh, Sig. Simplicio, da cotesta notissima esperienza non si raccoglie altro se non che il suono si conduce al nostro udito in tempo men breve di quello che si conduca il lume; ma non mi assicura, se la venuta del lume sia per ciò instantanea, piú che temporanea ma velocissima. Né simile osservazione conclude piú che l'altra di chi dice: « Subito giunto il Sole all'orizonte, arriva il suo splendore a gli occhi nostri »; imperò che chi mi assicura che prima non giugnessero i suoi raggi al detto termine, che alla nostra vista?

SAL. La poca concludenza di queste e di altre simili osservazioni mi fece una volta pensare a qualche modo di poterci senza errore accertar, se l'illuminazione, cioè se l'espansion del lume, fusse veramente instantanea; poiché il moto assai veloce del suono ci assicura, quella della luce non poter esser se non velocissima: e l'esperienza che mi sovvenne, fu tale. Voglio che due piglino un lume per uno, il quale, tenendolo dentro lanterna o altro ricetto, possino andar coprendo e scoprendo, con l'interposizion della mano, alla vista del compagno, e che, ponendosi l'uno incontro all'altro in distanza di poche braccia, vadano addestrandosi nello scoprire ed occultare il lor lume alla vista del compagno, sí che quando l'uno vede il lume dell'altro, immediatamente scuopra il suo; la qual corrispondenza, dopo alcune risposte fattesi scambievolmente, verrá loro talmente aggiustata, che, senza sensibile svario, alla scoperta dell'uno risponderá immediatamente lo scoperta dell'altro, sí che quando l'uno scuopre il suo lume, vedrá nell'istesso tempo comparire alla sua vista il lume dell'altro. Aggiustata cotal pratica in questa piccolissima distanza, pongansi i due medesimi compagni con due simili lumi in lontananza di due o tre miglia, e tornando di notte a far l'istessa esperienza, vadano osservando attentamente se le risposte delle loro scoperte ed occultazioni seguono secondo l'istesso tenore

che facevano da vicino; che seguendo, si potrá assai sicuramente concludere, l'espansion del lume essere instantanea: ché quando ella ricercasse tempo, in una lontananza di tre miglia, che importano sei per l'andata d'un lume e venuta dell'altro, la dimora dovrebbe esser assai osservabile. E quando si volesse far tal osservazione in distanze maggiori, cioè di otto o dieci miglia, potremmo servirci del telescopio, aggiustandone un per uno gli osservatori al luogo dove la notte si hanno a mettere in pratica i lumi; li quali, ancor che non molto grandi, e per ciò invisibili in tanta lontananza all'occhio libero, ma ben facili a coprirsi e scoprirsi, con l'aiuto de i telescopii giá aggiustati e fermati potranno esser commodamente veduti.

SAGR. L'esperienza mi pare d'invenzione non men sicura che ingegnosa. Ma diteci quello che nel praticarla avete concluso.

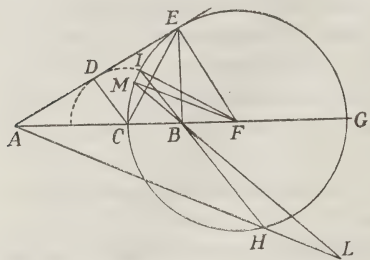
SAL. Veramente non l'ho sperimentata, salvo che in lontananza piccola, cioè manco d'un miglio, dal che non ho potuto assicurarmi se veramente la comparsa del lume opposto sia instantanea; ma ben, se non instantanea, velocissima, e direi momentanea, è ella, e per ora l'assimiglierei a quel moto che veggiamo farsi dallo splendore del baleno veduto tra le nugole lontane otto o dieci miglia: del qual lume distinguiamo il principio, e dirò il capo e fonte, in un luogo particolare tra esse nugole, ma bene immediatamente segue la sua espansione amplissima per le altre circostanti; che mi pare argomento, quella farsi con qualche poco di tempo; perché quando l'illuminazione fusse fatta tutta insieme, e non per parti, non par che si potesse distinguer la sua origine, e dirò il suo centro, dalle sue falde e dilatazioni estreme. Ma in quai pelaghi ci andiamo noi inavvertentemente pian piano ingolfando? tra i vacui, tra gl'infiniti, tra gli indivisibili, tra i movimenti instantanei, per non poter mai, dopo mille discorsi, giungere a riva?

SAGR. Cose veramente molto sproporzionate al nostro intendimento. Ecco: l'infinito, cercato tra i numeri, par che vadia a terminar nell'unitá; da gl'indivisibili nasce il sempre divisibile; il vacuo non par che risegga se non indivisibilmente mescolato tra 'l pieno: ed in somma in queste cose si muta talmente la natura delle comunemente intese da noi, che sin alla circonferenza d'un cerchio doventa una linea retta infinita; che, s'io ho ben tenuto a memoria, è quella proposizione che voi, Sig. Salviati, dovevi con geometrica dimostrazione far manifesta. Però, quando vi piaccia, sará bene, senza piú digredire, arrecarcela.

SAL. Eccomi a servirle, dimostrando per piena intelligenza il seguente problema:

> Data una linea retta divisa secondo qualsivoglia proporzione in parti diseguali, descrivere un cerchio, alla cui circonferenza prodotte, a qualsivoglia punto di essa, due linee rette da i termini della data linea, ritenghino la proporzion medesima che hanno tra di loro le parti di essa linea data, sí che omologhe siano quelle che si partono da i medesimi termini.

Sia la data retta linea A B, divisa in qualsivoglia modo in parti diseguali nel punto C: bisogna descrivere il cerchio, a qualsivoglia punto della cui circonferenza concorrendo due rette prodotte da i termini A, B, abbiano tra di loro la proporzion medesima che hanno tra di loro le parti A C, B C, sí che omologhe sian quelle che si partono dall'istesso termine. Sopra 'l centro C, con l'intervallo della minor parte C B, intendasi descritto un cerchio, alla circonferenza del quale venga tangente dal punto A la retta A D, indeterminatamente prolungata verso E, e sia il contatto in D, e congiungasi la C D, che sará perpendicolare alla A E; ed alla B A sia perpendicolare la B E, la quale prodotta concorrerá con la A E,

essendo l'angolo A acuto; sia il concorso in E, di dove si ecciti la perpendicolare alla A E, che prodotta vadia a concorrere con la A B, infinitamente prolungata, in F: dico primieramente, le due rette F E, F C esser eguali. Imperò che, tirata la E C, aremo ne i due triangoli D E C, B E C li due lati dell'uno D E, E C eguali alli due dell'altro B E, E C, essendo le due D E, E B tangenti del cerchio DB, e le basi D C, C B parimente eguali; onde li due angoli D E C, B E C saranno eguali. E perché all'angolo B C E per esser retto manca quanto è l'angolo

C E B, ed all'angolo C E F, pur per esser retto, manca quanto è l'angolo C E D, essendo tali mancamenti eguali, gli angoli F C E, F E C saranno eguali, ed in consequenza i lati F E, F C; onde fatto centro il punto F, e con l'intervallo F E descrivendo un cerchio, passerá per il punto C. Descrivasi, e sia C E G: dico, questo esser il cerchio ricercato, a qualsivoglia punto della circonferenza del quale ogni coppia di linee che vi concorrano, partendosi da i termini A, B, aranno la medesima proporzione tra di loro che hanno le due parti A C, B C, le quali di giá vi concorrono nel punto C. Questo, delle due che concorrono nel punto E, cioè delle A E, B E, è manifesto, essendo l'angolo E del triangolo A E B diviso in mezzo dalla C E; per lo che qual proporzione ha la A C alla C B, tale ha la A E alla B E. L'istesso proveremo delle due A G, B G, terminate nel punto G. Imperò che, essendo (per la similitudine de' triangoli A F E, E F B) come A F ad F E cosí E F ad F B, cioè come A F ad F C, cosí C F ad F B, sará, dividendo, come A C a C F (cioè

ad F G) cosí C B a B F, e tutta A B a tutta B G come una C B ad una B F, e, componendo, come A G a G B cosí C F ad F B, cioè E F ad F B, cioè A E ad E B, ed A C a C B: il che bisognava provare. Prendasi ora qualsivoglia altro punto nella circonferenza, e sia H, al quale concorrano le due A H, B H: dico parimente, come A C a C B, cosí essere A H ad H B. Prolunghisi H B sino alla circonferenza in I, e congiungasi I F: e perché giá si è visto, come A B a B G, cosí essere C B a B F, sará il rettangolo A B F eguale al rettangolo C B G, cioè I B H, e però come A B a B H, cosí I B a B F; e sono gli angoli al B eguali; adunque A H ad H B sta come I F, cioè E F, ad F B, ed A E ad E B.

Dico, oltre a ciò, che è impossibile che le linee che abbiano tal proporzione, partendosi da i termini A, B, concorrano a verun punto o dentro o fuori del cerchio C E G. Imperò che, se è possibile, concorrano due tali linee al punto L, posto fuori, e siano le A L, B L, e prolunghisi la L B sino alla circonferenza in M, e congiungasi M F. Se dunque la A L alla B L è come la A C alla BC, cioè come la MF alla FB, aremo due triangoli ALB, MFB, li quali intorno alli due angoli ALB, MFB hanno i lati proporzionali, gli angoli alla cima nel punto B eguali, e li due rimanenti F M B, L A B minori che retti (imperò che l'angolo retto al punto M ha per base tutto il diametro C G, e non la sola parte B F; e l'altro al punto A è acuto, perché la linea A L, omologa della A C, è maggiore della B L, omologa della B C); adunque i triangoli A B L, M B F son simili, e però come A B a B L cosí M B a B F, onde il rettangolo A B F sará eguale al rettangolo M B L: ma il rettangolo A B F s'è dimostrato eguale al C B G; adunque il rettangolo M B L è eguale al rettangolo C B G, il che è impossibile: adunque il concorso non può cader fuori del cerchio. E nel medesimo

modo si dimostrerá non poter cader dentro: adunque tutti i concorsi cascano nella circonferenza stessa.

Ma è tempo che torniamo a dar sodisfazione al desiderio del Sig. Simplicio, mostrandogli come il risolver la linea ne' suoi infiniti punti non è non solamente impossibile, ma né meno ha in sé maggior difficoltá che 'l distinguere le sue parti quante, fatto però un supposto, il quale penso, Sig. Simplicio, che non siate per negarmi: e questo è, che non mi ricercherete che io vi separi i punti l'uno dall'altro e ve li faccia veder a uno a uno distinti sopra questa carta, perché io ancora mi contenterei che, senza staccar l'una dall'altra le quattro o le sei parti d'una linea, mi mostraste le sue divisioni segnate, o al piú piegate ad angoli, formandone un quadrato o un essagono; perché mi persuado pure che allora le chiamereste a bastanza distinte ed attuate.

SIMPL. Veramente sí.

SAL. Ora, se l'inflettere una linea ad angoli, formandone ora un quadrato, ora un ottangolo, ora un poligono di quaranta, di cento o di mille angoli, è mutazione bastante a ridurre all'atto quelle quattro, otto, quaranta, cento e mille parti che prima nella linea diritta erano, per vostro detto, in potenza, quando io formi di lei un poligono di lati infiniti, cioè quando io la infletta nella circonferenza d'un cerchio, non potrò io con pari licenza dire d'aver ridotto all'atto quelle parti infinite, che voi prima, mentre era retta, dicevi esser in lei contenute in potenza? Né si può negare, tal risoluzione esser fatta ne' suoi infiniti punti non meno che quella delle sue quattro parti nel formarne un quadrato, o nelle sue mille nel formarne un millagono; imperò che in lei non manca veruna delle condizioni che si trovano nel poligono di mille e di cento mila lati. Questo, applicato a una linea retta, se gli posa sopra toccandola con uno de' suoi lati, cioè con una sua centomillesima parte; il cerchio, che è un

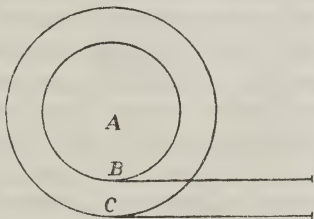
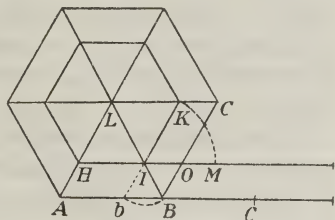
poligono di lati infiniti, tocca la medesima retta con uno de' suoi lati, che è un sol punto, diverso da tutti i suoi collaterali, e perciò da quelli diviso e distinto non meno che un lato del poligono da i suoi conterminali: e come il poligono rivoltato sopra un piano stampa con i toccamenti conseguenti de' suoi lati una linea retta eguale al suo perimetro, cosí il cerchio girato sopra un tal piano descrive con gl'infiniti suoi successivi contatti una linea retta egual alla propria circonferenza. Non so adesso, Sig. Simplicio, se i Signori Peripatetici, a i quali io ammetto, come verissimo concetto, il continuo esser divisibile in sempre divisibili, sí che continuando una tal divisione e suddivisione mai non si perverrebbe alla fine, si contenteranno di concedere a me, niuna delle tali loro divisioni esser l'ultima, come veramente non è, poiché sempre ve ne resta un'altra, ma bene l'ultima ed altissima esser quella che lo risolve in infiniti indivisibili, alla quale concedo che non si perverrebbe mai dividendo successivamente in maggiore e maggior moltitudine di parti; ma servendosi della maniera che propongo io, di distinguere e risolvere tutta la infinitá in un tratto solo (artifizio che non mi dovrebbe esser negato), crederei che dovessero quietarsi, ed ammetter questa composizione del continuo di atomi assolutamente indivisibili, e massime essendo questa una strada forse piú d'ogni altra corrente per trarci fuori di molto intrigati laberinti, quali sono, oltre a quello giá toccato della coerenza delle parti de i solidi, il comprender come stia il negozio della rarefazzione e della condensazione, senza incorrer per causa di quella nell'inconveniente di dovere ammettere spazii vacui, e per questa la penetrazione de i corpi: inconvenienti, che amendue mi pare ch'assai destramente vengano schivati con l'ammetter detta composizione d'indivisibili.

SIMPL. Io non so quello che i Peripatetici fusser per dire, atteso che le considerazioni fatte da voi credo che gli giugnerebbero per la maggior parte nuove, e come tali converrebbe esaminarle; e potrebbe accadere che quelli vi ritrovassero risposte e soluzioni potenti a sciorre quei nodi, che io, per la brevitá del tempo e per la debolezza del mio ingegno, non saprei di presente risolvere. Però sospendendo per ora questa parte, sentirei ben volentieri come l'introduzzione di questi indivisibili faciliti l'intelligenza della condensazione e della rarefazzione, schivando nell'istesso tempo il vacuo e la penetrazion de i corpi.

SAGR. Sentirò io ancora con gran brama la medesima cosa, all'intelletto mio tanto oscura; con questo però, che io non rimanga defraudato di sentire, conforme a quello che poco fa disse il Sig. Simplicio, le ragioni d'Aristotele in confutazion del vacuo, ed in consequenza le soluzioni che voi gli arrecate, come convien fare mentre voi ammettete quello che esso nega.

SAL. Faremo l'uno e l'altro. E quanto al primo, è necessario che, sí come in grazia della rarefazzione ci serviamo della linea descritta dal minor cerchio, maggiore della propria circonferenza, mentre vien mosso alla revoluzione del maggiore, cosí per intelligenza della condensazione mostriamo come alla conversione fatta dal minor cerchio il maggiore descriva una linea retta minore della sua circonferenza; per la cui piú chiara esplicazione, porremo innanzi la considerazione di quello che accade ne i poligoni.

In una descrizzione simile a quell'altra, siano due esagoni circa il comune centro L, che siano questi A B C, H I K, con le linee parallele H O M, A B *c*, sopra le quali si abbiano a far le revoluzioni; e fermato l'angolo I del poligono minore, volgasi esso poligono sin che il lato I K caschi sopra la parallela, nel qual moto il punto K de-

scriverá l'arco KM, e 'l lato KI si unirá con la parte IM: tra tanto bisogna vedere quel che fará il lato CB del poligono maggiore. E perché il rivolgimento si fa sopra il punto I, la linea IB col termine suo B descriverá, tornando indietro, l'arco B *b* sotto alla parallela *c* A, tal che quando il lato KI si congiugnerá con la linea MI, il lato BC si unirá con la linea *b c*, con l'avanzarsi per l'innanzi solamente quanto è la parte B*c* e ritirando in dietro la parte suttesa all'arco B*b*, la quale vien sopraposta alla linea BA. Ed intendendo continuarsi nell'istesso modo la conversione fatta dal minor poligono, questo descriverá bene e passerá sopra la sua parallela una linea eguale al suo perimetro; ma il maggiore passerá una linea minore del suo perimetro la quantitá di tante linee *b*B quanti sono uno manco de' suoi lati; e sará tal linea prossimamente eguale alla descritta dal poligono minore, eccedendola solamente di quanto è la *b*B. Qui dunque senza veruna repugnanza si scorge la cagione per la quale il maggior poligono non trapassi (portato dal minore) con i suoi lati linea maggiore della passata dal minore; che è perché una parte di ciascheduno de' lati si soprappone al suo precedente conterminale.

Ma se considereremo i due cerchi intorno al centro A, li quali sopra le lor parallele posino, toccando il minore la sua nel punto B, ed il maggiore la sua nel punto C, qui nel cominciar a far la revoluzione del minore non

avverrá che il punto B resti per qualche tempo immobile, sí che la linea B C dando in dietro trasporti il punto C, come accadeva ne i poligoni, che restando fisso il punto I sin che il lato K I cadesse sopra la linea I M, la linea I B riportava in dietro il B, termine del lato C B, sino in *b*, onde il lato B C cadeva in *b c*, soprapponendo alla linea B A la parte B *b* e solo avanzandosi per l'innanzi la parte B *c*, eguale alla I M, cioè a un lato del poligono minore; per le quali soprapposizioni, che sono gli eccessi de i lati maggiori sopra i minori, gli avanzi che restano, eguali a i lati del minor poligono, vengono a comporre nell'intera revoluzione la linea retta eguale alla segnata e misurata dal poligono minore. Ma qui dico, che se noi vorremo applicare un simil discorso all'effetto de i cerchi, converrá dire, che dove i lati di qualsivoglia poligono son compresi da qualche numero, i lati del cerchio sono infiniti: quelli son quanti e divisibili; questi, non quanti e indivisibili: i termini de i lati del poligono nella revoluzione stanno per qualche tempo fermi, cioè ciascheduno tal parte del tempo di una intera conversione, qual parte esso è di tutto il perimetro; ne i cerchi similmente le dimore de' termini de' suoi infiniti lati son momentanee, perché tal parte è un instante d'un tempo quanto, qual è un punto d'una linea, che ne contiene infiniti: i regressi in dietro fatti da i lati del maggior poligono sono non di tutto 'l lato, ma solamente dell'eccesso suo sopra 'l lato del minore, acquistando per l'innanzi tanto di spazio quanto è il detto minor lato; ne i cerchi il punto o lato C, nella quiete instantanea del termine B, si ritira in dietro quanto è il suo eccesso sopra 'l lato B, acquistando per l'innanzi quanto è il medesimo B: ed in somma gl'infiniti lati indivisibili del maggior cerchio con gl'infiniti indivisibili ritiramenti loro, fatti nell'infinite instantanee dimore de gl'infiniti termini de gl'infiniti lati del minor cerchio, e con i loro infiniti progressi, eguali a

gl'infiniti lati di esso minor cerchio, compongono e disegnano una linea eguale alla descritta dal minor cerchio, contenente in sé infinite soprapposizioni non quante, che fanno una costipazione e condensazione senza veruna penetrazione di parti quante, quale non si può intendere farsi nella linea divisa in parti quante, quale è il perimetro di qualsivoglia poligono, il quale, disteso in linea retta, non si può ridurre in minor lunghezza se non col far che i lati si soprapponghino e penetrino l'un l'altro. Questa costipazione di parti non quante ma infinite, senza penetrazione di parti quante, e la prima distrazzione di sopra dichiarata de gl'infiniti indivisibili con l'interposizione di vacui indivisibili, credo che sia il piú che dir si possa per la condensazione e rarefazzione de i corpi, senza necessitá d'introdurre la penetrazione de i corpi e gli spazii quanti vacui. Se ci è cosa che vi gusti, fatene capitale; se no, reputatela vana, e 'l mio discorso ancora, e ricercate da qualche altro esplicazione di maggior quiete per l'intelletto. Solo queste due parole vi replico, che noi siamo tra gl'infiniti e gl'indivisibili.

SAGR. Che il pensiero sia sottile, ed a' miei orecchi nuovo e peregrino, lo confesso liberamente; se poi nel fatto stesso la natura proceda con tal ordine, non saprei che risolvermi: vero è che sin ch'io non sentissi cosa che maggiormente mi quietassi, per non rimaner muto affatto, m'atterrei a questa. Ma forse il Sig. Simplicio avrá (quello che sin qui non ho incontrato) modo di esplicare l'esplicazione che in materia cosí astrusa da i filosofi si arreca; ché in vero quel che sin qui ho letto circa la condensazione è per me cosí denso, e quel della rarefazzione cosí sottile, che la mia debol vista questo non comprende e quello non penetra.

SIMPL. Io son pieno di confusione, e trovo duri intoppi nell'un sentiero e nell'altro, ed in particolare in questo nuovo: perché, secondo questa regola, un'oncia

d'oro si potrebbe rarefare e distrarre in una mole maggiore di tutta la Terra, e tutta la Terra condensare e ridurre in minor mole di una noce, cose che io non credo, né credo che voi medesimo crediate; e le considerazioni e dimostrazioni sin qui fatte da voi, come che son cose matematiche, astratte e separate dalla materia sensibile, credo che applicate alle materie fisiche e naturali non camminerebbero secondo coteste regole.

SAL. Che io vi sia per far vedere l'invisibile, né io lo saprei fare, né credo voi lo ricerchiate; ma per quanto da i nostri sensi può esser compreso, giá che voi avete nominato l'oro, non veggiam noi farsi immensa distrazzione delle sue parti? Non so se vi sia occorso di veder le maniere che tengono gli artefici in condur l'oro tirato, il quale non è veramente oro se non in superficie, ma la materia interna è argento: ed il modo del condurlo è tale. Pigliano un cilindro, o volete dire una verga, d'argento, lunga circa mezzo braccio e grossa per tre o quattro volte il dito pollice, e questa indorano con foglie d'oro battuto, che sapete esser cosí sottile che quasi va vagando per l'aria, e di tali foglie ne soprappongono otto o dieci, e non piú. Dorato che è, cominciano a tirarlo con forza immensa, facendolo passare per fori della filiera; e tornando a farlo ripassare molte e molte volte successivamente per fori piú angusti, dopo molte e molte ripassate lo riducono alla sottigliezza d'un capello di donna, se non maggiore: e tuttavia resta dorato in superficie. Lascio ora considerare a voi quale sia la sottigliezza e distrazzione alla quale si è ridotta la sustanza dell'oro.

SIMPL. Io non veggo che da questa operazione venga in consequenza un assottigliamento della materia dell'oro da farne quelle maraviglie che voi vorreste: prima, perché giá la prima doratura fu di dieci foglie d'oro, che vengono a far notabile grossezza; secondariamente, se ben, nel tirare e assottigliar quell'argento, cresce in lun-

ghezza, scema però anco tanto in grossezza, che, compensando l'una dimensione con l'altra, la superficie non si agumenta tanto, che per vestir l'argento di oro, bisogni ridurlo a sottigliezza maggiore di quella delle prime foglie.

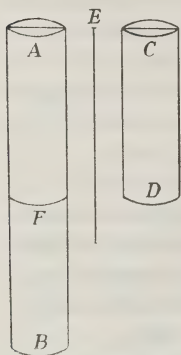
SAL. V'ingannate d'assai, Sig. Simplicio, perché l'accrescimento della superficie è sudduplo dell'allungamento, come io potrei geometricamente dimostrarvi.

SAGR. Io, e per me e per il Sig. Simplicio, vi pregherei a recarci tal dimostrazione, se però credete che da noi possa esser capita.

SAL. Vedrò se cosí improvisamente mi torna a memoria. Giá è manifesto, che quel primo grosso cilindro d'argento ed il filo lunghissimo tirato sono due cilindri eguali, essendo l'istesso argento; tal che s'io mostrerò qual proporzione abbiano tra di loro le superficie de i cilindri eguali, averemo l'intento. Dico per tanto che:

> Le superficie de i cilindri eguali, trattone le basi, son tra di loro in sudduplicata proporzione delle loro lunghezze.

Siano due cilindri eguali, l'altezze de i quali AB, CD, e sia la linea E media proporzionale tra esse: dico, la superficie del cilindro A B, trattone le basi, alla superficie del cilindro C D, trattone parimente le basi, aver la medesima proporzione che la linea A B alla linea E, che è sudduplа dalla proporzione di A B a C D. Taglisi la parte del cilindro A B in F, e sia l'altezza A F eguale alla C D: e perché le basi de' cilindri eguali rispondon contrariamente alle loro altezze, il cerchio base del cilindro C D al cerchio base del cilindro A B sará come l'altezza B A alla D C; e perché i cerchi son tra loro come i quadrati de i diametri, aranno detti quadrati la medesima proporzione che la B A alla C D; ma come B A a C D, cosí il quadrato B A al quadrato della E: son dunque tali quattro quadrati proporzionali; e però i lor lati ancora saranno proporzionali, e come la linea A B

alla E, cosí il diametro del cerchio C al diametro del cerchio A. Ma come i diametri, cosí sono le circonferenze, e come le circonferenze cosí sono ancora le superficie de' cilindri egualmente alti: adunque come la linea A B alla E, cosí la superficie del cilindro C D alla superficie del cilindro A F. Perché dunque l'altezza AF alla AB sta come la superficie A F alla superficie A B; e come l'altezza A B alla linea E, cosí la superficie C D alla A F: sará, per la perturbata, come l'altezza AF alla E, cosí la superficie CD alla superficie AB: e convertendo, come la superficie del cilindro A B alla superficie del cilindro C D, cosí la linea E alla A F, cioè alla C D, o vero la A B alla E, che è proporzione suddupla della A B alla C D: che è quello che bisognava provare.

Ora, se noi applicheremo questo, che si è dimostrato, al nostro proposito, presupposto che quel cilindro d'argento, che fu dorato mentre non era piú lungo di mezzo braccio e grosso tre o quattro volte piú del dito pollice, assottigliato alla finezza d'un capello si sia allungato sino in venti mila braccia (che sarebbe anche piú assai), troveremo, la sua superficie esser cresciuta dugento volte piú di quello che era; ed in consequenza quelle foglie d'oro, che furon soprapposte dieci in numero, distese in superficie dugento volte maggiore, ci assicurano, l'oro, che cuopre la superficie delle tante braccia di filo, restar non piú grosso che la ventesima parte d'una foglia dell'ordinario oro battuto. Considerate ora voi qual sia la sua sottigliezza, e se è possibile concepirla fatta senza una immensa distrazzione di parti, e se questa vi pare una esperienza che tenda anche ad una composizione d'infiniti indivisibili nelle materie fisiche: se ben di ciò

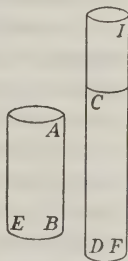
non mancano altri piú gagliardi e concludenti rincontri.

SAGR. La dimostrazione mi par tanto bella, che quando non avesse forza di persuader quel primo intento per il quale è stata prodotta (che pur mi par che ve l'abbia grande), ad ogni modo benissimo si è impiegato questo breve tempo che per sentirla si è speso.

SAL. Giá che veggo che gustate tanto di queste geometriche dimostrazioni, apportatrici di guadagni sicuri, vi dirò la compagna di questa, che sodisfá ad un quesito curioso assai. Nella passata aviamo quello che accaggia de i cilindri eguali, ma diversi di altezze o vero lunghezze: è ben sentire quello che avvenga a i cilindri eguali di superficie, ma diseguali d'altezze; intendendo sempre delle superficie sole che gli circondano intorno, cioè non comprendendo le due basi, superiore e inferiore. Dico dunque che:

I cilindri retti, le superficie de i quali, trattone le basi, siano eguali, hanno fra di loro la medesima proporzione che le loro altezze contrariamente prese.

Siano eguali le superficie de i due cilindri A E, C F, ma l'altezza di questo C D maggiore dell'altezza dell'altro A B: dico, il cilindro A E al cilindro C F aver la medesima proporzione che l'altezza C D alla A B. Perché dunque la superficie CF è eguale alla superficie AE, sará il cilindro C F minore dell'A E, perché se li fusse eguale, la sua superficie, per la passata proposizione, sarebbe maggiore della superficie A E, e molto piú se il medesimo cilindro C F fusse maggiore dell'A E. Intendasi il cilindro I D eguale all'A E; adunque, per la precedente, la superficie del cilindro I D alla superficie dell'A E stará come l'altezza I F alla media tra I F, A B. Ma essendo, per il dato, la superficie AE eguale alla CF, ed avendo la superficie I D alla C F la medesima pro-

porzione che l'altezza I F alla C D, adunque la C D è media tra le I F, A B; in oltre, essendo il cilindro I D eguale al cilindro A E, aranno amendue la medesima proporzione al cilindro C F: ma l' I D al C F sta come l'altezza I F alla C D: adunque il cilindro A E al cilindro C F ará la medesima proporzione che la linea I F alla C D, cioè che la C D alla A B, che è l'intento.

Di qui s'intende la ragione d'un accidente, che non senza maraviglia vien sentito dal popolo; ed è, come possa essere che il medesimo pezzo di tela piú lungo per un verso che per l'altro, se se ne facesse un sacco da tenervi dentro del grano, come si costuma fare con un fondo di tavola, terrá piú servendoci per l'altezza del sacco della minor misura della tela e con l'altra circondando la tavola del fondo, che facendo per l'opposito: come se, v. g., la tela per un verso fusse sei braccia e per l'altro dodici, piú terrá quando con la lunghezza di dodici si circondi la tavola del fondo, restando il sacco alto braccia sei, che se si circondasse un fondo di sei braccia, avendone dodici per altezza. Ora, da quello che si è dimostrato, alla generica notizia del capir piú per quel verso che per questo, si aggiugne la specifica e particolare scienza del quanto ei contenga piú; che è, che tanto piú terrá quanto sará piú basso, e tanto meno quanto piú alto: e cosí, nelle misure assegnate essendo la tela il doppio piú lunga che larga, cucita per la lunghezza terrá la metá manco che per l'altro verso; e parimente avendo una stuoia, per fare una bugnola, lunga venticinque braccia e larga, v. g., sette, piegata per lo lungo terrá solamente sette misure di quelle che per l'altro verso ne terrebbe venticinque.

SAGR. E cosí con nostro gusto particolare andiamo continuamente acquistando nuove cognizioni curiose e non ignude di utilitá. Ma nel proposito toccato adesso, veramente non credo che tra quelli che mancano di

qualche cognizione di geometria se ne trovassero quattro per cento che non restassero a prima giunta ingannati, che quei corpi che da superficie eguali son contenuti, non fussero ancora in tutto eguali; sí come nell'istesso errore incorrono parlando delle superficie, che per determinar, come spesse volte accade, delle grandezze di diverse cittá, intera cognizione gli par d'averne qualunque volta sanno la quantitá de i recinti di quelle, ignorando che può essere un recinto eguale a un altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello: il che accade non solamente tra le superficie irregolari, ma tra le regolari, delle quali quelle di piú lati son sempre piú capaci di quelle di manco lati, sí che in ultimo il cerchio, come poligono di lati infiniti, è capacissimo sopra tutti gli altri poligoni di egual circuito; di che mi ricordo averne con gusto particolare veduta la dimostrazione studiando la Sfera del Sacrobosco con un dottissimo commentario sopra.

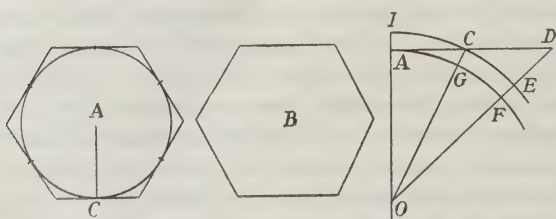
SAL. È verissimo: ed avendo io ancora incontrato cotesto luogo, mi dette occasione di ritrovare, come con una sola e breve dimostrazione si concluda, il cerchio esser maggiore di tutte le figure regolari isoperimetre; e, dell'altre, quelle di piú lati, maggiori di quelle di manco.

SAGR. Ed io, che sento tanto diletto in certe proposizioni e dimostrazioni scelte e non triviali, importunandovi vi prego che me ne facciate partecipe.

SAL. In brevi parole vi spedisco, dimostrando il seguente teorema, cioè:

> Il cerchio è medio proporzionale tra qualsivoglino due poligoni regolari tra di loro simili, de i quali uno gli sia circoscritto e l'altro gli sia isoperimetro. In oltre, essendo egli minore di tutti i circoscritti, è all'incontro massimo di tutti gli isoperimetri. De i medesimi poi circoscritti, quelli che hanno piú angoli son minori di quelli che ne

hanno manco; ma all'incontro, de gl'isoperimetri quelli di piú angoli son maggiori.

Delli due poligoni simili A, B sia l'A circoscritto al cerchio A, e l'altro B ad esso cerchio sia isoperimetro: dico, il cerchio esser medio proporzionale tra essi. Imperò che (tirato il semidiametro A C), essendo il cerchio eguale a quel triangolo rettangolo, de i lati del quale che sono intorno all'angolo retto, uno sia eguale al semidiametro A C e l'altro alla circonferenza; e similmente essendo il poligono A eguale al triangolo rettangolo, che intorno all'angolo retto ha uno de i lati eguali alla medesima retta AC,

e l'altro al perimetro del medesimo poligono; è manifesto, il circoscritto poligono aver al cerchio la medesima proporzione che ha il suo perimetro alla circonferenza di esso cerchio, cioè al perimetro del poligono B, che alla circonferenza detta si pone eguale: ma il poligono A al B ha doppia proporzione che 'l suo perimetro al perimetro di B (essendo figure simili): adunque il cerchio A è medio proporzionale tra i due poligoni A, B. Ed essendo il poligono A maggior del cerchio A, è manifesto, esso cerchio A esser maggiore del poligono B, suo isoperimetro, ed in consequenza massimo di tutti i poligoni regolari suoi isoperimetri.

Quanto all'altra parte, cioè di provare che de i poligoni circoscritti al medesimo cerchio, quello di manco lati sia maggior di quello di piú lati; ma che all'incontro, de i poligoni isoperimetri quello di piú lati sia maggiore di quello di manco lati; dimostreremo cosí. Nel cerchio,

il cui centro O, semidiametro O A, sia la tangente A D, ed in essa pongasi, per esempio, A D esser la metá del lato del pentagono circoscritto, ed A C metá del lato dell'ettagono, e tirinsi le rette O G C, O F D, e, centro O, intervallo O C, descrivasi l'arco E C I. E perché il triangolo D O C è maggiore del settore E O C, e 'l settore C O I maggiore del triangolo C O A, maggior proporzione ará il triangolo D O C al triangolo C O A, che 'l settore E O C al settore C O I, cioè che 'l settore F O G al settore G O A; e componendo e permutando, il triangolo D O A al settore F O A ará maggior proporzione che il triangolo C O A al settore G O A, e dieci triangoli D O A a dieci settori F O A aranno maggior proporzione che quattordici triangoli C O A a quattordici settori G O A, cioè il pentagono circoscritto ará maggior proporzione al cerchio che non gli ha l'ettagono; e però il pentagono sará maggior dell'ettagono. Intendansi ora un ettagono ed un pentagono isoperimetri al medesimo cerchio: dico, l'ettagono esser maggior del pentagono. Imperò che, essendo l'istesso cerchio medio proporzionale tra 'l pentagono circoscritto e 'l pentagono suo isoperimetro, e parimente medio tra 'l circoscritto e l'isoperimetro ettagono; essendosi provato, il circoscritto pentagono esser maggiore del circoscritto ettagono; avrá esso pentagono maggior proporzione al cerchio che l'ettagono, cioè il cerchio ará maggior proporzione al suo isoperimetro pentagono che all'isoperimetro ettagono: adunque il pentagono è minore dell'isoperimetro ettagono: che si doveva dimostrare.

SAGR. Gentilissima dimostrazione e molto acuta e che ritiene una quasi contradizion nel primo aspetto; poiché la cagione dell'esser il poligono di piú lati maggior del suo isoperimetro di manco lati, proviene dall'esser il circonscritto di piú lati minor del circonscritto di manco lati. Ma dove siamo trascorsi a ingolfarci nella geometria? mentre eramo su 'l considerare le difficoltá promosse dal

Sig. Simplicio, che veramente son di gran considerazione; ed in particolare quella della condensazione mi par durissima.

SAL. Se la condensazione e la rarefazzione son moti opposti, dove si vegga una immensa rarefazzione, non si potrá negare una non men grandissima condensazione; ma rarefazzioni immense, e, quel che accresce la maraviglia, quasi che momentanee, le veggiamo noi tutto 'l giorno. E quale sterminata rarefazzione è quella di una poca quantitá di polvere d'artiglieria, risoluta in una mole vastissima di fuoco? e quale, oltre a questa, l'espansione, direi quasi senza termine, della sua luce? E se quel fuoco e questo lume si riunissero insieme, che pur non è impossibile, poiché dianzi stettero dentro quel piccolo spazio, qual condensamento sarebbe questo? Voi, discorrendo, troverete mille di tali rarefazzioni, che sono molto piú in pronto ad esser osservate che le condensazioni, perché le materie dense son piú trattabili e sottoposte a i nostri sensi, che ben maneggiamo le legne e le vediamo risolvere in fuoco e in luce, ma non cosí veggiamo il fuoco e 'l lume condensarsi a costituire il legno; veggiamo i frutti, i fiori e mille altre solide materie risolversi in gran parte in odori, ma non cosí osserviamo gli atomi odorosi concorrere alla costituzione de i solidi odorati. Ma dove manca la sensata osservazione, si deve supplir col discorso, che basterá per farci capaci non men del moto alla rarefazzione e resoluzione de i solidi, che alla condensazione delle sustanze tenui e rarissime. In oltre, noi trattiamo come si possa far la condensazione e rarefazzione de i corpi che si possono rarefare e condensare, specolando in qual maniera ciò possa esser fatto senza l'introduzzion del vacuo e della penetrazione de i corpi; il che non esclude che in natura possano esser materie che non ammettono tali accidenti, ed in consequenza non danno luogo a quelli che voi chiamate inconvenienti e

impossibili. E finalmente, Sig. Simplicio, io, in grazia di voi altri, Signori filosofi, mi sono affaticato in specolare come si possa intendere, farsi la condensazione e la rarefazzione senza ammetter la penetrazione de i corpi e l'introduzzione de gli spazii vacui, effetti da voi negati ed aborriti; che quando voi gli voleste concedere, io non vi sarei cosí duro contradittore. Però, o ammettete questi inconvenienti, o gradite le mie specolazioni, o trovatene di piú aggiustate.

SAGR. Alla negativa della penetrazione son io del tutto con i filosofi peripatetici. A quella del vacuo vorrei sentir ben ponderare la dimostrazione d'Aristotele, con la quale ei l'impugna, e quello che voi, Sig. Salviati, gli opponete. Il Sig. Simplicio mi fará grazia di arrecar puntualmente la prova del Filosofo, e voi, Sig. Salviati, la risposta.

SIMPL. Aristotele, per quanto mi sovviene, insurge contro alcuni antichi, i quali introducevano il vacuo come necessario per il moto, dicendo che questo senza quello non si potrebbe fare. A questo contrapponendosi Aristotele, dimostra che, all'opposito, il farsi (come veggiamo) il moto distrugge la posizione del vacuo; e 'l suo progresso è tale. Fa due supposizioni: l'una è di mobili diversi in gravitá, mossi nel medesimo mezzo; l'altra è dell'istesso mobile mosso in diversi mezzi. Quanto al primo, suppone che mobili diversi in gravitá si muovano nell'istesso mezzo con diseguali velocitá, le quali mantengano tra di loro la medesima proporzione che le gravitá; sí che, per esempio, un mobile dieci volte piú grave di un altro si muova dieci volte piú velocemente. Nell'altra posizione piglia che le velocitá del medesimo mobile in diversi mezzi ritengano tra di loro la proporzione contraria di quella che hanno le grossezze o densitá di essi mezzi; talmente che, posto, v. g., che la crassizie dell'acqua fusse dieci volte maggiore di quella dell'aria,

vuole che la velocitá nell'aria sia dieci volte piú che la velocitá nell'acqua. E da questo secondo supposto trae la dimostrazione in cotal forma: Perché la tenuitá del vacuo supera d'infinito intervallo la corpulenza, ben che sottilissima, di qualsivoglia mezzo pieno, ogni mobile che nel mezzo pieno si movesse per qualche spazio in qualche tempo, nel vacuo dovrebbe muoversi in uno instante; ma farsi moto in uno instante è impossibile; adunque darsi il vacuo in grazia del moto è impossibile.

SAL. L'argomento si vede che è *ad hominem*, cioè contro a quelli che volevano il vacuo come necessario per il moto: che se io concederò l'argomento come concludente, concedendo insieme che nel vacuo non si farebbe il moto, la posizion del vacuo, assolutamente presa e non in relazione al moto, non vien destrutta. Ma per dire quel che per avventura potrebber rispondere quegli antichi, acciò meglio si scorga quanto concluda la dimostrazione d'Aristotele, mi par che si potrebbe andar contro a gli assunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo, io grandemente dubito che Aristotele non sperimentasse mai quanto sia vero che due pietre, una piú grave dell'altra dieci volte, lasciate nel medesimo instante cader da un'altezza, v. g., di cento braccia, fusser talmente differenti nelle lor velocitá, che all'arrivo della maggior in terra, l'altra si trovasse non avere né anco sceso dieci braccia.

SIMPL. Si vede pure dalle sue parole ch'ei mostra d'averlo sperimentato, perché ei dice: *Veggiamo il piú grave*; or quel *vedersi* accenna l'averne fatta l'esperienza.

SAGR. Ma io, Sig. Simplicio, che n'ho fatto la prova, vi assicuro che una palla d'artiglieria, che pesi cento, dugento e anco piú libbre, non anticiperá di un palmo solamente l'arrivo in terra della palla d'un moschetto, che ne pesi una mezza, venendo anco dall'altezza di dugento braccia.

SAL. Ma, senz'altre esperienze, con breve e concludente dimostrazione possiamo chiaramente provare, non esser vero che un mobile piú grave si muova piú velocemente d'un altro men grave, intendendo di mobili dell'istessa materia, ed in somma di quelli de i quali parla Aristotele. Però ditemi, Sig. Simplicio, se voi ammettete che di ciascheduno corpo grave cadente sia una da natura determinata velocitá, sí che accrescergliela o diminuirgliela non si possa se non con usargli violenza o opporgli qualche impedimento.

SIMPL. Non si può dubitare che l'istesso mobile nell'istesso mezzo abbia una statuita e da natura determinata velocitá, la quale non se gli possa accrescere se non con nuovo impeto conferitogli, o diminuirgliela salvo che con qualche impedimento che lo ritardi.

SAL. Quando dunque noi avessimo due mobili, le naturali velocitá de i quali fussero ineguali, è manifesto che se noi congiugnessimo il piú tardo col piú veloce, questo dal piú tardo sarebbe in parte ritardato, ed il tardo in parte velocitato dall'altro piú veloce. Non concorrete voi meco in quest'opinione?

SIMPL. Parmi che cosí debba indubitabilmente seguire.

SAL. Ma se questo è, ed è insieme vero che una pietra grande si muova, per esempio, con otto gradi di velocitá, ed una minore con quattro, adunque, congiugnendole amendue insieme, il composto di loro si moverá con velocitá minore di otto gradi: ma le due pietre, congiunte insieme, fanno una pietra maggiore che quella prima, che si moveva con otto gradi di velocitá: adunque questo composto (che pure è maggiore che quella prima sola) si muoverá piú tardamente che la prima sola, che è minore; che è contro alla vostra supposizione. Vedete dunque come dal suppor che 'l mobile piú grave si muova piú velocemente del men grave, io vi concludo, il piú grave muoversi men velocemente.

SIMPL. Io mi trovo avviluppato, perché mi par pure che la pietra minore aggiunta alla maggiore le aggiunga peso, e, aggiugnendole peso, non so come non debba aggiugnerle velocitá, o almeno non diminuirgliela.

SAL. Qui commettete un altro errore, Sig. Simplicio, perché non è vero che quella minor pietra accresca peso alla maggiore.

SIMPL. Oh, questo passa bene ogni mio concetto.

SAL. Non lo passerá altrimente, fatto ch'io v'abbia accorto dell'equivoco nel quale voi andate fluttuando: però avvertite che bisogna distinguere i gravi posti in moto da i medesimi costituiti in quiete. Una gran pietra messa nella bilancia non solamente acquista peso maggiore col soprapporgli un'altra pietra, ma anco la giunta di un pennecchio di stoppa la fará pesar piú quelle sei o dieci once che peserá la stoppa; ma se voi lascerete liberamente cader da un'altezza la pietra legata con la stoppa, credete voi che nel moto la stoppa graviti sopra la pietra, onde gli debba accelerar il suo moto, o pur credete che ella la ritarderá, sostenendola in parte? Sentiamo gravitarci su le spalle mentre vogliamo opporci al moto che farebbe quel peso che ci sta addosso; ma se noi scendessimo con quella velocitá che quel tal grave naturalmente scenderebbe, in che modo volete che ci prema e graviti sopra? Non vedete che questo sarebbe un voler ferir con la lancia colui che vi corre innanzi con tanta velocitá, con quanta o con maggiore di quella con la quale voi lo seguite? Concludete pertanto che nella libera e naturale caduta la minor pietra non gravita sopra la maggiore, ed in consequenza non le accresce peso, come fa nella quiete.

SIMPL. Ma chi posasse la maggior sopra la minore?

SAL. Le accrescerebbe peso, quando il suo moto fusse piú veloce: ma giá si è concluso che quando la minore fusse piú tarda, ritarderebbe in parte la velocitá della maggiore, tal che il loro composto si moverebbe men ve-

loce, essendo maggiore dell'altra; che è contro al vostro assunto. Concludiamo per ciò, che i mobili grandi e i piccoli ancora, essendo della medesima gravitá in spezie, si muovono con pari velocitá.

SIMPL. Il vostro discorso procede benissimo veramente: tuttavia mi par duro a credere che una lagrima di piombo si abbia a muover cosí veloce come una palla d'artiglieria.

SAL. Voi dovevi dire, un grano di rena come una macina da guado. Io non vorrei, Sig. Simplicio, che voi faceste come molt'altri fanno, che, divertendo il discorso dal principale intento, vi attaccaste a un mio detto che mancasse dal vero quant'è un capello, e che sotto questo capello voleste nasconder un difetto d'un altro, grande quant'una gomona da nave. Aristotele dice: « Una palla di ferro di cento libbre, cadendo dall'altezza di cento braccia, arriva in terra prima che una di una libbra sia scesa un sol braccio »; io dico ch'ell'arrivano nell'istesso tempo; voi trovate, nel farne l'esperienza, che la maggiore anticipa due dita la minore, cioè che quando la grande percuote in terra, l'altra ne è lontana due dita: ora vorreste dopo queste due dita appiattare le novantanove braccia di Aristotele, e parlando solo del mio minimo errore, metter sotto silenzio l'altro massimo. Aristotele pronunzia che mobili di diversa gravitá nel medesimo mezzo si muovono (per quanto depende dalla gravitá) con velocitadi proporzionate a i pesi loro, e l'esemplifica con mobili ne i quali si possa scorgere il puro ed assoluto effetto del peso, lasciando l'altre considerazioni sí delle figure come de i minimi momenti, le quali cose grande alterazione ricevono dal mezzo, che altera il semplice effetto della sola gravitá: che perciò si vede l'oro, gravissimo sopra tutte l'altre materie, ridotto in una sottilissima foglia andar vagando per aria; l'istesso fanno i sassi pestati in sottilissima polvere. Ma se voi

volete mantenere la proposizione universale, bisogna che voi mostriate, la proporzione delle velocitá osservarsi in tutti i gravi, e che un sasso di venti libbre si muova dieci volte piú veloce che uno di due; il che vi dico esser falso, e che, cadendo dall'altezza di cinquanta o cento braccia, arrivano in terra nell'istesso momento.

SIMPL. Forse da grandissime altezze di migliaia di braccia seguirebbe quello che in queste altezze minori non si vede accadere.

SAL. Se Aristotele avesse inteso questo, voi gli addossereste un altro errore, che sarebbe una bugia; perché, non si trovando in terra tali altezze perpendicolari, chiara cosa è che Aristotele non ne poteva aver fatta esperienza: e pur ci vuol persuadere d'averla fatta, mentre dice che tale effetto si vede.

SIMPL. Aristotele veramente non si serve di questo principio, ma di quell'altro, che non credo che patisca queste difficoltá.

SAL. E l'altro ancora non è men falso di questo; e mi maraviglio che per voi stesso non penetriate la fallacia, e che non v'accorghiate che quando fusse vero che l'istesso mobile in mezzi di differente sottilitá e raritá, ed in somma di diversa cedenza, quali, per esempio, son l'acqua e l'aria, si movesse con velocitá nell'aria maggiore che nell'acqua secondo la proporzione della raritá dell'aria a quella dell'acqua, ne seguirebbe che ogni mobile che scendesse per aria, scenderebbe anco nell'acqua: il che è tanto falso, quanto che moltissimi corpi scendono nell'aria, che nell'acqua non pur non descendono, ma sormontano all'in su.

SIMPL. Io non intendo la necessitá della vostra consequenza; e piú dirò che Aristotele parla di quei mobili gravi che descendono nell'un mezzo e nell'altro, e non di quelli che scendono nell'aria, e nell'acqua vanno all'in su.

SAL. Voi arrecate per il Filosofo di quelle difese che egli assolutamente non produrrebbe, per non aggravar il primo errore. Però ditemi se la corpulenza dell'acqua, o quel che si sia che ritarda il moto, ha qualche proporzione alla corpulenza dell'aria, che meno lo ritarda; ed avendola, assegnatela a vostro beneplacito.

SIMPL. Halla, e ponghiamo ch'ella sia in proporzione decupla; e che però la velocitá di un grave che descenda in amendue gli elementi, sará dieci volte piú tardo nell'acqua che nell'aria.

SAL. Piglio adesso un di quei gravi che vanno in giú nell'aria, ma nell'acqua no, qual sarebbe una palla di legno, e vi domando che voi gli assegniate qual velocitá piú vi piace, mentre scende per aria.

SIMPL. Ponghiamo che ella si muova con venti gradi di velocitá.

SAL. Benissimo. Ed è manifesto che tal velocitá a qualche altra minore può aver la medesima proporzione che la corpulenza dell'acqua a quella dell'aria, e che questa sará la velocitá di due soli gradi; tal che veramente, a filo e a dirittura, conforme all'assunto d'Aristotele, si doverebbe concludere che la palla di legno, che nell'aria, dieci volte piú cedente dell'acqua, si muove scendendo con venti gradi di velocitá, nell'acqua dovrebbe scendere con due, e non venir a galla dal fondo, come fa: se giá voi non voleste dire che nell'acqua il venir ad alto, nel legno, sia l'istesso che 'l calare a basso con due gradi di velocitá; il che non credo. Ma giá che la palla del legno non cala al fondo, credo pure che mi concederete che qualche altra palla d'altra materia, diversa dal legno, si potrebbe trovare, che nell'acqua scendesse con due gradi di velocitá.

SIMPL. Potrebbesi senza dubbio, ma di materia notabilmente piú grave del legno.

SAL. Questo è quel ch'io vo cercando. Ma questa seconda palla, che nell'acqua descende con due gradi di velocitá, con quanta velocitá descenderá nell'aria? Bisogna (se volete servar la regola d'Aristotele) che rispondiate che si moverá con venti gradi: ma venti gradi di velocitá avete voi medesimo assegnati alla palla di legno: adunque questa e l'altra assai piú grave si moveranno per l'aria con egual velocitá. Or come accorda il Filosofo questa conclusione con l'altra sua, che i mobili di diversa gravitá nel medesimo mezzo si muovano con diverse velocitá, e diverse tanto quanto le gravitá loro? Ma senza molto profonde contemplazioni, come avete voi fatto a non osservar accidenti frequentissimi e palpabilissimi, e non badare a due corpi che nell'acqua si moveranno l'uno cento volte piú velocemente dell'altro, ma che nell'aria poi quel piú veloce non supererá l'altro di un sol centesimo? come, per esempio, un uovo di marmo scenderá nell'acqua cento volte piú presto che alcuno di gallina, che per l'aria nell'altezza di venti braccia non l'anticiperá di quattro dita; ed in somma tal grave andrá al fondo in tre ore in dieci braccia d'acqua, che in aria le passerá in una battuta o due di polso, dalla quale esperienza seguirebbe che la densitá dell'acqua superasse a piú di mille doppi quella dell'aria: ed all'incontro, un altro corpo (qual sarebbe una palla di piombo) passerá nell'acqua le medesime 10 braccia in tempo per avventura poco piú che doppio del tempo nel quale passerá altrettanto spazio per l'aria; talché da questa seconda esperienza si dovrebbe concludere che la densitá dell'acqua fosse poco piú che doppia di quella dell'aria. E qui so ben, Sig. Simplicio, che voi comprendete che non ci ha luogo distinzione o risposta veruna. Concludiamo per tanto, che tale argomento non conclude nulla contro al vacuo; e quando concludesse, distruggerebbe solamente gli spazii notabilmente grandi, quali né io né

credo che quelli antichi supponessero naturalmente darsi, se ben forse con violenza si possan fare, come par che da varie esperienze si raccolga, le quali troppo lungo sarebbe il voler al presente arrecare.

SAGR. Vedendo che il Sig. Simplicio tace, piglierò io campo di dire alcuna cosa. Giá che assai apertamente avete dimostrato, come non è altrimenti vero che mobili disegualmente gravi si muovano nel medesimo mezzo con velocitá proporzionate alle gravitá loro, ma con eguale, intendendo de i gravi dell'istessa materia o vero dell'istessa gravitá in specie, ma non giá (come credo) di gravitá differenti in specie (perché non penso che voi intendiate di concluderci ch'una palla di sughero si muova con pari velocitá ch'una di piombo); ed avendo, di piú, dimostrato molto chiaramente, come non è vero che 'l medesimo mobile in mezzi di diverse resistenze ritenga nelle velocitá e tarditá sue la medesima proporzione che le resistenze; a me sarebbe cosa gratissima il sentire, quali siano le proporzioni che nell'un caso e nell'altro vengono osservate.

SAL. I quesiti son belli, ed io ci ho molte volte pensato: vi dirò il discorso fattoci attorno, e quello che ne ho in ultimo ritratto. Dopo essermi certificato, non esser vero che il medesimo mobile in mezzi di diversa resistenza osservi nella velocitá la proporzione delle cedenze di essi mezzi; né meno che nel medesimo mezzo mobili di diversa gravitá ritengano nelle velocitá loro la proporzione di esse gravitá (intendendo anco delle gravitá diverse in specie); cominciai a comporre insieme amendue questi accidenti, avvertendo quello che accadesse de i mobili differenti di gravitá posti in mezzi di diverse resistenze: e m'accorsi, le disegualitá delle velocitá trovarsi tuttavia maggiori ne i mezzi piú resistenti che ne i piú cedenti, e ciò con diversitá tali, che di due mobili che scendendo per aria pochissimo differiranno in velocitá di

moto, nell'acqua l'uno si moverá dieci volte piú veloce dell'altro; anzi che tale che nell'aria velocemente descende, nell'acqua non solo non scenderá, ma resterá del tutto privo di moto, e, quel che è piú, si moverá all'in su: perché si potrá tal volta trovare qualche sorte di legno, o qualche nodo o radica di quello, che nell'acqua potrá stare in quiete, che nell'aria velocemente descenderá.

SAGR. Io piú volte mi son messo con una estrema flemma per veder di ridurre una palla di cera, che per se stessa non va a fondo, con l'aggiugnergli grani di rena, a segno tale di gravitá simile all'acqua, che nel mezzo di quella si fermasse; né mai, per diligenza usata, mi successe il poterlo conseguire: onde non so se altra materia solida si ritrovi tanto naturalmente simile in gravitá all'acqua, che, posta in essa, in ogni luogo potesse fermarsi.

SAL. Sono in questo, come in mille altre operazioni, assai piú diligenti molti animali, che non siamo noi altri. E nel vostro caso i pesci vi arebber potuto porger qualche documento, essendo in questo esercizio cosí dotti, che ad arbitrio loro si equilibrano non solo con un'acqua, ma con differenti notabilmente o per propria natura o per una sopravvenente torbida o per salsedine, che fa differenza assai grande; si equilibrano, dico, tanto esattamente, che senza punto muoversi restano in quiete in ogni luogo; e ciò, per mio credere, fanno eglino servendosi dello strumento datogli dalla natura a cotal fine, cioè di quella vescichetta che hanno in corpo, la quale per uno assai angusto meato risponde alla lor bocca, e per quello a posta loro o mandano fuori parte dell'aria che in dette vesciche si contiene, o, venendo col nuoto a galla, altra ne attraggono, rendendosi con tale arte or piú or meno gravi dell'acqua, ed a lor beneplacito equilibrandosegli.

SAGR. Io con un altro artifizio ingannai alcuni amici, appresso i quali mi ero vantato di ridurre quella palla

di cera al giusto equilibrio con l'acqua; ed avendo messo nel fondo del vaso una parte di acqua salata, e sopra quella della dolce, mostrai loro la palla che a mezz'acqua si fermava, e spinta nel fondo o sospinta ad alto né in questo né in quel sito restava, ma ritornava nel mezzo.

SAL. Non è cotesta esperienza priva di utilitá: perché trattandosi da i medici in particolare delle diverse qualitá di acque, e tra l'altre principalmente della leggerezza o gravitá piú di questa che di quella, con una simil palla, aggiustata sí che resti ambigua, per cosí dire, tra lo scendere e 'l salire in un'acqua, per minima che sia la differenza di peso tra due acque, se, in una, tal palla scenderá, nell'altra, che sia piú grave, salirá; ed è talmente esatta cotale esperienza, che la giunta di due grani di sale solamente, che si mettino in sei libbre d'acqua, fará risalire dal fondo alla superficie quella palla che vi era pur allora scesa. E piú vi voglio dire, in confermazione dell'esattezza di questa esperienza ed insieme per chiara prova della nulla resistenza dell'acqua all'esser divisa, che non solamente l'ingravirla, con la mistione di qualche materia piú grave di lei, induce tanto notabil differenza, ma il riscaldarla o raffreddarla un poco produce il medesimo effetto, e con sí sottile operazione, che l'infonder quattro gocciole d'altra acqua un poco piú calda o un poco piú fredda delle sei libbre, fará che la palla vi scenda o vi sormonti: vi scenderá infondendovi la calda, e monterá per l'infusione della fredda. Or vedete quanto s'ingannino quei filosofi che voglion metter nell'acqua viscositá o altra congiunzione di parti, che la facciano resistente alla divisione e penetrazione.

SAGR. Veddi molto concludenti discorsi intorno a questo argomento in un trattato del nostro Accademico: tuttavia mi resta un gagliardo scrupolo, il quale non so rimuovere; perché se nulla di tenacitá e coerenza risiede tra le parti dell'acqua, come possono sostenersi assai

grandi pezzi e molto rilevati, in particolare sopra le foglie de i cavoli, senza spargersi e spianarsi?

SAL. Ancor che vero sia che colui che ha dalla sua la conclusione vera, possa risolvere tutte l'instanze che vengono opposte in contrario, non però mi arrogherei io il poter ciò fare; né la mia impotenza deve denigrare la candidezza della veritá. Io, primieramente, vi confesso che non so come vadia il negozio del sostenersi quei globi d'acqua assai rilevati e grandi, se bene io so di certo che da tenacitá interna, che sia tra le sue parti, ciò non deriva; onde resta necessario che la cagione di cotal effetto risegga fuori. Che ella non sia interna, oltre all'esperienze mostrate ve lo posso confermare con un'altra efficacissima. Se le parti di quell'acqua che, rilevata, si sostiene mentre è circondata dall'aria, avessero cagione interna per ciò fare, molto piú si sosterrebbono circondate che fussero da un mezzo nel quale avessero minor propensione di descendere che nell'aria ambiente non hanno: ma un mezzo tale sarebbe ogni fluido piú grave dell'aria, come, v. g., il vino; e però infondendo intorno a quel globo d'acqua del vino, se gli potrebbe alzare intorno intorno, senza che le parti dell'acqua, conglutinate dall'interna viscositá, si dissolvessero: ma ciò non accad'egli; anzi non prima se gli accosterá il liquore sparsogli intorno, che, senza aspettar che molto se gli elevi intorno, si dissolverá e spianerá, restandogli di sotto, se sará vino rosso: è dunque esterna, e forse dell'aria ambiente, la cagione di tale effetto. E veramente si osserva una gran dissensione tra l'aria e l'acqua, la quale ho io in un'altra esperienza osservata; e questa è, che s'io empio d'acqua una palla di cristallo, che abbia un foro angusto quant'è la grossezza d'un fil di paglia, e cosí piena la volto con la bocca all'in giú, non però l'acqua, benché gravissima e pronta a scender per aria, e l'aria, altrettanto disposta a salire, come leggerissima, per l'acqua, si accordano,

STEFANO DELLA BELLA

DISEGNO PER L'EDIZIONE BOLOGNESE DELLE OPERE DI GALILEO

(Firenze, Gabinetto delle Stampe agli Uffizî)

quella a scendere uscendo per il foro, e questa a salire entrandovi, ma restano amendue ritrose e contumaci; all'incontro poi, se io presenterò a quel foro un vaso con del vino rosso, che quasi insensibilmente è men grave dell'acqua, lo vedremo subito con tratti rosseggianti lentamente ascendere per mezzo l'acqua, e l'acqua con pari tarditá scender per il vino, senza punto mescolarsi, sin che finalmente la palla si empirá tutta di vino e l'acqua calerá tutta nel fondo del vaso di sotto. Or che si deve qui dire o che argumentarne, fuor che una disconvenienza tra l'acqua e l'aria, occulta a me, ma forse...

SIMPL. Mi vien quasi da ridere nel veder la grande antipatia che ha il Sig. Salviati con l'antipatia, che né pur vuol nominarla; e pur è tanto accommodata a scior la difficoltá.

SAL. Or sia questa, in grazia del Sig. Simplicio, la soluzione del nostro dubbio: e lasciato il digredire, torniamo al nostro proposito. Veduto come la differenza di velocitá, ne i mobili di gravitá diverse, si trova esser sommamente maggiore ne i mezzi piú e piú resistenti; ma che piú? nel mezzo dell'argento vivo l'oro non solamente va in fondo piú velocemente del piombo, ma esso solo vi descende, e gli altri metalli e pietre tutti vi si muovono in su e vi galleggiano, dove che tra palle d'oro, di piombo, di rame, di porfido, o di altre materie gravi, quasi del tutto insensibile sará la disegualitá del moto per aria, ché sicuramente una palla d'oro nel fine della scesa di cento braccia non preverrá una di rame di quattro dita; veduto, dico, questo, cascai in opinione che se si levasse totalmente la resistenza del mezzo, tutte le materie descenderebbero con eguali velocitá.

SIMPL. Gran detto è questo, Sig. Salviati. Io non crederò mai che nell'istesso vacuo, se pur vi si desse il moto, un fiocco di lana si movesse cosí veloce come un pezzo di piombo.

SAL. Pian piano, Sig. Simplicio: la vostra difficoltá non è tanto recondita, né io cosí inavveduto, che si debba credere che non mi sia sovvenuta, e che in consequenza io non vi abbia trovato ripiego. Però, per mia dichiarazione e vostra intelligenza, sentite il mio discorso. Noi siamo su 'l volere investigare quello che accaderebbe a i mobili differentissimi di peso in un mezzo dove la resistenza sua fusse nulla, sí che tutta la differenza di velocitá, che tra essi mobili si ritrovasse, referir si dovesse alla sola disuguaglianza di peso; e perché solo uno spazio del tutto voto d'aria e di ogni altro corpo, ancor che tenue e cedente, sarebbe atto a sensatamente mostrarci quello che ricerchiamo, giá che manchiamo di cotale spazio, andremo osservando ciò che accaggia ne i mezzi piú sottili e meno resistenti, in comparazione di quello che si vede accadere ne gli altri manco sottili e piú resistenti: ché se noi troveremo in fatto, i mobili differenti di gravitá meno e meno differir di velocitá secondo che in mezzi piú e piú cedenti si troveranno, e che finalmente, ancor che estremamente diseguali di peso, nel mezzo piú d'ogni altro tenue, se ben non voto, piccolissima si scorga e quasi inosservabile la diversitá della velocitá, parmi che ben potremo con molto probabil conicttura credere che nel vacuo sarebbero le velocitá loro del tutto eguali. Per tanto consideriamo ciò che accade nell'aria: dove, per aver una figura di superficie ben terminata e di materia leggierissima, voglio che pigliamo una vescica gonfiata, nella quale l'aria che vi sará dentro peserá, nel mezzo dell'aria stessa, niente o poco, perché poco vi si potrá comprimere; talché la gravitá è solo quella poca della stessa pellicola, che non sarebbe la millesima parte del peso d'una mole di piombo grande quanto la medesima vescica gonfiata. Queste, Sig. Simplicio, lasciate dall'altezza di quattro o sei braccia, di quanto spazio stimereste che 'l piombo fusse per anticipare la vescica nella

sua scesa? siate sicuro che non l'anticiperebbe del triplo, né anco del doppio, se ben giá l'aresti fatto mille volte piú veloce.

SIMPL. Potrebbe esser che nel principio del moto, cioè nelle prime quattro o sei braccia, accadesse cotesto che dite: ma nel progresso ed in una lunga continuazione, credo che 'l piombo se la lascerebbe indietro non solamente delle dodici parti dello spazio le sei, ma anco le otto e le dieci.

SAL. Ed io ancora credo l'istesso, e non dubito che in distanze grandissime potesse il piombo aver passato cento miglia di spazio, prima che la vescica ne avesse passato un solo: ma questo, Sig. Simplicio mio, che voi proponete come effetto contrariante alla mia proposizione, è quello che massimamente la conferma. È (torno a dire) l'intento mio dichiarare, come delle diverse velocitá di mobili di differente gravitá non ne sia altramente causa la diversa gravitá, ma che ciò dependa da accidenti esteriori ed in particolare dalla resistenza del mezzo, sí che, tolta questa, tutti i mobili si moverebber con i medesimi gradi di velocitá: e questo deduco io principalmente da quello che ora voi stesso ammettete e che è verissimo, cioè che di mobili differentissimi di peso le velocitá piú e piú differiscono secondo che maggiori e maggiori sono gli spazii che essi van trapassando; effetto che non seguirebbe quando ei dependesse dalle differenti gravitá. Imperò che, essendo esse sempre le medesime, medesima dovrebbe mantenersi sempre la proporzione tra gli spazii passati, la qual proporzione noi veggiamo andar, nella continuazion del moto, sempre crescendo; poiché l'un mobile gravissimo nella scesa d'un braccio non anticiperá il leggierissimo della decima parte di tale spazio, ma nella caduta di dodici braccia lo preverrá della terza parte, in quella di cento l'anticiperá di $^{90}/_{100}$, etc.

SIMPL. Tutto bene: ma, seguitando le vostre vestigie, se la differenza di peso in mobili di diversa gravitá non può cagionare la mutazion di proporzione nelle velocitá loro, atteso che le gravitá non si mutano, né anco il mezzo, che sempre si suppone mantenersi l'istesso, potrá cagionar alterazion alcuna nella proporzione delle velocitá.

SAL. Voi acutamente fate instanza contro al mio detto, la quale è ben necessario di risolvere. Dico per tanto che un corpo grave ha da natura intrinseco principio di muoversi verso 'l comun centro de i gravi, cioè del nostro globo terrestre, con movimento continuamente accelerato, ed accelerato sempre egualmente, cioè che in tempi eguali si fanno aggiunte eguali di nuovi momenti e gradi di velocitá. E questo si deve intender verificarsi tutta volta che si rimovessero tutti gl'impedimenti accidentarii ed esterni, tra i quali uno ve ne ha che noi rimuover non possiamo, che è l'impedimento del mezzo pieno, mentre dal mobile cadente deve esser aperto e lateralmente mosso: al qual moto trasversale il mezzo, benché fluido cedente e quieto, si oppone con resistenza or minore ed or maggiore e maggiore, secondo che lentamente o velocemente ei deve aprirsi per dar il transito al mobile; il quale, perché, come ho detto, si va per sua natura continuamente accelerando, vien per conseguenza ad incontrar continuamente resistenza maggiore nel mezzo, e però ritardamento e diminuzione nell'acquisto di nuovi gradi di velocitá, sí che finalmente la velocitá perviene a tal segno, e la resistenza del mezzo a tal grandezza, che, bilanciandosi fra loro, levano il piú accelerarsi, e riducono il mobile in un moto equabile ed uniforme, nel quale egli continua poi di mantenersi sempre. È dunque, nel mezzo, accrescimento di resistenza, non perché si muti la sua essenza, ma perché si altera la velocitá con la quale ei deve aprirsi e lateralmente muoversi per cedere

il passaggio al cadente, il quale va successivamente accelerandosi. Ora il vedere che la resistenza dell'aria al poco momento della vescica è grandissima, ed al gran peso del piombo è piccolissima, mi fa tener per fermo che chi la rimovesse del tutto, con l'arrecare alla vescica grandissimo commodo, ma ben poco al piombo, le velocitá loro si pareggerebbero. Posto dunque questo principio, che nel mezzo dove, o per esser vacuo o per altro, non fusse resistenza veruna che ostasse alla velocitá del moto, sí che di tutti i mobili le velocitá fusser pari; potremo assai congruamente assegnar le proporzioni delle velocitá di mobili simili e dissimili nell'istesso ed in diversi mezzi pieni, e però resistenti: e ciò conseguiremo col por mente quanto la gravitá del mezzo detrae alla gravitá del mobile, la qual gravitá è lo strumento col quale il mobile si fa strada, rispingendo le parti del mezzo alle bande, operazione che non accade nel mezzo vacuo, e che però differenza nissuna si ha da attendere dalla diversa gravitá; e perché è manifesto, il mezzo detrarre alla gravitá del corpo da lui contenuto quant'è il peso d'altrettanta della sua materia, scemando con tal proporzione le velocitá de i mobili, che nel mezzo non resistente sarebbero (come si è supposto) eguali, aremo l'intento. Come, per esempio, posto che il piombo sia dieci mila volte piú grave dell'aria, ma l'ebano mille volte solamente; delle velocitá di queste due materie, che, assolutamente prese, cioè rimossa ogni resistenza, sarebbero eguali, l'aria al piombo detrae delli dieci mila gradi uno, ma all'ebano suttrae de' mille gradi uno, o vogliam dire de i dieci mila dieci: quando dunque il piombo e l'ebano scenderanno per aria da qualsivoglia altezza, la quale, rimosso 'l ritardamento dell'aria, avrebbon passata nell'istesso tempo, l'aria alla velocitá del piombo detrarrá de i dieci mila gradi uno; ma all'ebano detrae de i dieci mila dieci; che è quanto a dire, che divisa quella altezza,

dalla quale si partono tali mobili, in dieci mila parti, il piombo arriverá in terra restando in dietro l'ebano dieci, anzi pur nove, delle dette dieci mila parti. E che altro è questo, salvo che, cadendo una palla di piombo da una torre alta dugento braccia, trovar che ella anticiperá una d'ebano. di manco di quattro dita? Pesa l'ebano mille volte piú dell'aria; ma quella vescica cosí gonfia pesa solamente quattro volte tanto: l'aria, dunque, dalla intrinseca e naturale velocitá dell'ebano detrae de' mille gradi uno; ma a quella che pur della vescica assolutamente sarebbe stata l'istessa, l'aria ne toglie delle quattro parti una: allora dunque che la palla d'ebano, cadendo dalla torre, giugnerá in terra, la vescica ne averá passati i tre quarti solamente. Il piombo è piú grave dell'acqua dodici volte, ma l'avorio il doppio solamente: l'acqua, dunque, alle assolute velocitá loro, che sarebbero eguali, toglie al piombo la duodecima parte, ma all'avorio la metá: nell'acqua adunque, quando il piombo ará sceso undici braccia, l'avorio ne ará scese sei. E discorrendo con tal regola, credo che troveremo, l'esperienze molto piú aggiustatamente risponder a cotal computo che a quello d'Aristotele. Con simil progresso troveremo la proporzione tra le velocitá del medesimo mobile in diversi mezzi fluidi, paragonando non le diverse resistenze de i mezzi, ma considerando gli eccessi di gravitá del mobile sopra le gravitá de i mezzi: v. g., lo stagno è mille volte piú grave dell'aria, e dieci piú dell'acqua; adunque, divisa la velocitá assoluta dello stagno in mille gradi, nell'aria, che glie ne detrae la millesima parte, si moverá con gradi novecento novanta nove, ma nell'acqua con novecento solamente, essendo che l'acqua gli detrae solo la decima parte della sua gravitá, e l'aria la millesima. Posto un solido poco piú grave dell'acqua, qual sarebbe, v. g., il legno di rovere, una palla del quale pesando, diremo, mille dramme, altrettanta acqua ne pesasse no-

vecencinquanta, ma tanta aria ne pesasse due, è manifesto, che posto che la velocitá sua assoluta fusse di mille gradi, in aria resterebbe di novecennovant'otto, ma in acqua solamente cinquanta, atteso che l'acqua de i mille gradi di gravitá glie ne toglie novecencinquanta, e glie ne lascia solamente cinquanta: tal solido dunque si moverebbe quasi venti volte piú velocemente in aria che in acqua, sí come l'eccesso della gravitá sua sopra quella dell'acqua è la vigesima parte della sua propria. E qui voglio che consideriamo, che non potendo muoversi in giú nell'acqua se non materie piú gravi in spezie di lei, e, per conseguenza, per molte centinaia di volte piú gravi dell'aria, nel ricercare qual sia la proporzione delle velocitá loro in aria e in acqua, possiamo senza notabile errore far conto che l'aria non detragga cosa di momento dalla assoluta gravitá, ed in conseguenza dall'assoluta velocitá, di tali materie; onde, speditamente trovato l'eccesso della gravitá loro sopra la gravitá dell'acqua, diremo, la velocitá loro per aria alla velocitá loro per acqua aver la medesima proporzione che la loro totale gravitá all'eccesso di questa sopra la gravitá dell'acqua. Per esempio, una palla d'avorio pesa venti once, altrettanta acqua pesa once diciasette; adunque la velocitá dell'avorio in aria alla sua velocitá in acqua è, prossimamente, come venti a tre.

SAGR. Grandissimo acquisto ho fatto in una materia per se stessa curiosa e nella quale, ma senza profitto, ho molte volte affaticata la mente; né mancherebbe altro, per poter anche praticare queste specolazioni, se non il trovar modo di poter venire in cognizione di quanta sia la gravitá dell'aria rispetto all'acqua, ed in consequenza all'altre materie gravi.

SIMPL. Ma quando si trovasse che l'aria, in vece di gravitá, avesse leggerezza, che si dovrebbe dire de gli auti discorsi, per altro molto ingegnosi?

SAL. Converrebbe dire che fussero stati veramente aerei, leggieri e vani. Ma vorrete voi dubitare se l'aria sia grave, mentre avete il testo chiaro d'Aristotele che l'afferma, dicendo che tutti gli elementi, eccetto il fuoco, hanno gravitá, anco l'aria stessa? segno di che (soggiugne egli) ne é che l'otro gonfiato pesa piú che sgonfiato.

SIMPL. Che l'otro o pallone gonfiato pesi piú, crederei io che procedesse non da gravitá che sia nell'aria, ma ne i molti vapori grossi tra essa mescolati in queste nostre regioni basse; mercé de i quali direi io che cresce la gravitá dell'otro.

SAL. Non vorrei che lo diceste voi, e molto meno che lo faceste dire ad Aristotele; perché, parlando egli de gli elementi e volendomi persuadere che l'elemento dell'aria è grave, facendomelo veder con l'esperienza, se nel venire alla prova ei mi dicesse: « Piglia un otro e empilo di vapori grossi, ed osserva che il suo peso crescerá », io gli direi che piú ancora peserebbe chi l'empiesse di semola; ma soggiugnerei dopo, che tali esperienze provano che le semole ed i vapori grossi son gravi, ma quanto all'elemento dell'aria resterei nel medesimo dubbio di prima. L'esperienza, dunque, di Aristotele è buona, e la proposizion vera. Ma non direi giá cosí di cert'altra ragione, presa pure *a signo*, di un tal filosofo del quale non mi sovviene il nome, ma so che l'ho letta, il quale argomenta, l'aria esser piú grave che leggiera, perché piú facilmente porta i gravi all'in giú che i leggieri all'in su.

SAGR. Bene, per mia fè. Adunque, per questa ragione, l'aria sará molto piú grave dell'acqua, avvenga che tutti i gravi son portati piú facilmente in giú per aria che per acqua, e tutti i leggieri piú agevolmente in questa che in quella; anzi infiniti gravi scendono per l'aria, che nell'acqua ascendono, ed infinite materie salgono per acqua, che per aria calano in basso. Ma sia la gravitá dell'otro, Sig. Simplicio, o per i vapori grossi o

per l'aria pura, questo niente osta al proposito nostro, che cerchiamo quel che accade a mobili che si muovono in questa nostra regione vaporosa. Però, ritornando a quello che piú mi preme, vorrei, per intera ed assoluta instruzzione della presente materia, non solo restare assicurato che l'aria sia (come io tengo per fermo) grave, ma vorrei, se è possibile, saper quanta sia la sua gravitá. Però, Sig. Salviati, se avete da sodisfarmi in questo ancora, vi prego a farmene favore.

SAL. Che nell'aria risegga gravitá positiva, e non altrimente, come alcuni hanno creduto, leggerezza, la quale forse in veruna materia non si ritrova, assai concludente argomento ce ne porge l'esperienza del pallone gonfiato, posta da Aristotele; perché se qualitá di assoluta e positiva leggerezza fusse nell'aria, multiplicata e compressa l'aria, crescerebbe la leggerezza, e 'n conseguenza la propensione di andare in su: ma l'esperienza mostra l'opposito. Quanto all'altra domanda, che è del modo d'investigare la sua gravitá, io l'ho praticato in cotal maniera. Ho preso un fiasco di vetro assai capace e col collo strozzato, al quale ho applicato un ditale di cuoio, legato bene stretto nella strozzatura del fiasco, avendo in capo al detto ditale inserta e saldamente fermata un'animella da pallone, per la quale con uno schizzatoio ho per forza fatto passar nel fiasco molta quantitá d'aria; della quale, perché patisce d'esser assaissimo condensata, se ne può cacciare due e tre altri fiaschi oltre a quella che naturalmente vi capisce. In una esattissima bilancia ho io poi pesato molto precisamente tal fiasco con l'aria dentrovi compressa, aggiustando il peso con minuta arena. Aperta poi l'animella e dato l'esito all'aria, violentemente nel vaso contenuta, e rimessolo in bilancia, trovandolo notabilmente alleggerito, sono andato detraendo dal contrappeso tant'arena, salvandola da parte, che la bilancia resti in equilibrio col residuo con-

trappeso, cioè col fiasco: e qui non è dubbio che 'l peso della rena salvata è quello dell'aria che forzatamente fu messa nel fiasco e che ultimamente n'è uscita. Ma tale esperienza sin qui non mi assicura d'altro, se non che l'aria contenuta violentemente nel vaso pesò quanto la salvata arena; ma quanto resolutamente e determinatamente pesi l'aria rispetto all'acqua o ad altra materia grave, non per ancora so io, né posso sapere, se io non misuro la quantitá di quell'aria compressa: ed a questa investigazione bisogna trovar regola, nella quale ho trovato di potere in due maniere procedere. L'una delle quali è di pigliar un altro simil fiasco, pur, come 'l primo, strozzato, alla strozzatura del quale sia strettamente legato un altro ditale, che dall'altra sua testa abbracci l'animella dell'altro, e intorno a quella con saldissimo nodo sia legato. Questo secondo fiasco convien che nel fondo sia forato, in modo che per tal foro si possa mettere uno stile di ferro, con il quale si possa, quando vorremo, aprir la detta animella per dar l'esito alla soverchia aria dell'altro vaso, pesata ch'ella sia: ma deve questo secondo fiasco esser pieno d'acqua. Apparecchiato il tutto nella maniera detta ed aprendo con lo stile l'animella, l'aria, uscendo con impeto e passando nel vaso dell'acqua, la caccerá fuora per il foro del fondo; ed è manifesto, la quantitá dell'acqua che in tal guisa verrá cacciata, esser eguale alla mole e quantitá d'aria che dall'altro vaso sará uscita. Salvata dunque tale acqua, e tornato a pesare il vaso alleggerito dell'aria compressa (il quale suppongo che fusse pesato anche prima, con detta aria sforzata), e detratto, al modo giá dichiarato, l'arena superflua, è manifesto, questa essere il giusto peso di tanta aria in mole, quanta è la mole dell'acqua scacciata e salvata; la quale peseremo, e vedremo quante volte il peso suo conterrá il peso della serbata arena, e senza errore potremo affermar, tante volte esser piú grave l'acqua dell'aria: la

quale non sará dieci volte altrimenti, come par che stimasse Aristotele, ma ben circa quattrocento, come tale esperienza ne mostra. L'altro modo è piú speditivo, e puossi fare con un vaso solo, cioè col primo, accomodato nel modo detto; nel quale non voglio che mettiamo altra aria oltre a quella che naturalmente vi si ritrova, ma voglio che vi cacciamo dell'acqua senza lasciare uscir punto di aria, la quale, dovendo cedere alla sopravvenente acqua, è forza che si comprima. Spintavi dunque piú acqua che sia possibile, che pure senza molta violenza vi se ne potrá mettere i tre quarti della tenuta del fiasco, mettasi su la bilancia, e diligentissimamente si pesi; il che fatto, tenendo il vaso col collo in su, si apra l'animella, dando l'uscita all'aria, della quale ne scapperá fuora giustamente quanta è l'acqua contenuta nel fiasco. Uscita che sia l'aria, si torni a metter il vaso in bilancia, il quale per la partita dell'aria si troverá alleggerito; e detratto dal contrappeso il peso superfluo, da esso aremo la gravitá di tant'aria quanta è l'acqua del fiasco.

SIMPL. Gli artifizii ritrovati da voi non si può dire che non siano sottili e molto ingegnosi: ma mentre mi pare che in apparenza diano intera sodisfazzione all'intelletto, mi metton per un altro verso in confusione. Imperò che, essendo indubitabilmente vero che gli elementi nelle proprie regioni non sono né leggieri né gravi, non posso intender come e dove quella porzione d'aria che parve pesasse, v. g., quattro dramme di rena, debba poi realmente aver tal gravitá nell'aria, nella quale ben la ritiene la rena che la contrappesò; e però mi pare che l'esperienza dovesse esser praticata non nell'elemento dell'aria, ma in un mezzo dove l'aria stessa potesse esercitare il suo talento del peso, se ella veramente ne possiede.

SAL. Acuta certo è l'opposizione del Sig. Simplicio, e però è necessario o che ella sia insolubile o che la soluzione sia non men sottile. Che quell'aria la quale, com-

pressa, mostrò pesare quanto quella rena, posta in libertá nel suo elemento non sia piú per pesare, ma sí ben la rena, è cosa chiarissima: e però per far tale esperienza conveniva eleggere un luogo e un mezzo, dove l'aria, non men che la rena, potesse gravitare; perché, come piú volte si è detto, il mezzo detrae dal peso d'ogni materia che vi s'immerge, tanto quant'è il peso d'altrettanta parte dell'istesso mezzo, quant'è la mole immersa, sí che l'aria all'aria leva tutta la gravitá: l'operazione dunque, acciò fusse fatta esattamente, converrebbe farla nel vacuo, dove ogni grave eserciterebbe il suo momento senza diminuzione alcuna. Quando dunque, Sig. Simplicio, noi pesassimo una porzione d'aria nel vacuo, restereste allora sincerato e assicurato del fatto?

SIMPL. Veramente sí; ma questo è un desiderare o richieder l'impossibile.

SAL. E però grandissimo converrá che sia l'obbligo che mi dovrete, qual volta per amor vostro io effettui un impossibile. Ma io non voglio vendervi quel che giá vi ho donato, perché di giá nell'addotta esperienza pesiamo noi l'aria nel vacuo, e non nell'aria o in altro mezzo pieno. Che alla mole, Sig. Simplicio, che nel mezzo fluido s'immerge, venga dall'istesso mezzo detratto della gravitá, ciò proviene perché ei resiste all'esser aperto, discacciato e finalmente sollevato; segno di che ne dá la prontezza sua nel ricorrer subito a riempier lo spazio che l'immersa mole in lui occupava, qualunque volta essa ne parta: che quando di tale immersione ei nulla sentisse, niente opererebbe egli contro di quella. Ora ditemi: mentre che voi avete in aria il fiasco di giá pieno della medesima aria naturalmente contenutavi, qual divisione, scacciamento, o in somma qual mutazione, riceve l'aria esterna ambiente dalla seconda aria che nuovamente s'infonde con forza nel vaso? Forse s'ingrandisce il fiasco, onde l'ambiente debba maggiormente ritirarsi per cedergli

luogo? certo no: e però possiam dire che la seconda aria non si immerge nell'ambiente, non vi occupando ella spazio, ma è come se si mettesse nel vacuo; anzi pur vi si mette ella realmente, e si trapone ne i vacui non ben ripieni dalla prima aria non condensata. E veramente non so conoscere differenza nissuna tra due costituzioni d'ambito ed ambiente, mentre in questa l'ambiente niente preme l'ambito, ed in quella l'ambito punto non spinge contr'all'ambiente: e tali sono la locazione di qualche materia nel vacuo e la seconda aria compressa nel fiasco. Il peso, dunque, che si trova in tal aria condensata, è quello che ella arebbe liberamente sparsa nel vacuo. Ben è vero che 'l peso della rena che la contrappesò, come quella che era nell'aria libera, nel vacuo sarebbe stato un poco piú del giusto; e però convien dire che l'aria pesata sia veramente alquanto men grave della rena che la contrappesò, cioè tanto quanto peserebbe altrettanta aria nel vacuo.

SAGR. Acuta veramente speculazione, la quale in sé comprende la resoluzione di un problema il quale pare avere dell'ammirando, mentre che, ristretto in sustanza ed in poche parole, ci mostra il modo di trovare la gravitá di un corpo pesato nel vacuo, non lo pesando noi se non nel mezzo pieno d'aria; e l'esplicazione è tale. L'aria ad ogni corpo grave che in essa è locato detrae dalla assoluta sua gravitá tanto di peso, quanta è la gravitá di altrettanta mole di aria quanta è la mole del medesimo corpo: adunque chi potesse accoppiare col medesimo corpo tanta aria quanta è la sua mole senza punto ingrandirlo, pesandolo si avrebbe quella assoluta sua gravitá che egli avrebbe nel vacuo, atteso che, senza crescerlo di mole, se gli aggiunge il peso che dal mezo dell'aria gli veniva suttratto. Quando dunque nel fiasco giá pieno di aria naturalmente contenutavi ci si infonde una quantitá di acqua, senza lasciarne uscire niente dell'aria

giá contenutavi, è manifesto che questa aria naturalmente contenutavi si restringe e condensa in minor mole, per dar luogo all'acqua infusa, ed è manifesto che la mole dell'aria che si restringe è eguale alla mole dell'acqua infusavi. Quando dunque si pesa nell'aria il vaso cosí accommodato, è manifesto che il peso dell'acqua viene accompagnato con altrettanta aria; del qual peso ne è parte quello dell'acqua insieme di quello di altrettanta aria, che è quel medesimo peso che l'acqua sola avrebbe nel vacuo, Quando dunque, pesato tutto il vaso e notato da parte tutto il peso, e dando l'esito a l'aria compressa e ripesando tutto il rimanente, che, per l'esito dell'aria, sará diminuito di peso, presa la differenza di questi due pesi, avremo la gravitá di quell'aria compressa che in mole era eguale all'acqua; pigliando poi il peso dell'acqua sola ed a quello aggiungendo questo peso che mettemmo a parte, e che era dell'aria compressa, avremo il peso della medesima acqua sola nel vacuo. Trovar poi quanto sia il peso dell'acqua, sará col cavare dal vaso l'acqua, e pesando il vaso solo, detrarre questo peso da quello che fu del vaso e dell'acqua, pesato innanzi; ché è manifesto, il rimanente essere il peso dell'acqua sola in aria.

SIMPL. Pur mi pareva che nell'addotte esperienze vi fusse qualche cosa da desiderare; ma ora mi quieto interamente.

SAL. Le cose da me sin qui prodotte, ed in particolare questa, che la differenza di gravitá, ben che grandissima, non abbia parte veruna nel diversificare le velocitá de i mobili, sí che, per quanto da quella depende, tutti si moverebbero con egual celeritá, è tanto nuova e, nella prima apprensione, remota dal verisimile, che quando non si avesse modo di dilucidarla e renderla piú chiara che 'l Sole, meglio sarebbe il tacerla che 'l pronunziarla: però, giá che me la sono lasciata scappar di bocca,

convien ch'io non lasci indietro esperienza o ragione che possa corroborarla.

SAGR. Non questa sola, ma molte altre insieme delle vostre proposizioni son cosí remote dalle opinioni e dottrine communemente ricevute, che spargendosi in publico vi conciterebber numero grande di contradittori, essendo che l'innata condizione de gli uomini non vede con buon occhio che altri nel loro esercizio scuopra veritá o falsitá non scoperte da loro; e col dar titolo di innovatori di dottrine, poco grato a gli orecchi di molti, s'ingegnano di tagliar quei nodi che non possono sciorre, e con mine sotterranee dissipar quelli edifizii che sono stati, con gli strumenti consueti, da pazienti artefici costrutti. Ma con esso noi, lontani da simili pretensioni, l'esperienze e le ragioni sin qui addotte bastano a quietarci: tuttavia, quando abbiate altre piú palpabili esperienze e ragioni piú efficaci, le sentiremo molto volentieri.

SAL. L'esperienza fatta con due mobili quanto piú si possa differenti di peso, col fargli scendere da un'altezza per osservar se la velocitá loro sia eguale, patisce qualche difficoltá: imperò che se l'altezza sará grande, il mezzo, che dall'impeto del cadente deve esser aperto e lateralmente spinto, di molto maggior pregiudizio sará al piccol momento del mobile leggierissimo che alla violenza del gravissimo, per lo che per lungo spazio il leggiero rimarrá indietro; e nell'altezza piccola si potrebbe dubitare se veramente non vi fusse differenza, o pur se ve ne fusse, ma inosservabile. E però sono andato pensando di reiterar tante volte la scesa da piccole altezze, ed accumulare insieme tante di quelle minime differenze di tempo, che potessero intercedere tra l'arrivo al termine del grave e l'arrivo del leggiero, che cosí congiunte facessero un tempo non solo osservabile, ma grandemente osservabile. In oltre, per potermi prevaler di moti quanto si possa tardi, ne i quali manco lavora la resistenza del

mezzo in alterar l'effetto che depende dalla semplice gravitá, sono andato pensando di fare scendere i mobili sopra un piano declive, non molto elevato sopra l'orizontale; ché sopra questo, non meno che nel perpendicolo, potrá scorgersi quello che facciano i gravi differenti di peso: e passando piú avanti, ho anco voluto liberarmi da qualche impedimento che potesse nascer dal contatto di essi mobili su 'l detto piano declive: e finalmente ho preso due palle, una di piombo ed una di sughero, quella ben piú di cento volte piú grave di questa, e ciascheduna di loro ho attaccata a due sottili spaghetti eguali, lunghi quattro o cinque braccia, legati ad alto; allontanata poi l'una e l'altra palla dallo stato perpendicolare, gli ho dato l'andare nell'istesso momento, ed esse, scendendo per le circonferenze de' cerchi descritti da gli spaghi eguali, lor semidiametri, passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro; e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la grave va talmente sotto il tempo della leggiera, che né in ben cento vibrazioni, né in mille, anticipa il tempo d'un minimo momento, ma camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l'operazione del mezzo, il quale, arrecando qualche impedimento al moto, assai piú diminuisce le vibrazioni del sughero che quelle del piombo, ma non però che le renda piú o men frequenti; anzi quando gli archi passati dal sughero non fusser piú che di cinque o sei gradi, e quei del piombo di cinquanta o sessanta, son eglin passati sotto i medesimi tempi.

SIMPL. Se questo è, come dunque non sará la velocitá del piombo maggiore della velocitá del sughero, facendo quello sessanta gradi di viaggio nel tempo che questo ne passa appena sei?

SAL. Ma che direste, Sig. Simplicio, quando amendue spedissero nell'istesso tempo i lor viaggi, mentre il su-

ghero, allontanato dal perpendicolo trenta gradi, avesse a passar l'arco di sessanta, e 'l piombo, slargato dal medesimo punto di mezzo due soli gradi, scorresse l'arco di quattro? non sarebbe allora altrettanto piú veloce il sughero? e pur l'esperienza mostra ciò avvenire. Però notate: slargato il pendolo del piombo, v. g., cinquanta gradi dal perpendicolo e di lí lasciato in libertá, scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta, descrive l'arco di quasi cento gradi, e ritornando per se stesso indietro, descrive un altro poco minore arco, e continuando le sue vibrazioni, dopo gran numero di quelle si riduce finalmente alla quiete. Ciascheduna di tali vibrazioni si fa sotto tempi eguali, tanto quella di novanta gradi, quanto quella di cinquanta, di venti, di dieci e di quattro; sí che, in consequenza, la velocitá del mobile vien sempre languendo, poiché sotto tempi eguali va passando successivamente archi sempre minori e minori. Un simile, anzi l'istesso, effetto fa il sughero pendente da un filo altrettanto lungo, salvo che in minor numero di vibrazioni si conduce alla quiete, come meno atto, mediante la sua leggerezza, a superar l'ostacolo dell'aria: con tutto ciò tutte le vibrazioni, grandi e piccole, si fanno sotto tempi eguali tra di loro, ed eguali ancora a i tempi delle vibrazioni del piombo. Onde è vero che, se mentre il piombo passa un arco di cinquanta gradi, il sughero ne passa uno di dieci, il sughero allora è piú tardo del piombo; ma accaderá ancora, all'incontro, che il sughero passi l'arco di cinquanta, quando il piombo passi quel di dieci o di sei: e cosí, in diversi tempi, or sará piú veloce il piombo ed ora il sughero. Ma se gli stessi mobili passeranno ancora, sotto i medesimi tempi eguali, archi eguali, ben sicuramente si potrá dire allora essere le velocitá loro eguali.

SIMPL. Mi pare e non mi pare che questo discorso sia concludente, e mi sento nella mente una tal qual con-

fusione, che mi nasce dal muoversi, e l'uno e l'altro mobile, or veloce or tardo ed or tardissimo, che non mi lascia ridurre in chiaro come vero sia che le velocitá loro sian sempre eguali.

SAGR. Concedami in grazia, Sig. Salviati, che io dica due parole. E ditemi, Sig. Simplicio, se voi ammettete che dir si possa con assoluta veritá, le velocitá del sughero e del piombo essere eguali ogni volta che, partendosi amendue nell'istesso momento dalla quiete e movendosi per le medesime inclinazioni, passassero sempre spazii eguali in tempi eguali?

SIMPL. In questo non si può dubitare, né se gli può contradire.

SAGR. Accade ora ne i pendoli, che ciaschedun di lor passi or sessanta gradi, or cinquanta, or trenta, or dieci, or otto, or quattro, or due, etc.; e quando amendue passano l'arco di sessanta gradi, lo passano nell'istesso tempo; nell'arco di cinquanta, metton l'istesso tempo l'uno che l'altro mobile; cosí nell'arco di trenta, di dieci, e ne gli altri: e però si conclude, che la velocitá del piombo nell'arco di sessanta gradi è eguale alla velocitá del sughero nell'arco medesimo di sessanta, e che le velocitá nell'arco di cinquanta son pur tra loro eguali, e cosí ne gli altri. Ma non si dice giá che la velocitá che si esercita nell'arco di sessanta, sia eguale alla velocitá che si esercita nell'arco di cinquanta, né questa a quella dell'arco di trenta, etc.; ma son sempre minori le velocitá ne gli archi minori: il che si raccoglie dal veder noi sensatamente, il medesimo mobile metter tanto tempo nel passar l'arco grande de i sessanta gradi, quanto nel passare il minor di cinquanta o 'l minimo di dieci, ed in somma nell'esser passati tutti sempre sotto tempi eguali. È vero dunque che ben vanno, e 'l piombo e 'l sughero, ritardando il moto secondo la diminuzione de gli archi, ma non però alterano la concordia loro nel mantener l'egualitá

della velocitá in tutti i medesimi archi da loro passati. Ho voluto dir questo piú per sentire se ho ben capito il concetto del Sig. Salviati, che per bisogno ch'io credessi che avesse il Sig. Simplicio di piú chiara esplicazione di quella del Sig. Salviati, che è, come in tutte le sue cose, lucidissima, e tale che, sciogliendo egli il piú delle volte questioni non solo in apparenza oscure, ma repugnanti alla natura ed al vero, con ragioni o osservazioni o esperienze tritissime e familiari ad ogn'uno, ha (come da diversi ho inteso) dato occasione a tal uno de i professori piú stimati di far minor conto delle sue novitá, tenendole come a vile, per dependere da troppo bassi e popolari fondamenti; quasi che la piú ammirabile e piú da stimarsi condizione delle scienze dimostrative non sia lo scaturire e pullulare da principii notissimi, intesi e conceduti da tutti. Ma seguitiamo pur noi d'andarci pascendo di questi cibi leggieri: e posto che il Sig. Simplicio sia restato appagato nell'intender ed ammettere come l'interna gravitá de i diversi mobili non abbia parte alcuna nel diversificar le velocitá loro, sí che tutti, per quanto da quella depende, si moverebber con l'istesse velocitadi, diteci, Sig. Salviati, in quello che voi riponete le sensate ed apparenti disegualitá di moto, e rispondete a quell'instanza che oppone il Sig. Simplicio, e ch'io parimente confermo, dico del vedersi una palla d'artiglieria muoversi piú velocemente d'una migliarola di pombo; ché poca sará la differenza di velocitá rispetto a quella che v'oppongo io, di mobili dell'istessa materia, de i quali alcuni de i maggiori scenderanno in meno d'una battuta di polso, in un mezzo, quello spazio che altri minori non lo passeranno in un'ora, né in quattro, né in venti; quali sono le pietre e la minuta rena, e massime quella sottilissima che intorbida l'acqua, nel qual mezzo in molte ore non scende per due braccia, che pietruzze, né molto piú grandi, passano in una battuta di polso.

SAL. Quel che operi il mezzo nel ritardar piú i mobili, secondo che tra di loro sono in spezie men gravi, giá si è dichiarato, mostrando ciò accadere dalla suttrazzione di peso: ma come il medesimo mezzo possa con sí gran differenza scemar la velocitá ne i mobili differenti solo in grandezza, ancor che siano della medesima materia e dell'istessa figura, ricerca per sua dichiarazione discorso piú sottile di quello che basta per intender come la figura del mobile piú dilatata, o 'l moto del mezzo che sia fatto contro al mobile, ritarda la velocitá di quello. Io del presente problema riduco la cagione alla scabrositá e porositá, che comunemente, e per lo piú necessariamente, si ritrova nelle superficie de i corpi solidi, le quali scabrositá nel moto di essi vanno urtando nell'aria o altro mezzo ambiente: di che segno evidente ce ne porge il sentir noi ronzar i corpi, ancor che quanto piú si possa rotondati, mentre velocissimamente scorrono per l'aria; e non solo ronzare, ma sibilare e fischiar si sentono, se qualche piú notabil cavitá o prominenza sará in essi. Vedesi anco nel girar sopra 'l torno ogni solido rotondo far un poco di vento. Ma che piú? non sentiam noi notabil ronzío, ed in tuono molto acuto, farsi dalla trottola, mentre per terra con somma celeritá va girando? l'acutezza del qual sibilo si va ingravendo secondo che la velocitá della vertigine va di grado in grado languendo: argomento parimente necessario de gl'intoppi nell'aria delle scabrositá, ben che minime, delle superficie loro. Queste non si può dubitare che, nello scendere i mobili, soffregandosi con l'ambiente fluido, apporteranno ritardamento alla velocitá, e tanto maggiore quanto la superficie sará piú grande, quale è quella de i solidi minori paragonati a i maggiori.

SIMPL. Fermate, in grazia, perché qui comincio a confondermi. Imperò che, se bene io intendo ed ammetto che la confricazione del mezzo con la superficie del mo-

bile ritardi il moto, e che piú lo ritardi dove, *ceteris paribus,* la superficie sia maggiore, non capisco però con qual fondamento voi chiamiate maggiore la superficie de i solidi minori; ed oltre a ciò, se, come voi affermate, la maggior superficie deve arrecar maggior ritardamento, i solidi maggiori devriano esser piú tardi, il che non è. Ma questa instanza facilmente si toglie con dire, che se bene il maggiore ha maggior superficie, ha anco maggior gravitá, contro la quale l'impedimento della maggior superficie non ha a prevalere all'impedimento della superficie minore contro alla minor gravitá, sí che la velocitá del solido maggiore ne divenga minore. E però non veggo ragione per la quale si debba alterare l'egualitá delle velocitá, mentre che, quanto si diminuisce la gravitá movente, altrettanto si diminuisce la facoltá della superficie ritardante.

SAL. Risolverò congiuntamente tutto quello che opponete. Per tanto voi, Sig. Simplicio, senza controversia ammettete, che quando di due mobili eguali, della stessa materia e simili di figura (i quali indubitabilmente si moverebber egualmente veloci), all'uno di loro si diminuisse tanto la gravitá quanto la superficie (ritenendo però la similitudine della figura), non perciò si scemerebbe la velocitá nel rimpiccolito.

SIMPL. Veramente parmi che cosí dovrebbe seguire, stando però nella vostra dottrina, che vuol che la maggiore o minor gravitá non abbia azzione nell'accelerare o ritardar il moto.

SAL. E questo confermo io, e vi ammetto anco 'l vostro detto, dal qual mi par che in consequenza si ritragga, che quando la gravitá si diminuisse piú che la superficie, nel mobile in tal maniera diminuito si introdurrebbe qualche ritardamento di moto, e maggiore e maggiore quanto a proporzione maggior fusse la diminuzion del peso che la diminuzion della superficie.

SIMPL. In ciò non ho io repugnanza veruna.

SAL. Or sappiate, Sig. Simplicio, che non si può ne i solidi diminuir tanto la superficie quanto 'l peso, mantenendo la similitudine delle figure. Imperò che, essendo manifesto che nel diminuir un solido grave tanto scema il suo peso quanto la mole, ogni volta che la mole venisse sempre diminuita piú che la superficie (nel conservarsi massime la similitudine di figura), la gravitá ancora piú che la superficie verrebbe diminuita. Ma la geometria c'insegna che molto maggior proporzione è tra la mole e la mole, ne i solidi simili, che tra le loro superficie: il che per vostra maggiore intelligenza vi esplicherò in qualche caso particolare. Però figuratevi, per esempio, un dado, un lato del quale sia, v. g., lungo due dita, sí che una delle sue faccie sará quattro dita quadre, e tutte e sei, cioè tutta la sua superficie, venti quattro dita quadre; intendete poi, il medesimo dado esser con tre tagli segato in otto piccoli dadi: il lato di ciascun de' quali sará un dito, e una sua faccia un dito quadro, e tutta la sua superficie sei dita quadre, delle quali l'intero dado ne conteneva venti quattro in superficie. Or vedete come la superficie del piccol dado è la quarta parte della superficie del grande (che tanto è sei di venti quattro); ma l'istesso dado solido è solamente l'ottava; molto piú dunque cala la mole, ed in consequenza il peso, che la superficie. E se voi suddividerete il piccol dado in altri otto, aremo per l'intera superficie di un di questi un dito e mezzo quadro, che è la sedicesima parte della superficie del primo dado; ma la sua mole è solamente la sessantaquattresima. Vedete per tanto come in queste sole due divisioni le moli scemano quattro volte piú che le loro superficie; e se noi andremo seguitando la suddivisione sino che si riduca il primo solido in una minuta polvere, troveremo la gravitá dei minimi atomi diminuita centinaia e centinaia di volte piú che le loro superficie.

E questo, che vi ho esemplificato ne i cubi, accade in tutti i solidi tra di loro simili, le moli de i quali sono in sesquialtera proporzione delle loro superficie. Vedete dunque con quanto maggior proporzione cresce l'impedimento del contatto della superficie del mobile col mezzo ne i mobili piccoli che ne i maggiori; e se noi aggiugneremo che le scabrositá nelle superficie piccolissime delle polveri sottili non son forse minori di quelle delle superficie de i solidi maggiori che siano con diligenza puliti, guardate quanto bisognerá che 'l mezzo sia fluido e privo onninamente di resistenza all'esser aperto, per dover cedere il passo a cosí debil virtú. E in tanto notate, Sig. Simplicio, ch'io non equivocai quando poco fa dissi, la superficie de' solidi minori esser piú grande in comparazione di quella de i maggiori.

SIMPL. Io resto interamente appagato: e mi credano certo che se io avessi a ricominciare i miei studii, vorrei seguire il consiglio di Platone e cominciarmi dalle matematiche, le quali veggo che procedono molto scrupolosamente, né vogliono ammetter per sicuro fuor che quello che concludentemente dimostrano.

SAGR. Ho auto gusto grande di questo discorso; ma prima che passiamo piú avanti, arei caro di restar capace d'un termine che mi giunse nuovo, quando pur ora diceste che i solidi simili son tra di loro in sesquialtera proporzione delle lor superficie: perché ho ben veduto e inteso la proposizione, con la sua dimostrazione, nella quale si prova, le superficie de' solidi simili esser in duplicata proporzione de i lor lati, e l'altra che prova, i medesimi solidi esser in tripla proporzione de i medesimi lati; ma la proporzione de i solidi con le lor superficie non mi sovvien né anco d'averla sentita nominare.

SAL. V. S. medesima da per sé si risponde, e dichiara il dubbio. Imperò che quello che è triplo d'una cosa, della quale un altro è doppio, non vien egli ad esser sesquial-

tero di questo doppio? certo sí. Or se le superficie sono in doppia proporzione delle linee, delle quali i solidi sono in proporzione tripla, non possiam noi dire, i solidi essere in sesquialtera proporzion delle superficie?

SAGR. Ho inteso benissimo. E se bene alcuni altri particolari, attenenti alla materia di cui si tratta, mi resterebbero da domandare, tuttavia, quando ce n'andassimo cosí di digressione in digressione, tardi verremmo alle quistioni principalmente intese, che appartengono alle diversitá de gli accidenti delle resistenze de i solidi all'esser spezzati: e però, quando cosí piaccia loro, potremo ritornare su 'l primo filo, che si propose da principio.

SAL. V. S. dice molto bene: ma le cose tante e tanto varie che si sono esaminate, ci han rubato tanto tempo, che poco ce n'avanzerá per questo giorno da spendere nell'altro nostro principal argomento, che è pieno di dimostrazioni geometriche, da esser con attenzione considerate; onde stimerei che fusse meglio differire il congresso a dimane, sí per questo che ho detto, come ancora perché potrei portar meco alcuni fogli, dove ho per ordine notati i teoremi e problemi ne i quali si propongono e dimostrano le diverse passioni di tal soggetto, che forse alla memoria, col necessario metodo, non mi sovverrebbero.

SAGR. Io molto bene mi accomodo a questo consiglio, e tanto piú volentieri, quanto che, per finire la sessione odierna, arò tempo di sentir la dichiarazione d'alcuni dubbi che mi restavano nella materia che ultimamente trattavamo. De i quali uno è, se si deve stimare che l'impedimento del mezzo possa esser bastante a por termine all'accelerazione a' corpi di materia gravissima, e grandissimi di mole, e di figura sferica; e dico *sferica*, per pigliar quella che è contenuta sotto la minima superficie, e però meno soggetta al ritardamento. Un altro sará circa le vibrazioni de i pendoli, e questo ha piú capi: l'uno è, se tutte, e grandi e mediocri e minime, si fanno veramente

e precisamente sotto tempi eguali; ed un altro, qual sia la proporzione de i tempi de i mobili appesi a fili diseguali, de i tempi, dico, delle lor vibrazioni.

SAL. I quesiti son belli, e, sí come avviene di tutti i veri, dubito che trattandosi di qualsisia di loro, si tirerá dietro tante altre vere e curiose consequenze, che non so se l'avanzo di questo giorno ci basterá per discuterle tutte.

SAGR. S'elle saranno del sapore delle passate, piú grato mi sarebbe l'impiegarvi tanti giorni, non che tante ore, quante restano sino a notte; e credo che il Sig. Simplicio non si ristuccherá di tali ragionamenti.

SIMPL. Sicuramente no, e massime quando si trattano quistioni naturali intorno alle quali non si leggono opinioni o discorsi d'altri filosofi.

SAL. Vengo dunque alla prima, affermando senza veruna dubitazione, non essere sfera sí grande, né di materia sí grave, che la renitenza del mezzo, ancor che tenuissimo, non raffreni la sua accelerazione, e che nella continuazion del moto non lo riduca all'equabilitá: di che possiamo ritrar molto chiaro argomento dall'esperienza stessa. Imperò che, se alcun mobile cadente fusse abile, nella sua continuazion di moto, ad acquistar qualsivoglia grado di velocitá, nissuna velocitá che da motore esterno gli fusse conferita, potrebbe esser cosí grande, che egli la recusasse e se ne spogliasse mercé dell'impedimento del mezzo; e cosí una palla d'artiglieria che fusse scesa per aria, v. g., quattro braccia, ed avesse, per esempio, acquistato dieci gradi di velocitá, e che con questi entrasse nell'acqua, quando l'impedimento dell'acqua non fusse potente a vietare alla palla un tale impeto, ella l'accrescerebbe, o almeno lo continuerebbe sino al fondo: il che non si vede seguire; anzi l'acqua, benché non fusse piú che poche braccia profonda, l'impedisce e debilita in modo, che leggerissima percossa fará nel letto del fiume o del lago. È dunque manifesto, che quella velocitá della

quale l'acqua l'ha potuta spogliare in un brevissimo viaggio, non glie la lascerebbe giá mai acquistare anco nella profonditá di mille braccia. E perché permettergli 'l guadagnarsela in mille, per levargliela poi in quattro braccia? Ma che piú? non si ved'egli, l'immenso impeto della palla, cacciata dall'istessa artiglieria, esser talmente rintuzzato dall'interposizione di pochissime braccia d'acqua, che senza veruna offesa della nave appena si conduce a percuoterla? L'aria ancora, benché cedentissima, pur reprime la velocitá del mobile cadente, ancor che molto grave, come possiamo con simili esperienze comprendere: perché se dalla cima d'una torre molto alta tireremo un'archibusata in giú, questa fará minor botta in terra, che se scaricheremo l'archibuso, alto dal piano solamente quattro o sei braccia; segno evidente che l'impeto con che la palla uscí della canna, scaricata nella sommitá della torre, andò diminuendosi nello scender per aria. Adunque lo scender da qualunque grandissima altezza non basterá per fargli acquistare quell'impeto, del quale la resistenza dell'aria la priva quando giá in qualsivoglia modo gli sia stato conferito. La rovina parimente che fará in una muraglia un colpo d'una palla cacciata da una colubrina dalla lontananza di venti braccia, non credo che la facesse venendo a perpendicolo da qualsivoglia altezza immensa. Stimo per tanto, esser termine all'accelerazione di qualsivoglia mobile naturale che dalla quiete si parta, e che l'impedimento del mezzo finalmente lo riduca all'egualitá, nella quale ben poi sempre si mantenga.

SAGR. L'esperienze veramente mi par che siano molto a proposito; né ci è altro se non che l'avversario potrebbe farsi forte col negar che si debbano verificar nelle moli grandissime e gravissime, e che una palla d'artiglieria venendo dal concavo della Luna, o anco dalla suprema region dell'aria, farebbe percossa maggiore che uscita dal cannone.

SAL. Non è dubbio che molte cose si posson opporre, e che non tutte si possono con esperienze redarguire: tuttavia in questa contradizzione, alcuna cosa par che si possa metter in considerazione, cioè che molto ha del verisimile che 'l grave cadente da un'altezza acquisti tanto d'impeto nell'arrivar in terra, quanto fusse bastante a tirarlo a quell'altezza; come chiaramente si vede in un pendolo assai grave, che slargato cinquanta o sessanta gradi dal perpendicolo, guadagna quella velocitá e virtú che basta precisamente a sospignerlo ad altrettanta elevazione, trattone però quel poco che gli vien tolto dall'impedimento dell'aria. Per costituir dunque la palla dell'artiglieria in tanta altezza che bastasse per l'acquisto di tanto impeto quanto è quello che gli dá il fuoco nell'uscir del pezzo, dovrebbe bastar il tirarla in su a perpendicolo con l'istessa artiglieria, osservando poi se nella ricaduta ella facesse colpo eguale a quello della percossa fatta da vicino nell'uscire; che credo veramente che non sarebbe, a gran segno, tanto gagliardo: e però stimo che la velocitá che ha la palla vicino all'uscita del pezzo, sarebbe di quelle che l'impedimento dell'aria non gli lascerebbe conseguire giá mai mentre con moto naturale scendesse, partendosi dalla quiete, da qualsivoglia grand'altezza.

Vengo ora a gli altri quesiti, attenenti a i pendoli, materia che a molti parrebbe assai arida, e massime a quei filosofi che stanno continuamente occupati nelle piú profonde quistioni delle cose naturali; tuttavia non gli voglio disprezzare, inanimito dall'esempio d'Aristotele medesimo, nel quale io ammiro sopra tutte le cose il non aver egli lasciato, si può dir, materia alcuna, degna in qualche modo di considerazione, che e' non l'abbia toccata. Ed ora, mosso da i quesiti di V. S., penso che potrò dirvi qualche mio pensiero sopra alcuni problemi attenenti alla musica, materia nobilissima, della quale hanno

scritto tanti grand'uomini e l'istesso Aristotele, e circa di essa considera molti problemi curiosi; talché se io ancora da cosí facili e sensate esperienze trarrò ragioni di accidenti maravigliosi in materia de i suoni, posso sperare che i miei ragionamenti siano per esser graditi da voi.

SAGR. Non solamente graditi, ma da me in particolare sommamente desiderati, come quello che, sendomi dilettato di tutti gli strumenti musici, ed assai filosofato intorno alle consonanze, son sempre restato incapace e perplesso onde avvenga che piú mi piaccia e diletti questa che quella, e che alcuna non solo non mi diletti, ma sommamente m'offenda. Il problema poi trito delle due corde tese all'unisono, che al suono dell'una l'altra si muova e attualmente risuoni, mi resta ancora irresoluto, come anco non ben chiare le forme delle consonanze ed altre particolaritá.

SAL. Vedremo se da questi nostri pendoli si potrá cavare qualche sodisfazione a tutte queste difficoltá. E quanto al primo dubbio, che è, se veramente e puntualissimamente l'istesso pendolo fa tutte le sue vibrazioni, massime, mediocri e minime, sotto tempi precisamente eguali, io mi rimetto a quello che intesi giá dal nostro Accademico; il quale dimostra bene, che 'l mobile che descendesse per le corde suttese a qualsivoglia arco, le passerebbe necessariamente tutte in tempi eguali, tanto la suttesa sotto cent'ottanta gradi (cioè tutto il diametro), quanto le suttese di cento, di sessanta, di dieci, dí due, di mezzo e di quattro minuti, intendendo che tutte vadano a terminar nell'infimo punto, toccante il piano orizontale. Circa poi i descendenti per gli archi delle medesime corde elevati sopra l'orizonte, e che non siano maggiori d'una quarta, cioè di novanta gradi, mostra parimente l'esperienza, passarsi tutti in tempi eguali, ma però piú brevi de i tempi de' passaggi per le corde; effetto che in tanto ha del maraviglioso, in quanto nella prima appren-

sione par che dovrebbe seguire il contrario: imperò che, sendo comuni i termini del principio e del fine del moto, ed essendo la linea retta la brevissima che tra i medesimi termini si comprende, par ragionevole che il moto fatto per lei s'avesse a spedire nel piú breve tempo; il che poi non è, ma il tempo brevissimo, ed in consequenza il moto velocissimo, è quello che si fa per l'arco del quale essa linea retta è corda. Quanto poi alla proporzione de i tempi delle vibrazioni di mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, o vogliam dire le lunghezze esser in duplicata proporzion de i tempi, cioè son come i quadrati de i tempi: sí che volendo, v. g., che 'l tempo d'una vibrazione d'un pendolo sia doppio del tempo d'una vibrazione d'un altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo; ed allora, nel tempo d'una vibrazione di quello, un altro ne fará tre, quando la corda di quello sará nove volte piú lunga dell'altra: dal che ne séguita che le lunghezze delle corde hanno fra di loro la proporzione che hanno i quadrati de' numeri delle vibrazioni che si fanno nel medesimo tempo.

SAGR. Adunque, se io ho ben inteso, potrò speditamente sapere la lunghezza d'una corda pendente da qualsivoglia grandissima altezza, quando bene il termine sublime dell'attaccatura mi fusse invisibile e solo si vedesse l'altro estremo basso. Imperò che, se io attaccherò qui da basso un assai grave peso a detta corda e farò che si vada vibrando in qua e in lá, e che un amico vadia numerando alcune delle sue vibrazioni e che io nell'istesso tempo vadia parimente contando le vibrazioni che fará un altro mobile appeso a un filo di lunghezza precisamente d'un braccio, da i numeri delle vibrazioni di questi pendoli, fatte nell'istesso tempo, troverò la lunghezza della corda: come, per esempio, ponghiamo che nel tempo

che l'amico mio abbia contate venti vibrazioni della corda lunga, io ne abbia contate dugenquaranta dal mio filo, che è lungo un braccio; fatti i quadrati delli due numeri venti e dugenquaranta, che sono 400 e 57600, dirò, la lunga corda contener 57600 misure di quelle che il mio filo ne contien 400; e perché il filo è un sol braccio, partirò 57600 per 400, che ne viene 144; e 144 braccia dirò esser lunga quella corda.

SAL. Né vi ingannerete d'un palmo, e massime se piglierete moltitudini grandi di vibrazioni.

SAGR. V. S. mi dá pur frequentemente occasione d'ammirare la ricchezza ed insieme la somma liberalitá della natura, mentre da cose tanto comuni, e direi anco in certo modo vili, ne andate traendo notizie molto curiose e nuove, e bene spesso remote da ogni immaginazione. Io ho ben mille volte posto cura alle vibrazioni, in particolare, delle lampade pendenti in alcune chiese da lunghissime corde, inavvertentemente state mosse da alcuno; ma il piú che io cavassi da tale osservazione, fu l'improbabilitá dell'opinione di quelli che vogliono che simili moti vengano mantenuti e continuati dal mezzo, cioè dall'aria, perché mi parrebbe bene che l'aria avesse un gran giudizio, ed insieme una poca faccenda, a consumar le ore e le ore di tempo in sospignere con tanta regola in qua e in lá un peso pendente: ma che io fussi per apprenderne che quel mobile medesimo, appeso a una corda di cento braccia di lunghezza, slontanato dall'imo punto una volta novanta gradi ed un'altra un grado solo o mezzo, tanto tempo spendesse in passar questo minimo, quanto in passar quel massimo arco, certo non credo che mai l'avrei incontrato, ché ancor ancora mi par che tenga dell'impossibile. Ora sto aspettando di sentire che queste medesime semplicissime minuzie mi assegnino ragioni tali di quei problemi musici, che mi possino, almeno in parte, quietar la mente.

SAL. Prima d'ogni altra cosa bisogna avvertire che ciaschedun pendolo ha il tempo delle sue vibrazioni talmente limitato e prefisso, che impossibil cosa è il farlo muover sotto altro periodo che l'unico suo naturale. Prenda pur chi si voglia in mano la corda ond'è attaccato il peso, e tenti quanto gli piace d'accrescergli o scemargli la frequenza delle sue vibrazioni; sará fatica buttata in vano: ma ben all'incontro ad un pendolo, ancor che grave e posto in quiete, col solo soffiarvi dentro conferiremo noi moto, e moto anche assai grande col reiterare i soffi, ma sotto 'l tempo che è proprio quel delle sue vibrazioni; che se al primo soffio l'aremo rimosso dal perpendicolo mezzo dito, aggiugnendogli il secondo dopo che, sendo ritornato verso noi, comincerebbe la seconda vibrazione, gli conferiremo nuovo moto, e cosí successivamente con altri soffi, ma dati a tempo, e non quando il pendolo ci vien incontro (che cosí gl'impediremmo, e non aiuteremmo, il moto); e seguendo, con molti impulsi gli conferiremo impeto tale, che maggior forza assai che quella d'un soffio ci bisognerá a cessarlo.

SAGR. Ho da fanciullo osservato, con questi impulsi dati a tempo un uomo solo far sonare una grossissima campana, e nel volerla poi fermare, attaccarsi alla corda quattro e sei altri e tutti esser levati in alto, né poter tanti insieme arrestar quell'impeto che un solo con regolati tratti gli aveva conferito.

SAL. Esempio che dichiara 'l mio intento non meno acconciamente di quel che questa mia premessa si accomodi a render la ragione del maraviglioso problema della corda della cetera o del cimbalo, che muove e fa realmente sonare quella non solo che all'unisono gli è concorde, ma anco all'ottava e alla quinta. Toccata, la corda comincia e continua le sue vibrazioni per tutto 'l tempo che si sente durar la sua risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare e tremare l'aria che gli è appresso, i cui

tremori e increspamenti si distendono per grande spazio e vanno a urtare in tutte le corde del medesimo strumento, ed anco di altri vicini: la corda che è tesa all'unisono con la tocca, essendo disposta a far le sue vibrazioni sotto 'l medesimo tempo, comincia al primo impulso a muoversi un poco; e sopraggiugnendogli il secondo, il terzo, il ventesimo e piú altri, e tutti ne gli aggiustati e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice. Quest'ondeggiamento che si va distendendo per l'aria, muove e fa vibrare non solamente le corde, ma qualsivoglia altro corpo disposto a tremare e vibrarsi sotto quel tempo della tremante corda; sí che se si ficcheranno nelle sponde dello strumento diversi pezzetti di setole o di altre materie flessibili, si vedrá, nel sonare il cimbalo, tremare or questo or quel corpuscolo, secondo che verrá toccata quella corda le cui vibrazioni van sotto 'l medesimo tempo: gli altri non si muoveranno al suono di questa corda, né quello tremerá al suono d'altra corda. Se con l'archetto si toccherá gagliardamente una corda grossa d'una viola, appressandogli un bicchiere di vetro sottile e pulito, quando il tuono della corda sia all'unisono del tuono del bicchiere, questo tremerá e sensatamente risonerá. Il diffondersi poi amplamente l'increspamento del mezzo intorno al corpo risonante, apertamente si vede nel far sonare il bicchiere, dentro 'l quale sia dell'acqua, fregando il polpastrello del dito sopra l'orlo; imperò che l'acqua contenuta con regolatissimo ordine si vede andar ondeggiando: e meglio ancora si vedrá l'istesso effetto fermando il piede del bicchiere nel fondo di qualche vaso assai largo, nel quale sia dell'acqua sin presso all'orlo del bicchiere; ché parimente, facendolo risonare con la confricazione del dito, si vedranno gl'increspamenti nell'acqua regolatissimi, e con gran velocitá spargersi in

gran distanza intorno al bicchiere: ed io piú volte mi sono incontrato, nel fare al modo detto sonare un bicchiere assai grande e quasi pieno d'acqua, a veder prima le onde nell'acqua con estrema egualitá formate, ed accadendo tal volta che 'l tuono del bicchiere salti un'ottava piú alto, nell'istesso momento ho visto ciascheduna delle dette onde dividersi in due; accidente che molto chiaramente conclude, la forma dell'ottava esser la dupla.

SAGR. A me ancora è intervenuto l'istesso piú d'una volta con mio diletto ed anco utile: imperò che stetti lungo tempo perplesso intorno a queste forme delle consonanze, non mi parendo che la ragione che comunemente se n'adduce da gli autori che sin qui hanno scritto dottamente della musica, fusse concludente a bastanza. Dicono essi, la diapason, cioè l'ottava, esser contenuta dalla dupla, la diapente, che noi diciamo la quinta, dalla sesquialtera, etc.; perché, distesa sopra il monocordo una corda, sonandola tutta e poi sonandone la metá, col mettere un ponticello in mezzo, si sente l'ottava, e se il ponticello si metterá al terzo di tutta la corda, toccando l'intera e poi li due terzi, ci rende la quinta; per lo che l'ottava dicono esser contenuta tra 'l due e l'uno, e la quinta tra il tre e 'l dua. Questa ragione, dico, non mi pareva concludente per poter assegnar iuridicamente la dupla e la sesquialtera per forme naturali della diapason e della diapente: e 'l mio motivo era tale. Tre sono le maniere con le quali noi possiamo inacutire il tuono a una corda: l'una è lo scorciarla; l'altra, il tenderla piú, o vogliam dir tirarla; il terzo è l'assottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza e grossezza della corda, se vorremo sentir l'ottava, bisogna scorciarla la metá, cioè toccarla tutta, e poi mezza: ma se, ritenendo la medesima lunghezza e grossezza, vorremo farla montare all'ottava col tirarla piú, non basta tirarla il doppio piú, ma ci bisogna il quadruplo, sí che se prima era tirata dal peso d'una

libbra, converrá attaccarvene quattro per inacutirla all'ottava: e finalmente se, stante la medesima lunghezza e tiratezza, vorremo una corda che, per esser piú sottile, renda l'ottava, sará necessario che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell'altra piú grave. E questo che dico dell'ottava, cioè che la sua forma presa dalla tensione o dalla grossezza della corda è in duplicata proporzione di quella che si ha dalla lunghezza, intendasi di tutti gli altri intervalli musici: imperò che quello che ci dá la lunghezza con la proporzion sesquialtera, cioè col sonarla tutta e poi li due terzi, volendolo cavar dalla tiratezza o dalla sottigliezza, bisogna duplicar la proporzione sesquialtera, pigliando la dupla sesquiquarta, e se la corda grave era tesa da quattro libbre di peso, attaccarne all'acuta non sei, ma nove, e quanto alla grossezza, far la corda grave piú grossa dell'acuta secondo la proporzione di nove a quattro, per aver la quinta. Stante queste verissime esperienze, non mi pareva scorger ragione alcuna per la quale avesser i sagaci filosofi a stabilir, la forma dell'ottava esser piú la dupla che la quadrupla, e della quinta piú la sesquialtera che la dupla sesquiquarta. Ma perché il numerar le vibrazioni d'una corda, che nel render la voce le fa frequentissime, è del tutto impossibile, sarei restato sempre ambiguo se vero fusse che la corda dell'ottava, piú acuta, facesse nel medesimo tempo doppio numero di vibrazioni di quelle della piú grave, se le onde permanenti per quanto tempo ci piace, nel far sonare e vibrare il bicchiere, non m'avessero sensatamente mostrato come nell'istesso momento che alcuna volta si sente il tuono saltare all'ottava, si veggono nascere altre onde piú minute, le quali con infinita pulitezza tagliano in mezzo ciascuna di quelle prime.

SAL. Bellissima osservazione per poter distinguer ad una ad una le onde nate dal tremore del corpo che risuona, che son poi quelle che, diffuse per l'aria, vanno a

far la titillazione su 'l timpano del nostro orecchio, la quale nell'anima ci doventa suono. Ma dove che il vederle ed osservarle nell'acqua non dura se non quanto si continua la confricazion del dito, ed anco in questo tempo non sono permanenti, ma continuamente si fanno e si dissolvono, non sarebbe bella cosa quando se ne potesse far con grand'esquisitezza di quelle che restassero lungo tempo, dico mesi ed anni, sí che desser commoditá di poterle misurare ed agiatamente numerare?

SAGR. Veramente io stimerei sommamente una tale invenzione.

SAL. L'invenzione fu del caso, e mia fu solamente l'osservazione e 'l far di essa capitale e stima come di riprova di nobil contemplazione, ancor che fattura in se stessa assai vile. Raschiando con uno scarpello di ferro tagliente una piastra d'ottone per levarle alcune macchie, nel muovervi sopra lo scarpello con velocitá, sentii una volta e due, tra molte strisciate, fischiare e uscirne un sibilo molto gagliardo e chiaro; e guardando sopra la piastra, veddi un lungo ordine di virgolette sottili, tra di loro parallele e per egualissimi intervalli l'una dall'altra distanti. Tornando a raschiar di nuovo piú e piú volte, m'accorsi che solamente nelle raschiate che fischiavano lasciava lo scarpello le 'ntaccature sopra la piastra; ma quando la strisciata passava senza sibilo, non restava pur minima ombra di tali virgolette. Replicando poi altre volte lo scherzo, strisciando ora con maggiore ed ora con minor velocitá, il sibilo riusciva di tuono or piú acuto ed or piú grave; ed osservai, i segni fatti nel suono piú acuto esser piú spessi, e quelli del piú grave piú radi, e tal volta ancora, secondo che la strisciata medesima era fatta verso 'l fine con maggior velocitá che nel principio, si sentiva il suono andarsi inacutendo, e le virgolette si vedeva esser andate inspessendosi, ma sempre con estrema lindura e con assoluta equidistanza segnate; ed

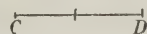
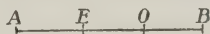
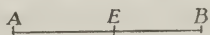
oltre a ciò, nelle strisciate sibilanti sentivo tremarmi il ferro in pugno, e per la mano scorrermi certo rigore: ed in somma si vede e sente fare al ferro quello per appunto che facciamo noi nel parlar sotto voce e nell'intonar poi il suono gagliardo, che, mandando fuora il fiato senza formare il suono, non sentiamo nella gola e nella bocca farsi movimento alcuno, rispetto però ed in comparazione del tremor grande che sentiamo farsi nella laringe ed in tutte le fauci nel mandar fuora la voce, e massime in tuono grave e gagliardo. Ho anco tal volta tra le corde del cimbalo notatone due unisone alli due sibili fatti strisciando al modo detto, e de i piú differenti di tuono, de i quali due precisamente distavano per una quinta perfetta; e misurando poi gl'intervalli delle virgolette dell'una e dell'altra strisciata, si vedeva, la distanza che conteneva quarantacinque spazii dell'una, contenere trenta dell'altra, quale veramente è la forma che si attribuisce alla diapente. Ma qui, prima che passare piú avanti, voglio avvertirvi, che delle tre maniere d'inacutire il suono, quella che voi referite alla sottigliezza della corda, con piú veritá deve attribuirsi al peso. Imperò che l'alterazione presa dalla grossezza risponde quando le corde siano della medesima materia: e cosí una minugia per far l'ottava deve esser piú grossa quattro volte dell'altra pur di minugia; ed una d'ottone, piú grossa quattro volte d'un'altra d'ottone: ma s'io vorrò far l'ottava con una d'ottone ad una di minugia, non si ha da ingrossar quattro volte, ma sí ben farla quattro volte piú grave; sí che, quanto alla grossezza, questa di metallo non sará altrimente quattro volte piú grossa, ma ben quadrupla in gravitá, che tal volta sará piú sottile che la sua rispondente all'ottava, piú acuta, che sia di minugia: onde accade che incordandosi un cimbalo di corde d'oro ed un altro d'ottone, se saranno della medesima lunghezza, grossezza e tensione, per esser l'oro quasi

il doppio piú grave, riuscirá l'accordatura circa una quinta piú grave. E qui notisi come alla velocitá del moto piú resiste la gravitá del mobile che la grossezza, contro a quello che a prima fronte altri giudicherebbe; che ben pare che, ragionevolmente, piú dovesse esser ritardata la velocitá dalla resistenza del mezzo all'esser aperto in un mobile grosso e leggiero, che in uno grave e sottile; tuttavia in questo caso accade tutto l'opposito. Ma seguitando il primo proposito, dico che non è la ragion prossima ed immediata delle forme de gl'intervalli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, ma sí bene la proporzione de i numeri delle vibrazioni e percosse dell'onde dell'aria che vanno a ferire il timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare. Fermato questo punto, potremo per avventura assegnar assai congrua ragione onde avvenga che di essi suoni, differenti di tuono, alcune coppie siano con gran diletto ricevute dal nostro sensorio, altre con minore, ed altre ci feriscano con grandissima molestia; che è il recar la ragione delle consonanze piú o men perfette e delle dissonanze. La molestia di queste nascerá, credo io, dalle discordi pulsazioni di due diversi tuoni che sproporzionatamente colpeggiano sopra 'l nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze quando i tempi delle vibrazioni fussero incommensurabili; per una delle quali sará quella quando di due corde unisone se ne suoni una con tal parte dell'altra quale è il lato del quadrato del suo diametro: dissonanza simile al tritono o semidiapente. Consonanti, e con diletto ricevute, saranno quelle coppie di suoni che verranno a percuotere con qualche ordine sopra 'l timpano; il qual ordine ricerca, prima, che le percosse fatte dentro all'istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non abbia a star in un perpetuo tormento d'inflettersi in

due diverse maniere per acconsentire ed ubbidire alle sempre discordi battiture: sará dunque la prima e piú grata consonanza l'ottava, essendo che per ogni percossa che dia la corda grave su 'l timpano, l'acuta ne dá due, tal che amendue vanno a ferire unitamente in una sí, e nell'altra no, delle vibrazioni della corda acuta, sí che di tutto 'l numero delle percosse la metá s'accordano a battere unitamente; ma i colpi delle corde unisone giungon sempre tutti insieme, e però son come d'una corda sola, né fanno consonanza. La quinta diletta ancora, atteso che per ogni due pulsazioni della corda grave l'acuta ne dá tre, dal che ne séguita che, numerando le vibrazioni della corda acuta, la terza parte di tutte s'accordano a battere insieme, cioè due solitarie s'interpongono tra ogni coppia delle concordi; e nella diatesseron se n'interpongon tre. Nella seconda, cioè nel tuono sesquiottavo, per ogni nove pulsazioni una sola arriva concordemente a percuotere con l'altra della corda piú grave; tutte l'altre sono discordi e con molestia ricevute su 'l timpano, e giudicate dissonanti dall'udito.

SIMPL. Vorrei con maggior chiarezza spiegato questo discorso.

SAL. Sia questa linea A B lo spazio e la dilatazione d'una vibrazione della corda grave, e la linea CD quella della corda acuta, la quale con l'altra renda l'ottava, e dividasi la A B in mezzo in E: è manifesto, che cominciando a muoversi le corde nei termini A, C, quando la vibrazione acuta sará pervenuta al termine D, l'altra si sará distesa solamente sino al mezzo E, il quale, non sendo termine del moto, non percuote, ma ben si fa colpo in D. Ritornando poi la vibrazione dal D in C, l'altra passa da E in B, onde le due percosse di B e di C battono unitamente su 'l timpano: e tornando a reiterarsi le simili seguenti vibrazioni, si concluderá, alternatamente in una sí e nell'altra no delle vibrazioni C, D accadere

l'unione delle percosse con quelle di A, B. Ma le pulsazioni de i termini hanno sempre per compagne una delle C, D, e sempre la medesima: il che è manifesto; perché, posto che A, C battano insieme, nel passar A in B, C va in D e torna in C, tal che C batte con B; e nel tempo che B torna in A, C passa per D e torna in C, sí che i colpi A, C si fanno insieme. Ma sieno ora le due vibrazioni AB, CD quelle che producono la diapente, i tempi delle quali sono in proporzion sesquialtera, e dividasi la AB della corda grave in tre parti eguali in E, O, e intendansi le vibrazioni cominciare nell'istesso momento da i termini A, C: è manifesto che nella percossa che si fará nel termine D, la vibrazione di AB sará giunta solamente in O; il timpano dunque riceve la percossa D sola: nel ritorno poi da D in C, l'altra vibrazione passa da O in B e ritorna in O, facendo la pulsazione in B, che pure è sola e di contrattempo (accidente da considerarsi); perché, avendo noi posto le prime pulsazioni fatte nell'istesso momento ne i termini A, C, la seconda, che fu sola del termine D, si fece dopo quanto importa il tempo del transito CD, cioè AO, ma la seguente, che si fa in B, dista dall'altra solo quanto è il tempo di OB, che è la metá: continuando poi il ritorno da O in A, mentre da C si va in D, si viene a far le due pulsazioni unitamente in A e D. Seguono poi altri periodi simili a questi, cioè con l'interposizione di due pulsazioni della corda acuta, scompagnate e solitarie, e una della corda grave, pur solitaria e interposta tra le due solitarie dell'acuta. Sí che, se noi figureremo il tempo diviso in momenti, cioè in minime particole eguali; posto che nei due primi dalle concordi pulsazioni fatte in A, C si passi in O, D, e in D si batta; che nel terzo e quarto momento si

torni da D in C, battendo in C, e che da O si passi per B e si torni in O, battendosi in B; e che finalmente nel quinto e sesto momento da O e C si passi in A e D, battendo in amendue; avremo sopra 'l timpano le pulsazioni distribuite con tal ordine, che poste le pulsazioni delle due corde nel medesimo instante, due momenti dopo riceverá una percossa solitaria, nel terzo momento un'altra pur solitaria, nel quarto un'altra sola, e due momenti dopo, cioè nel sesto, due congiunte insieme: e qui finisce il periodo, e, per dir cosí, l'anomalia, il qual periodo si va poi piú volte replicando.

SAGR. Io non posso piú tacere: è forza ch'io esclami il gusto che sento nel vedermi tanto adequatamente rese ragioni di effetti che tanto tempo m'hanno tenuto in tenebre e cecitá. Ora intendo perché l'unisono non differisce punto da una voce sola: intendo perché l'ottava è la principal consonanza, ma tanto simile all'unisono, che come unisono si prende e si accompagna con le altre; simile è all'unisono, perché, dove le pulsazioni delle corde unisone vanno a ferire tutte insieme sempre, queste della corda grave dell'ottava vanno tutte accompagnate da quelle dell'acuta, e di queste una s'interpone solitaria ed in distanze eguali ed in certo modo senza fare scherzo alcuno, onde tal consonanza ne diviene sdolcinata troppo e senza brio. Ma la quinta, con quei suoi contrattempi, e con l'interpor tra le coppie delle due pulsazioni congiunte due solitarie della corda acuta ed una pur solitaria della grave, e queste tre con tanto intervallo di tempo quanto è la metá di quello che è tra ciascuna coppia e le solitarie dell'acuta, fa una titillazione ed un solletico tale sopra la cartilagine del timpano, che temperando la dolcezza con uno spruzzo d'acrimonia, par che insieme soavemente baci e morda.

SAL. È forza, poiché veggo che V. S. gusta tanto di queste novellizie, che io gli mostri il modo col quale

l'occhio ancora, non pur l'udito, possa recrearsi nel veder i medesimi scherzi che sente l'udito. Sospendete palle di piombo, o altri simili gravi, da tre fili di lunghezze diverse, ma tali che nel tempo che il piú lungo fa due vibrazioni, il piú corto ne faccia quattro e 'l mezzano tre, il che accaderá quando il piú lungo contenga sedici palmi o altre misure, delle quali il mezzano ne contenga nove ed il minore quattro; e rimossi tutti insieme dal perpendicolo e poi lasciatigli andare, si vedrá un intrecciamento vago di essi fili, con incontri varii, ma tali che ad ogni quarta vibrazione del piú lungo tutti tre arriveranno al medesimo termine unitamente, e da quello poi si partiranno, reiterando di nuovo l'istesso periodo: la qual mistione di vibrazioni è quella che, fatta dalle corde, rende all'udito l'ottava con la quinta in mezzo. E se con simile disposizione si andranno temperando le lunghezze di altri fili, sí che le vibrazioni loro rispondano a quelle di altri intervalli musici, ma consonanti, si vedranno altri ed altri intrecciamenti, e sempre tali, che in determinati tempi e dopo determinati numeri di vibrazioni tutti i fili (siano tre o siano quattro) si accordano a giugner nell'istesso momento al termine di loro vibrazioni, e di lí a cominciare un altro simil periodo. Ma quando le vibrazioni di due o piú fili siano o incommensurabili, sí che mai non ritornino a terminar concordemente determinati numeri di vibrazioni, o se pur, non essendo incommensurabili, vi ritornano dopo lungo tempo e dopo gran numero di vibrazioni, allora la vista si confonde nell'ordine disordinato di sregolata intrecciatura, e l'udito con noia riceve gli appulsi intemperati de i tremori dell'aria, che senza ordine o regola vanno a ferire su 'l timpano.

Ma dove, Signori miei, ci siamo lasciati trasportare per tante ore da i varii problemi ed inopinati discorsi? Siamo giunti a sera, e della proposta materia abbiamo trattato pochissimo o niente; anzi ce ne siamo in modo

disviati, che a pena mi sovviene della prima introduzzione e di quel poco ingresso che facemmo come ipotesi e principio delle future dimostrazioni.

SAGR. Sará dunque bene che ponghiamo per oggi fine a i nostri ragionamenti, dando commodo alla mente di andarsi nel riposo della notte tranquillando, per tornar poi domani (quando piaccia a V. S. di favorirci) a i discorsi desiderati e principalmente intesi.

SAL. Non mancherò d'esser qua all'istessa ora di oggi a servirle e goderle.

FINISCE LA PRIMA GIORNATA.

GIORNATA SECONDA.

SAGR. Stavamo, il Sig. Simplicio ed io, aspettando la venuta di V. S., e nel medesimo tempo ci andavamo riducendo a memoria l'ultima considerazione, che, quasi come principio e supposizione delle conclusioni che V. S. intendeva di dimostrarci, fu circa quella resistenza che hanno tutti i corpi solidi all'esser rotti, dependente da quel glutine che tiene le parti attaccate e congiunte, sí che non senza una potente attrazzione cedono e si separano. Si andò poi cercando qual potesse esser la causa di tal coerenza, che in alcuni solidi è gagliardissima, proponendosi principalmente quella del vacuo, che fu poi cagione di tante digressioni che ci tennero tutta la giornata occupati e lontani dalla materia primieramente intesa, che era, come ho detto, la contemplazione delle resistenze de i solidi all'essere spezzati.

SAL. Ben mi sovviene del tutto. E ritornando su 'l filo incominciato, posta qualunque ella sia la resistenza de i corpi solidi all'essere spezzati per una violenta attrazzione, basta che indubitabilmente ella in loro si trova; la quale, ben che grandissima contro alla forza di chi per diritto gli tira, minore per lo piú si osserva nel violentargli per traverso: e cosí vegghiamo una verga, per esempio, d'acciaio o di vetro reggere per lo lungo il peso di mille libbre, che fitta a squadra in un muro si spezzerá con l'attaccargliene cinquanta solamente: e di questa seconda resistenza deviamo noi parlare, ricercando secondo quali proporzioni ella si ritrovi ne i prismi e cilindri simili o dissimili in figura, lunghezza e grossezza,

essendo però dell'istessa materia. Nella quale specolazione io piglio come principio noto quello che nelle mecaniche si dimostra tra le passioni delle vette, che noi chiamiamo leva, cioè che nell'uso della leva la forza alla resistenza ha la proporzion contraria di quella che hanno le distanze tra 'l sostegno e le medesime forza e resistenza.

SIMPL. Questo fu dimostrato da Aristotile, nelle sue Mecaniche, prima che da ogni altro.

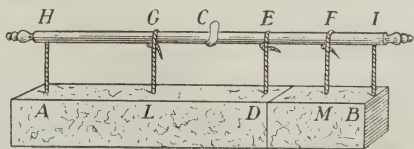
SAL. Voglio che gli concediamo il primato nel tempo; ma nella fermezza della dimostrazione parmi che se gli deva per grand'intervallo anteporre Archimede, da una sola proposizione del quale, dimostrata da esso ne gli Equiponderanti, dependono le ragioni non solamente della leva, ma della maggior parte de gli altri strumenti mecanici.

SAGR. Ma giá che questo principio è il fondamento di tutto quello che voi avete intenzione di volerci dimostrare, non sarebbe se non molto a proposito l'arrecarci anco la prova di tal supposizione, quando non sia materia molto prolissa, dandoci una intera e compita instruzzione.

SAL. Come questo si abbia a fare, sará pur meglio che io per altro ingresso, alquanto diverso da quello d'Archimede, v'introduca nel campo di tutte le future specolazioni, e che non supponendo altro se non che pesi eguali posti in bilancia di braccia eguali facciano l'equilibrio (principio supposto parimente dal medesimo Archimede), io venga poi a dimostrarvi come non solamente altrettanto sia vero che pesi diseguali facciano l'equilibrio in stadera di braccia diseguali secondo la proporzione di essi pesi permutatamente sospesi, ma che l'istessa cosa fa colui che colloca pesi eguali in distanze eguali, che quello che colloca pesi diseguali in distanze che abbiano permutatamente la medesima proporzione che i pesi.

Or per chiara dimostrazione di quanto dico, segno un

prisma o cilindro solido A B, sospeso dall'estremitá alla linea H I, e sostenuto da due fili H A, I B: è manifesto, che se io sospenderò il tutto dal filo C, posto nel mezzo della bilancia H I, il prisma A B resterá equilibrato, essendo la metá del suo peso da una banda, e l'altra dall'altra, del punto della sospensione C, per il principio da noi supposto. Intendasi ora il prisma esser diviso in parti diseguali dal piano per la linea D, e sia la parte D A maggiore, e la D B minore; ed acciò che, fatta tal divisione, le parti del prisma restino nel medesimo sito e costituzione rispetto alla linea H I, soccorriamo con un filo E D, il quale, fermato nel punto E, sostenga le parti del prisma A D, D B; non è da dubitarsi che, non si essendo fatta veruna local mutazione nel prisma rispetto alla bilancia H I, ella resterá nel medesimo stato dell'equilibrio.

Ma nella medesima costituzione resterá ancora se la parte del prisma che ora è sospesa dalle due estremitá con li fili A H, D E, si appenda ad un sol filo G L, posto nel mezzo; e parimente l'altra parte D B non muterá stato sospesa dal mezzo e sostenuta dal filo F M: sciolti dunque i fili H A, E D, I B, e lasciati solo li due G L, F M, resterá l'istesso equilibrio, fatta pur sempre la sospensione dal punto C. Or qui voltiamoci a considerare come noi abbiamo due gravi A D, D B, pendenti da i termini G, F di una libra G F, nella quale si fa l'equilibrio dal punto C, in modo che la distanza della sospensione del grave A D dal punto C è la linea C G, e l'altra parte C F è la distanza dalla qual pende l'altro grave D B: resta dunque solo da dimostrarsi, tali distanze aver la medesima proporzione tra di loro che hanno gli stessi

pesi, ma permutatamente presi, cioè che la distanza G C alla C F sia come il prisma D B al prisma D A; il che proveremo cosí. Essendo la linea G E la metá della E H, e la E F metá della E I, sará tutta la G F metá di tutta la H I, e però eguale alla C I; e trattane la parte comune C F, sará la rimanente G C eguale alla rimanente F I, cioè alla F E; e presa comunemente la C E, saranno le due G E, C F eguali; e però, come G E ad E F, cosí F C a C G; ma come G E ad E F, cosí la doppia alla doppia, cioè H E ad E I, cioè il prisma A D al prisma D B; adunque, per l'egual proporzione e convertendo, come la distanza G C alla distanza C F, cosí il peso B D al peso D A: che è quello che io volevo provarvi.

Inteso sin qui, non credo che voi porrete difficoltá in ammettere che i due prismi A D, D B facciano l'equilibrio dal punto C, perché la metá di tutto 'l solido A B è alla destra della sospensione C, e l'altra metá dalla sinistra, e che cosí si vengono a rappresentar due pesi eguali disposti e distesi in due distanze eguali. Che poi li due prismi A D, D B ridotti in due dadi, o in due palle, o in due qual'altre si siano figure (purché si conservino le sospensioni medesime G, F), seguitino di far l'equilibrio dal punto C, non credo che sia alcuno che ne possa dubitare, perché troppo manifesta cosa è che le figure non mutano peso, dove si ritenga la medesima quantitá di materia. Dal che possiamo raccor la general conclusione, che due pesi, qualunque si siano, fanno l'equilibrio da distanze permutatamente respondenti alle lor gravitá.

Stabilito dunque tal principio, avanti che passiamo piú oltre, devo metter in considerazione come queste forze, resistenze, momenti, figure, etc., si posson considerar in astratto e separate dalla materia, ed anco in concreto e congiunte con la materia; ed in questo modo quelli accidenti che converranno alle figure considerate come immateriali, riceveranno alcune modificazioni mentre li

aggiugneremo la materia, ed in consequenza la gravitá. Come, per esempio, se noi intenderemo una leva, qual sarebbe questa B A, la quale, posando su 'l sostegno E, sia applicata per sollevare il grave sasso D, è manifesto, per il dimostrato principio, che la forza posta nell'estremitá B basterá per adequare la resistenza del grave D, se il suo momento al momento di esso D abbia la medesima proporzione che ha la distanza A C alla distanza C B; e questo è vero, non mettendo in considerazione altri momenti che quelli della semplice forza in B e della resistenza in D, quasi che l'istessa leva fusse immateriale e senza gravitá: ma se noi metteremo in conto la gravitá

ancora dello strumento stesso della leva, la quale sará talor di legno e tal volta anco di ferro, è manifesto che, alla forza in B aggiunto il peso della leva, altererá la proporzione, la quale converrá pronunziare sotto altri termini. E però, prima che passar piú oltre, è necessario che noi convenghiamo in por distinzione tra queste due maniere di considerare, chiamando un *prendere assolutamente* quello quando intenderemo lo strumento preso in astratto, cioè separato dalla gravitá della propria materia; ma congiugnendo con le figure semplici ed assolute la materia, con la gravitá ancora, nomineremo le figure congiunte con la materia *momento* o *forza composta.*

SAGR. È forza ch'io rompa il proposito che avevo di non dar occasione di digredire; ma non potrei con attenzione applicarmi al rimanente, se non mi fusse rimosso certo scrupolo che mi nasce; ed è questo: che mi pare che V. S. faccia comparazione della forza posta in B con la total gravitá del sasso D, della qual gravitá mi pare che

una parte, e forse forse la maggiore, si appoggi sopra 'l piano dell'orizonte; sí che...

SAL. Ho inteso benissimo. V. S. non soggiunga altro; ma solamente avverta che io non ho nominata la gravitá totale del sasso, ma ho parlato del momento che egli tiene ed esercita sopra 'l punto A, estremo termine della leva B A, il quale è sempre minore dell'intero peso del sasso, ed è variabile secondo la figura della pietra e secondo che ella vien piú o meno sollevata.

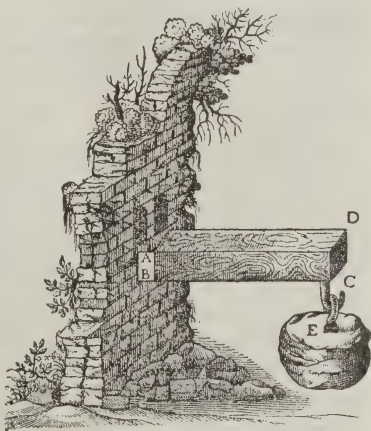
SAGR. Resto appagato; ma mi nasce un altro desiderio, che è, che per intera cognizione mi fusse dimostrato il modo, se vi è, di poter investigare qual parte sia del peso totale quella che vien sostenuta dal soggetto piano, e quale quella che grava su 'l vette nell'estremitá A.

SAL. Perché posso con poche parole dargli soddisfazione, non voglio lasciar di servirla. Però, facendone un poco di figura, intenda V. S. il peso il cui centro di gravitá sia A, appoggiato sopra l'orizonte co 'l termine B, e nell'altro sia sostenuto col vette C G, sopra 'l sostegno N, da una potenza posta in G; e dal centro A e dal termine

C caschino, perpendicolari all'orizonte, A O, C F: dico, il momento di tutto il peso al momento della potenza in G aver la proporzion composta della distanza G N alla distanza N C e della F B alla B O. Facciasi, come la linea F B alla B O, cosí la N C alla X: ed essendo tutto il peso A sostenuto dalle due potenze poste in B e C, la potenza B alla C è come la distanza F O alla O B; e componendo, le due potenze B, C insieme, cioè il total momento di tutto 'l peso A, alla potenza in C è come la linea F B alla B O, cioè come la N C alla X: ma il momento della potenza in C al momento della potenza in G è come la distanza G N alla N C: adunque, per la

perturbata, il total peso A al momento della potenza in G è come la G N alla X. Ma la proporzione di G N ad X è composta della proporzione di G N ad N C e di quella di N C ad X, cioè di F B a B O; adunque il peso A alla potenza che lo sostiene in G ha la proporzione composta della G N ad N C e di quella di F B a B O: ch'è quello che si doveva dimostrare.

Prop. I. Or tornando al nostro primo proposito, intese tutte le cose sin qui dichiarate, non sará difficile l'intender la ragione onde avvenga che un prisma o cilindro solido, di vetro, acciaio, legno o altra materia frangibile, che sospeso per lungo sosterrá gravissimo peso che gli sia attaccato, ma in traverso (come poco fa dicevamo) da minor peso assai potrá tal volta essere spezzato, secondo che la sua lunghezza eccederá la sua grossezza. Imperò che figuriamoci il prisma solido ABCD, fitto in un muro dalla parte AB, e nell'altra estremitá s'intenda la forza del peso E (intendendo sempre, il muro esser eretto all'orizonte, ed il prisma o cilindro fitto nel muro ad angoli retti): è manifesto che, dovendosi spezzare, si romperá nel luogo B, dove il taglio del muro serve per sostegno, e

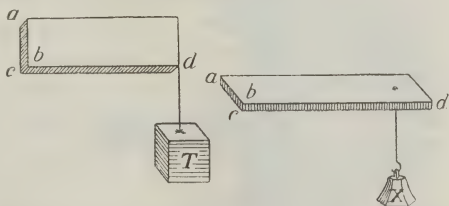
la B C per la parte della leva dove si pone la forza; e la grossezza del solido B A è l'altra parte della leva, nella quale è posta la resistenza, che consiste nello staccamento che s'ha da fare della parte del solido B D, che è fuor del muro, da quella che è dentro: e per le cose dichiarate, il momento della forza posta in C al momento della

resistenza, che sta nella grossezza del prisma, cioè nell'attaccamento della base B A con la sua contigua, ha la medesima proporzione che la lunghezza C B alla metá della B A; e però l'assoluta resistenza all'esser rotto, che è nel prisma B D (la quale assoluta resistenza è quella che si fa col tirarlo per diritto, perché allora tanto è il moto del movente quanto quello del mosso), all'esser rotto con l'aiuto della leva B C, ha la medesima proporzione che la lunghezza B C alla metá di A B nel prisma, che nel cilindro è il semidiametro della sua base. E questa sia la nostra prima proposizione. E notate, che questo che dico, si debbe intendere, rimossa la considerazione del peso proprio del solido B D, il qual solido ho preso come nulla pesante: ma quando vorremo mettere in conto la sua gravitá congiugnendola col peso E, doviamo al peso E aggiugnere la metá del peso del solido B D; sí che essendo, v. g., il peso di B D due libbre, e 'l peso di E libbre dieci, si deve pigliare il peso E come se fusse undici.

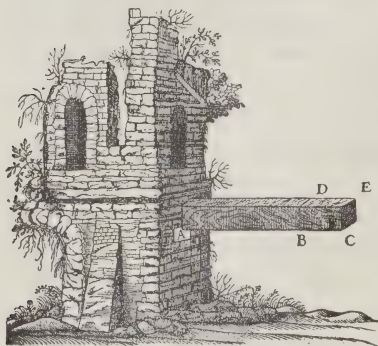
SIMPL. E perché non come se fusse dodici?

SAL. Il peso E, Sig. Simplicio mio, pendente dal termine C, preme, in rispetto alla leva B C, con tutto 'l suo momento di libbre dieci; dove se fusse appeso il solo B D, graverebbe con tutto 'l momento di due libbre: ma, come vedete, tal solido è distribuito per tutta la lunghezza B C uniformemente, onde le parti sue vicine all'estremitá B gravano manco delle piú remote; sí che in somma, ristorando quelle con queste, il peso di tutto 'l prisma si riduce a lavorare sotto 'l centro della sua gravitá, che risponde al mezzo della leva B C: ma un peso pendente dalla estremitá C ha momento doppio di quello che arebbe pendendo dal mezzo: e però la metá del peso del prisma si deve aggiugnere al peso E, mentre ci serviamo del momento di amendue, come locati nel termine C.

SIMPL. Resto capacissimo; e di piú, s'io non m'inganno, parmi che la potenza di amendue i pesi B D ed E, posti cosí, arebbe l'istesso momento che se tutto il peso di BD col doppio di E fusse appeso nel mezo della leva BC.

Prop. II.

SAL. Cosí è precisamente, e si deve tenere a memoria. Qui possiamo immediatamente intender, come e con che proporzione resista piú una verga, o vogliam dir prisma piú largo che grosso, all'esser rotto, fattogli forza secondo la sua larghezza, che secondo la grossezza. Per intelligenza di che, intendasi una riga *a d*, la cui larghezza sia *a c*, e la grossezza, assai minore, *c b*: si cerca perché, volendola romper per taglio, come nella prima figura, resisterá al gran peso T; ma posta per piatto, come nella seconda figura, non

resisterá all'X, minore del T. Il che si fa manifesto, mentre intendiamo, il sostegno essere una volta sotto la linea *b c*, ed un'altra sotto la *c a*, e le distanze delle forze esser nell'un caso e nell'altro eguali, cioè la lunghezza *b d*; ma nel primo caso la distanza della resistenza dal sostegno, che è la metá della linea *c a*, è maggiore della distanza nell'altro caso, la quale è la metá della *b c*; però la forza del peso T conviene che sia maggiore della X quanto la metá della larghezza *c a* è maggiore della metá della grossezza *b c*, servendoci quella per contralleva della *c a*, e questa della *c b*, per superare la medesima resistenza, che è la quantitá delle fibre di tutta la base *a b*. Concludesi per tanto, la medesima riga o prisma piú largo che grosso resister piú all'esser rotto per taglio che per piatto, secondo la proporzione della larghezza alla grossezza.

Prop. III. Conviene ora che cominciamo a investigare secondo qual proporzione vadia crescendo il momento della propria gravitá, in relazione alla propria resistenza all'essere spezzato in un prisma o cilindro, mentre, stando parallelo all'orizonte, si va allungando; il qual momento trovo andar crescendo in duplicata proporzione di quella dell'allungamento. Per la cui dimostrazione, intendasi il prisma o cilindro A D fitto saldamente nel muro dall'estremitá A, e sia equidistante all'orizonte; ed il medesimo intendasi allungato sino in E, aggiugnendovi la parte BE. È manifesto che l'allungamento della leva AB sino in C cresce per sé solo, cioè assolutamente preso, il momento della forza premente contro alla resistenza dello staccamento e rottura da farsi in A secondo la proporzione di C A a B A: ma, oltre a questo, il peso aggiunto del solido B E al peso del solido A B cresce il momento della gravitá premente secondo la proporzione del prisma A E al prisma A B. la qual proporzione è la medesima della lunghezza A C alla A B: adunque è manifesto che, congiunti i due accrescimenti delle lunghezze e delle gravitá, il momento composto di amendue è in doppia proporzione di qualunque di esse. Concludasi per tanto, i momenti delle forze de i prismi e cilindri egualmente grossi, ma disegualmente lunghi, esser tra di loro in duplicata proporzione di quella delle lor lunghezze, cioè esser come i quadrati delle lunghezze.

Mostreremo adesso, nel secondo luogo, secondo qual

proporzione cresca la resistenza all'essere spezzati ne i prismi e cilindri, mentre restino della medesima lunghezza e si accresca la grossezza. E qui dico che:

Prop. IV. Ne i prismi e cilindri egualmente lunghi, ma disegualmente grossi, la resistenza all'esser rotti cresce in triplicata proporzione de i diametri delle lor grossezze, cioè delle lor basi.

I due cilindri siano questi A, B; le cui lunghezze eguali, DG, FH; le basi diseguali, i cerchi i cui diametri CD, EF: dico, la resistenza del cilindro B alla resistenza del cilindro A, ad esser rotti, aver triplicata proporzione di quella che ha il diametro FE al diametro DC. Imperò che, se consideriamo l'assoluta e semplice resistenza che risiede nelle basi, cioè ne i cerchi EF, DC, all'essere strappati facendogli forza col tirargli per diritto, non è dubbio che la resistenza del cilindro B è tanto maggiore che quella del cilindro A, quanto il cerchio EF è maggiore del CD, perché tante piú sono le fibre, i filamenti o le parti tenaci, che tengono unite le parti de i solidi. Ma se consideriamo che nel far forza per traverso ci serviamo di due leve, delle quali le parti o distanze dove si applicano le forze sono le linee DG, FH, i sostegni sono ne' punti D, F, ma le altre parti o distanze dove son poste le resistenze sono i semidiametri de i cerchi DC, EF, perché i filamenti sparsi per tutte le superficie de i cerchi è come se tutti si riducessero ne i centri; considerando, dico, tali leve, intenderemo, la resistenza nel centro della base EF contro alla forza di H esser tanto maggiore della resistenza della base CD contro alla forza posta in G (e sono le forze in G ed H di leve eguali DG, FH), quanto il semidiametro FE è maggiore del semidiametro DC. Cresce dunque la resi-

stenza all'esser rotto nel cilindro B sopra la resistenza del cilindro A secondo amendue le proporzioni de i cerchi E F, D C e de i lor semidiametri, o vogliam dir diametri: ma la proporzione de i cerchi è doppia di quella de i diametri: adunque la proporzione delle resistenze, che di quelle si compone, è triplicata della proporzione de i medesimi diametri: che è quello che dovevo provare. Ma perché anco i cubi sono in tripla proporzione de i loro lati, possiamo similmente concludere, le resistenze de i cilindri egualmente lunghi esser tra di loro come i cubi de i lor diametri.

Corol. Da questo che si è dimostrato possiamo concludere ancora, le resistenze de i prismi e cilindri egualmente lunghi aver sesquialtera proporzione di quella de gli stessi cilindri. Il che è manifesto: perché i prismi e cilindri egualmente alti hanno fra di loro la medesima proporzione che le lor basi, cioè doppia de i lati o diametri di esse basi; ma le resistenze (come si è dimostrato) hanno triplicata proporzione de i medesimi lati o diametri; adunque la proporzione delle resistenze è sesquialtera della proporzione de gli stessi solidi, ed in consequenza de i pesi de i medesimi solidi.

SIMPL. Egli è forza che, avanti che si proceda piú oltre, io resti sincerato di certa mia difficoltá. E questa è, che sin qui non ho sentito mettere in considerazione cert'altra sorte di resistenza, la quale mi par che venga diminuita ne i solidi secondo che si vanno piú e piú allungando, e non solo nell'uso trasversale, ma ancora per lo lungo; in quel modo appunto che veggiamo, una corda lunghissima esser molto meno atta a reggere un gran peso, che se fusse corta: onde io credo che una verga di legno o di ferro piú peso assai potrá reggere se sará corta, che se sará molto lunga; intendendo sempre usata per lo lungo, e non in traverso, ed anco messo in conto il suo proprio peso, che nella piú lunga è maggiore.

SAL. Dubito, Sig. Simplicio, che in questo punto voi, con molti altri, v'inganniate, se però ho ben compreso il vostro concetto, sí che voi vogliate dire che una corda lunga, v. g., quaranta braccia non possa sostenere tanto peso, quanto se fussse un braccio o due della medesima corda.

SIMPL. Cotesto ho voluto dire, e sin qui mi par proposizione assai probabile.

SAL. Ma io l'ho per falsa, non che per improbabile; e credo di potervi assai agevolmente cavar d'errore. Però ponghiamo questa corda A B, fermata di sopra dal capo A, e dall'altro sia il peso C, dalla cui forza debba essa corda essere rotta: assegnatemi voi, Sig. Simplicio, il luogo particolare dove debba seguir la rottura.

SIMPL. Sia nel luogo D.

SAL. Vi domando qual sia la cagione dello strapparsi in D.

SIMPL. È la causa di ciò, perché la corda in quella parte non era potente a reggere, v. g., cento libbre di peso, quanto è la parte D B con la pietra C.

SAL. Adunque, tutta volta che tal corda nella parte D venisse violentata dalle medesime cento libbre di peso, ella lí si strapperebbe.

SIMPL. Cosí credo.

SAL. Ma ditemi ora: chi attaccasse il medesimo peso non al fine della corda B, ma vicino al punto D, come sarebbe in E, o vero legasse la corda non nella altezza A, ma piú vicina e sopra al punto medesimo D, come sarebbe in F, ditemi, dico, se il punto D sentirebbe il medesimo peso delle cento libbre.

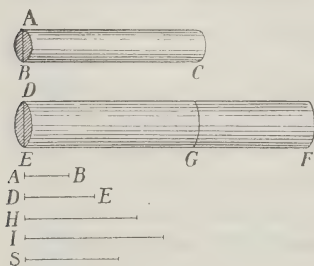
SIMPL. Sentirebbelo, accompagnando però il pezzo di corda E B con la pietra C.

SAL. Se dunque la corda nel punto D vien tirata dalle medesime cento libbre di peso, si romperá, per la

vostra concessione: e pure la F E è un piccol pezzo della lunga A B; come dunque volete piú dire che la corda lunga sia piú debole della corta? Contentatevi dunque d'esser cavato d'un errore nel quale avete auto molti compagni, ed anco per altro molto intelligenti; e seguitiamo innanzi. Ed avendo dimostrato, i prismi e cilindri crescere il lor momento sopra le proprie resistenze secondo i quadrati delle lunghezze loro (mantenendo però sempre la medesima grossezza); e parimente, gli egualmente lunghi, ma differenti in grossezza, crescer le lor resistenze secondo la proporzione de i cubi de i lati o diametri delle lor basi, passiamo a investigare quello che accaggia a tali solidi differenti in lunghezza e grossezza insieme. Ne i quali io osservo che:

Prop. V.

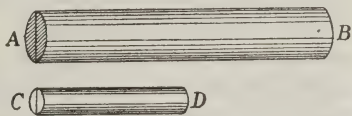
I prismi e cilindri di diversa lunghezza e grossezza hanno le lor resistenze all'esser rotti di proporzione composta della proporzione de i cubi de' diametri delle lor basi e della proporzione delle lor lunghezze permutatamente prese.

Siano tali due cilindri questi A B C, D E F: dico, la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro DF aver la proporzione composta della proporzione del cubo del diametro AB al cubo del diametro DE e della proporzione della lunghezza E F alla lunghezza B C. Pongasi la E G eguale alla B C, e delle linee AB, DE sia terza proporzionale la H, e quarta la I, e come la E F alla B C cosí sia la I alla S. E perché la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro D G è come il cubo A B al cubo D E, cioè come la linea A B alla linea I; e la resistenza del cilindro D G alla resistenza del cilindro

D F come la lunghezza F E alla E G, cioè come la linea I alla S; adunque, per l'egual proporzione, come la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro D F, cosí la linea A B alla S: ma la linea A B alla S ha la proporzion composta della A B alla I e della I alla S: adunque la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro D F ha la proporzion composta della A B alla I, cioè del cubo di A B al cubo di D E, e della proporzione della linea I alla S, cioè della lunghezza E F alla lunghezza B C: che è quello che intendevo di dimostrare.

Dopo la dimostrata proposizione, voglio che consideriamo quello che accaggia tra i cilindri e prismi simili: de i quali dimostreremo come:

Prop. VI.

De i cilindri e prismi simili i momenti composti, cioè risultanti dalle lor gravitá e dalle loro lunghezze, che sono come leve, hanno tra di loro proporzione sesquialtera di quella che hanno le resistenze delle medesime lor basi.

Per il che dimostrare, segniamo i due cilindri simili A B, C D: dico, il momento del cilindro A B per superare la resistenza della sua base B, al momento di C D per superare la resistenza della sua D, aver sesquialtera proporzione di quella che ha la medesima resistenza della base B alla resistenza della base D. E perché i momenti de i solidi A B, C D per superar le resistenze delle lor basi B, D

son composti delle lor gravitá e delle forze delle lor leve, e la forza della leva A B è eguale alla forza della leva C D (e questo perché la lunghezza A B al semidiametro della base B ha la medesima proporzione, per la similitudine de' cilindri, che la lunghezza C D al semidiametro della base D), resta che 'l momento totale del cilindro A B al momento totale di C D sia come la

sola gravitá del cilindro AB alla sola gravitá del cilindro CD, cioè come l'istesso cilindro AB all'istesso CD: ma questi sono in triplicata proporzione de i diametri delle basi loro B, D; e le resistenze delle medesime basi, essendo tra di loro come l'istesse basi, sono, in conseguenza, in duplicata proporzione de i medesimi loro diametri: adunque i momenti de i cilindri son in sesquialtera proporzione delle resistenze delle basi loro.

SIMPL. Questa proposizione mi è veramente giunta non solamente nuova, ma inaspettata, e nel primo aspetto assai remota dal giudizio che io ne averei conietturalmente fatto: imperò che, essendo tali figure in tutto 'l restante simili, arei tenuto per fermo che anco i momenti loro verso le proprie resistenze avessero ritenuta la medesima proporzione.

SAGR. Questa è la dimostrazione di quella proposizione, che nel principio de' nostri ragionamenti dissi parermi di scorger per ombra.

SAL. Quello che ora accade al Sig. Simplicio, avvenne per alcun tempo a me, credendo che le resistenze di solidi simili fusser simili, sin che certa, né anco molto fissa o accurata, osservazione mi pareva rappresentarmi, ne i solidi simili non mantenersi un tenore eguale nelle loro robustezze, ma i maggiori esser meno atti a patire gl'incontri violenti, come rimaner piú offesi dalle cadute gli uomini grandi che i piccoli fanciulli; e, come da principio dicevamo, cadendo dalla medesima altezza vedesi andare in pezzi una gran trave o una colonna, ma non cosí un piccolo corrente o un piccol cilindro di marmo. Questa tal quale osservazione mi destò la mente all'investigazione di quello che ora son per dimostrarvi: proprietá veramente ammirabile, poiché tra le infinite figure solide simili tra di loro, pur due non ve ne sono, i momenti delle quali verso le proprie resistenze ritenghino la medesima proporzione.

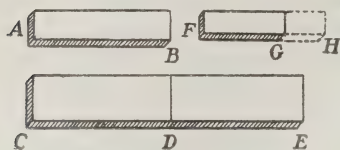
SIMPL. Ora mi fate sovvenire non so che, posto da Aristotele tra le sue Quistioni Mecaniche, mentre vuol render la ragione onde avvenga che i legni, quanto piú son lunghi, tanto piú son deboli e piú si piegano, ben che i piú corti sieno piú sottili, e i lunghi piú grossi; e se io ben mi ricordo, ne riduce la ragione alla semplice leva.

SAL. È verissimo: e perché la soluzione non par che tolga interamente la ragion del dubitare, Monsig. di Guevara, il quale veramente con i suoi dottissimi comentarii ha altamente nobilitata e illustrata quell'opera, si estende con altre piú acute specolazioni per sciorre tutte le difficoltá, restando però esso ancora perplesso in questo punto, se crescendosi con la medesima proporzione le lunghezze e le grossezze di tali solide figure, si deva mantenere l'istesso tenore nelle loro robustezze e resistenze nell'esser rotte ed anco nel piegarsi. Io, dopo un lungo pensarvi, ho in questa materia ritrovato quello che seguentemente son per apportarvi. E prima dimostrerò che:

Prop. VII.

De i prismi o cilindri simili gravi, un solo e unico è quello che si riduce (gravato dal proprio peso) all'ultimo stato tra lo spezzarsi e 'l sostenersi intero: sí che ogni maggiore, come impotente a resistere al proprio peso, si romperá; e ogni minore resiste a qualche forza che gli venga fatta per romperlo.

Sia il prisma grave AB ridotto alla somma lunghezza di sua consistenza, sí che allungato un minimo di piú si rompesse: dico, questo esser unico tra tutti i suoi simili (che pur sono infiniti); atto ad esser ridotto in tale stato ancipite; sí che ogni maggiore, oppresso dal proprio peso, si spezzerá, ed ogni minore no, anzi potrá resistere a qualche aggravio di nuova violenza, oltre a quella del proprio peso. Sia prima il prisma CE, simile e maggiore di AB: dico, questo non poter consistere, ma rompersi,

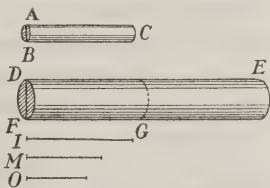
superato dalla propria gravitá. Pongasi la parte C D lunga quanto A B: e perché la resistenza di C D a quella di A B è come il cubo della grossezza di C D al cubo della grossezza di A B, cioè come il prisma C E al prisma A B (essendo simili), adunque il peso di C E è il sommo che possa esser sostenuto nella lunghezza del prisma C D; ma la lunghezza C E è maggiore; adunque il prisma C E si romperá. Ma sia F G minore: si dimostrerá similmente (posta F H eguale alla B A), la resistenza di F G a quella di A B esser come il prisma F G al prisma A B, quando la distanza A B, cioè F H, fusse eguale alla F G; ma è maggiore; adunque il momento del prisma F G posto in G non basta per romper il prisma F G.

SAGR. Chiarissima e breve dimostrazione, concludente la veritá e necessitá di una proposizione che, nel primo aspetto, sembra assai remota dal verisimile. Bisognerebbe dunque alterare assai la proporzione tra la lunghezza e la grossezza del prisma maggiore, con l'ingrossarlo o scorciarlo, acciò si riducesse allo stato ancipite tra 'l reggersi e lo spezzarsi; e l'investigazione di tale stato penso che potesse esser altrettanto ingegnosa.

SAL. Anzi piú presto d'avvantaggio, come anco piú laboriosa; ed io lo so, che vi spesi non piccol tempo per ritrovarla, ed ora voglio participarvela.

Prop. VIII.

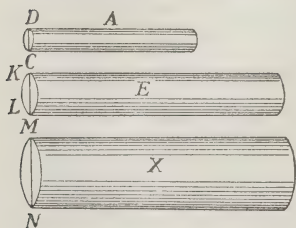
Dato dunque un cilindro o prisma di massima lunghezza da non esser dal suo proprio peso spezzato, e data una lunghezza maggiore, trovar la grossezza d'un altro cilindro o prisma che sotto la data lunghezza sia l'unico e massimo resistente al proprio peso.

Sia il cilindro B C massimo resistente al proprio peso, e sia la D E lunghezza maggiore della A C: bisogna trovare la grossezza del cilindro che sotto la lunghezza D E sia il massimo resistente al proprio peso. Sia delle lunghezze D E, A C terza proporzionale I, e come D E ad I, cosí sia il diametro F D al diametro B A, e facciasi il cilindro F E; dico, questo esser il massimo ed unico, tra tutti i suoi simili, resistente al proprio peso. Delle linee D E, I sia terza proporzionale **M**, e quarta O, e pongasi F G eguale alla A C: e perché il diametro F D al diametro A B è come la linea DE alla I, e delle DE, I la O è quarta proporzionale, il cubo di F D al cubo di B A sará come la D E alla O; ma come il cubo di F D al cubo di B A, cosí è la resistenza del cilindro D G alla resistenza del cilindro B C; adunque la resistenza del cilindro D G a quella del cilindro B C è come la linea D E alla O. E perché il momento del cilindro B C è eguale alla sua resistenza, se si mostrerá, il momento del cilindro F E al momento del cilindro B C esser come la resistenza D F alla resistenza B A, cioè come il cubo di F D al cubo di B A, cioè come la linea D E alla O, aremo l'intento, cioè il momento del cilindro F E esser eguale alla resistenza posta in F D. Il momento del cilindro F E al momento del cilindro D G è come il quadrato della D E al quadrato della A C, cioè come la linea D E alla I; ma il momento del cilindro DG al momento del cilindro BC è come il quadrato D F al quadrato B A, cioè come il quadrato di D E al quadrato della I, cioè come il quadrato della I al quadrato della M, cioè come la I alla O; adunque, per l'egual proporzione, come il momento del cilindro F E al momento del cilindro B C, cosí è la linea D E alla O, cioè il cubo D F al cubo B A, cioè la resi-

stenza della base D F alla resistenza della base B A: che è quello che si cercava.

SAGR. Questa, Sig. Salviati, è una lunga dimostrazione, e molto difficile a ritenersi a memoria per sentirla una sola volta; onde io vorrei che V. S. si contentasse di replicarla di nuovo.

SAL. Farò quanto V. S. comanda; ma forse sarebbe meglio arrecarne una piú speditiva e breve: ma converrá fare una figura alquanto diversa.

SAGR. Maggiore sará il favore; e la giá dichiarata mi fará grazia darmela scritta, acciò a mio bell'agio possa ristudiarla.

SAL. Non mancherò di servirla. Ora intendiamo un cilindro A, il diametro della cui base sia la linea D C, e sia questo A il massimo che possa sostenersi; del quale vogliamo trovare un maggiore, che pur sia il massimo esso ancora ed unico che si sostenga. Intendiamone un simile ad esso A e lungo quanto la linea assegnata, e questo sia, v. g., E, il diametro della cui base sia la K L, e delle due linee D C, K L sia terza proporzionale la M N, che sia diametro della base del cilindro X, di lunghezza eguale all'E: dico, questo X esser quello che cerchiamo. E perché la resistenza D C alla resistenza K L è come il quadrato D C al quadrato K L, cioè come il quadrato K L al quadrato M N, cioè come il cilindro E al cilindro X, cioè come il momento E al momento X; ma la resistenza K L alla M N è come il cubo di K L al cubo di M N, cioè come il cubo D C al cubo K L, cioè come il cilindro A al cilindro E, cioè come il momento A al momento E; adunque, per l'analogia perturbata, come la resistenza D C alla M N, cosí il momento A al momento X: adunque il prisma X

è nella medesima costituzione di momento e resistenza che il prisma A.

Ma voglio che facciamo il problema piú generale; e la proposizione sia questa:

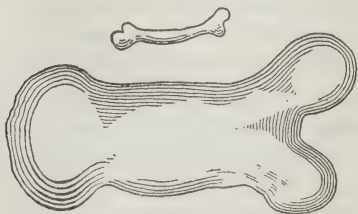
> Dato il cilindro A C, qualunque si sia il suo momento verso la sua resistenza, e data qual si sia lunghezza D E, trovar la grossezza del cilindro, la cui lunghezza sia D E, e 'l suo momento verso la sua resistenza ritenga la medesima proporzione che il momento del cilindro A C alla sua.

Ripresa l'istessa figura di sopra e quasi l'istesso progresso, diremo: perché il momento del cilindro F E al momento della parte D G ha la medesima proporzione che il quadrato E D al quadrato F G, cioè che la linea D E alla I; ed il momento del cilindro F G al momento del cilindro A C è come il quadrato F D al quadrato A B, cioè come il quadrato D E al quadrato I, cioè come il quadrato I al quadrato M, cioè come la linea I alla O; adunque *ex æquali*, il momento del cilindro F E al momento del cilindro A C ha la medesima proporzione della linea D E alla O, cioè del cubo D E al cubo I, cioè del cubo di F D al cubo di A B, cioè della resistenza della base F D alla resistenza della base A B: ch'è quello che si doveva fare.

Or vegghino come dalle cose sin qui dimostrate apertamente si raccoglie l'impossibilitá del poter non solamente l'arte, ma la natura stessa, crescer le sue macchine a vastitá immensa: sí che impossibil sarebbe fabbricar navilii, palazzi o templi vastissimi, li cui remi, antenne, travamenti, catene di ferro, ed in somma le altre lor parti, consistessero; come anco non potrebbe la natura far alberi di smisurata grandezza, poiché i rami loro, gravati dal proprio peso, finalmente si fiaccherebbero; e parimente sarebbe impossibile far strutture di ossa per uomini, cavalli o altri animali, che potessero sussistere e

far proporzionatamente gli uffizii loro, mentre tali animali si dovesser agumentare ad altezze immense, se giá non si togliesse materia molto piú dura e resistente della consueta, o non si deformassero tali ossi, sproporzionatamente ingrossandogli, onde poi la figura ed aspetto dell'animale ne riuscisse mostruosamente grosso: il che forse fu avvertito dal mio accortissimo Poeta, mentre descrivendo un grandissimo gigante disse:

> Non si può compartir quanto sia lungo,
> Sí smisuratamente è tutto grosso.

E per un breve esempio di questo che dico, disegnai giá la figura di un osso allungato solamente tre volte, ed ingrossato con tal proporzione, che potesse nel suo animale grande far l'uffizio proporzionato a quel dell'osso minore nell'animal piú piccolo, e le figure son queste: dove vedete sproporzionata figura che diviene quella dell'osso ingrandito. Dal che è manifesto, che chi volesse mantener in un vastissimo gigante le

proporzioni che hanno le membra in un uomo ordinario, bisognerebbe o trovar materia molto piú dura e resistente, per formarne l'ossa, o vero ammettere che la robustezza sua fusse a proporzione assai piú fiacca che ne gli uomini di statura mediocre; altrimente, crescendogli a smisurata altezza, si vedrebbono dal proprio peso opprimere e cadere. Dove che, all'incontro, si vede, nel diminuire i corpi non si diminuir con la medesima proporzione le forze, anzi ne i minimi crescer la gagliardia con proporzion maggiore: onde io credo che un piccolo cane porterebbe addosso due o tre cani eguali a sé, ma non penso giá che un cavallo portasse né anco un solo cavallo, a se stesso eguale.

SIMPL. Ma se cosí è, grand'occasione mi danno di dubitare le moli immense che vediamo ne i pesci; ché tal balena, per quanto intendo, sará grande per dieci elefanti; e pur si sostengono.

SAL. Il vostro dubbio, Sig. Simplicio, mi fa accorgere d'una condizione da me non avvertita prima, potente essa ancora a far che giganti ed altri animali vastissimi potessero consistere e agitarsi non meno che i minori: e ciò seguirebbe quando non solo si aggiugnesse gagliardia all'ossa ed all'altre parti, offizio delle quali è il sostener il proprio e 'l sopravegnente peso; ma, lasciata la struttura delle ossa con le medesime proporzioni, pur nell'istesso modo, anzi piú agevolmente, consisterebbono le medesime fabbriche quando con tal proporzione si diminuisse la gravitá della materia delle medesime ossa, e quella della carne o di altro che sopra l'ossa si abbia ad appoggiare. E di questo secondo artifizio si è prevalsa la natura nella fabbrica de i pesci, facendogli le ossa e le polpe non solamente assai leggiere, ma senza veruna gravitá.

SIMPL. Veggo bene, Sig. Salviati, dove tende il vostro discorso: voi volete dire, che per esser l'abitazione de i pesci l'elemento dell'acqua, la quale per la sua corpulenza, o, come altri vogliono, per la sua gravitá, scema il peso a i corpi che in quella si demergono, per tal ragione la materia de i pesci, non pesando, può senza aggravio dell'ossa loro esser sostenuta. Ma questo non basta; perché quando bene il resto della sustanza del pesce non graviti, grava però senza dubbio la materia dell'ossa loro. E chi dirá che una costola di balena, grande quanto una trave, non pesi assaissimo, e nell'acqua non vadia al fondo? Queste dunque non deveriano poter sussistere in sí vasta mole.

SAL. Voi acutamente opponete: e per risposta al vostro dubbio, ditemi se avete osservato stare i pesci, quando piace loro, sott'acqua immobili, e non descendere

verso 'l fondo o sollevarsi alla superficie senza far qualche forza col nuoto?

SIMPL. Questa è chiarissima osservazione.

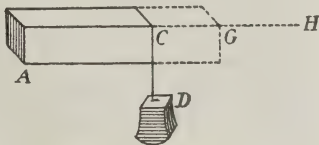
SAL. Questo, dunque, potersi i pesci fermare come immobili a mezz'acqua è concludentissimo argomento, il composto della lor mole corporea agguagliar la gravitá in spezie dell'acqua; sí che se in esso si trovano alcune parti piú gravi dell'acqua, necessariamente bisogna che ve ne siano altre altrettanto men gravi, acciò si possa pareggiar l'equilibrio. Se dunque le ossa son piú gravi, è necessario che le polpe, o altre materie che vi siano, sien piú leggiere, e queste si opporranno con la lor leggerezza al peso dell'ossa: talché ne gli aquatici avverrá l'opposito di quel che accade ne gli animali terrestri, cioè che in questi tocchi all'ossa a sostenere il peso proprio e quel della carne, e in quelli la carne regga la gravezza propria e quella dell'ossa. E però deve cessar la maraviglia, come nell'acqua possano essere animali vastissimi, ma non sopra la terra, cioè nell'aria.

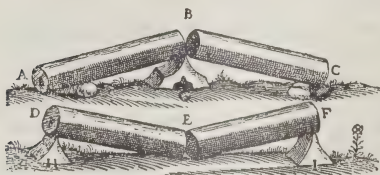
SIMPL. Resto appagato; e di piú noto che questi, che noi addimandiamo animali terrestri, piú ragionevolmente si devrebbero dimandar aerei, perché nell'aria veramente vivono, e dall'aria son circondati e dell'aria respirano.

SAGR. Piacemi il discorso del Sig. Simplicio, col suo dubbio e con la soluzione: e di piú comprendo assai facilmente che uno di questi smisurati pesci, tirato in terra, forse non si potrebbe per lungo tempo sostenere, ma che, relassate le attaccature dell'ossa, la sua mole si ammaccherebbe.

SAL. Io per ora inclino a creder l'istesso; né son lontano a credere che 'l medesimo avverrebbe a quel vastissimo navilio, il quale, galleggiando in mare, non si dissolve per il peso e carico di tante merci ed armamenti, che in secco e circondato dall'aria forse si aprirebbe. Ma seguitiamo la nostra materia, e dimostriamo come:

Dato un prisma o cilindro col suo peso, ed il peso massimo sostenuto da esso, si possa trovare la massima lunghezza, oltre alla quale prolungato, dal solo suo proprio peso si romperebbe.

Sia dato il prisma A C col suo proprio peso, e dato parimente il peso D, massimo da poter esser sostenuto dall'estremitá C: bisogna trovare la lunghezza massima sino alla quale si possa allungare il detto prisma senza rompersi. Facciasi, come il peso del prisma A C al composto de i pesi A C col doppio del peso di D, cosí la lunghezza C A alla A H, tra le quali sia media proporzionale la A G: dico, A G esser la lunghezza cercata. Imperò che il momento gravante del peso D in C è eguale al momento del peso doppio di D che fusse posto nel mezzo di A C, dove è anco il centro del momento del prisma A C; il momento dunque della resistenza del prisma A C, che sta in A, equivale al gravante del doppio del peso D col peso A C, attaccati però nel mezo di A C. E perché viene ad essersi fatto, come 'l momento di detti pesi cosí situati, cioè del doppio D con A C, al momento di A C, cosí la H A alla A C, tra le quali è media la A G, adunque il momento del doppio D col momento A C al momento A C è come il quadrato G A al quadrato A C: ma il momento premente del prisma G A al momento di A C è come il quadrato G A al quadrato A C: adunque la lunghezza A G è la massima che si cercava, cioè quella sino alla quale allungandosi il prisma A C si sosterrebbe, ma piú oltre si spezzerebbe.

Sin qui si son considerati i momenti e le resistenze de i prismi e cilindri solidi, l'una estremitá de i quali sia posta immobile, e solo nell'altra sia applicata la forza di un peso premente, considerandolo esso solo, o ver con-

giunto con la gravitá del medesimo solido, o veramente la sola gravitá dell'istesso solido: ora voglio che discorriamo alquanto de i medesimi prismi e cilindri quando fussero sostenuti da amendue l'estremitá, o vero che sopra un sol punto, preso tra le estremitá, fusser posati. E prima dico, che il cilindro che gravato dal proprio peso sará ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale piú non si sosterrebbe, o sia retto nel mezo da un solo sostegno o vero da due nelle estremitá, potrá esser lungo il doppio di quello che sarebbe, fitto nel muro, cioè sostenuto in un sol termine. Il che per se stesso è assai manifesto: perché se intenderemo, del cilindro che io segno ABC, la sua metá AB esser la somma lunghezza potente a sostenersi stando fissa nel termine B, nell'istesso modo si sosterrá se, posata sopra 'l sostegno G, sará contrappesata dall'altra sua metá BC. E similmente, se del cilindro DEF la lunghezza sará tale, che solamente la sua metá potesse sostenersi fissa nel termine D, ed in consequenza l'altra EF fissa nel termine F, è manifesto che posti i sostegni H, I sotto l'estremitá D, F, ogni momento che si aggiunga di forza o di peso in E, quivi si fará la rottura.

Quello che ricerca piú sottile specolazione è quando, astraendo dalla gravitá propria di tali solidi, ci fusse proposto di dovere investigare se quella forza o peso che, applicato al mezo d'un cilindro sostenuto nelle estremitá, basterebbe a romperlo, potrebbe far l'istesso effetto applicato in qualsivoglia altro luogo, piú vicino all'una che all'altra estremitá: come, per esempio, se volendo noi rompere una mazza, presola con le mani nell'estremitá ed appuntato il ginocchio in mezo, l'istessa forza che ba-

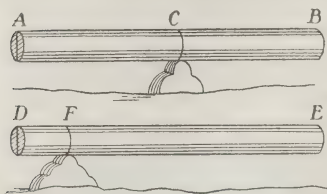
sterebbe usare per romperla in tal modo, basterebbe ancora quando il ginocchio si puntasse non nel mezzo, ma piú vicino all'un de gli estremi.

SAGR. Parmi che 'l problema sia toccato da Aristotele nelle sue Questioni Mecaniche.

SAL. Il quesito d'Aristotele non è precisamente l'istesso, perché ei non cerca altro, se non di render la ragione perché manco fatica si ricerchi a romperlo tenendo le mani nell'estremitá del legno, cioè remote assai dal ginocchio, che se le tenessimo vicine: e ne rende una ragione generale, riducendo la causa alle leve piú lunghe, quando s'allargano le braccia afferrando l'estremitá. Il nostro quesito aggiugne qualche cosa di piú, ricercando se, posto il ginocchio nel mezo o in altro luogo, tenendo pur le mani sempre nell'estremitá, la medesima forza serva in tutti i siti.

SAGR. Nella prima apprensione parrebbe di sí, atteso che le due leve mantengono in certo modo il medesimo momento, mentre che, quanto si scorcia l'una, tanto s'allunga l'altra.

SAL. Or vedete quanto sono in pronto l'equivocazioni, e con quanta cautela e circospezione convien andare per non v'incorrere. Cotesto che voi dite, e che veramente nel primo aspetto ha tanto del verisimile, in ristretto poi è tanto falso, che quando il ginocchio, che è il fulcimento delle due leve, sia posto o non posto nel mezo, fa tal diversitá, che di quella forza che basterebbe per far la frazzione nel mezo, dovendola fare in qualche altro luogo, tal volta non basterá l'applicarvene quattro volte tanto, né dieci, né cento, né mille. Faremo sopra ciò una tal quale considerazione generale, e poi verremo alla specifica determinazione della proposizione secondo la quale si vanno variando le forze per far la frazzione piú in un punto che in un altro.

Segniamo prima questo legno A B, da rompersi nel mezo sopra 'l sostegno C, ed appresso segniamo l'istesso, ma sotto i caratteri D E, da rompersi sopra 'l sostegno F, remoto dal mezo. Prima, è manifesto che sendo le distanze A C, C B eguali, la forza sará compartita egualmente nelle estremitá B, A. Secondo, poi che la distanza D F diminuisce dalla distanza A C, il momento della forza posta in D scema dal momento in A, cioè posto nella distanza C A, e scema secondo la proporzione della linea DF alla AC, ed in consequenza bisogna crescerlo per pareggiare o superar la resistenza di F: ma la distanza D F si può diminuire in infinito in relazione alla distanza A C: adunque bisogna poter crescere in infinito la forza da applicarsi in D per pareggiar la resistenza in F. Ma all'incontro, secondo che cresce la distanza F E sopra la C B, convien diminuire la forza in E per pareggiare la resistenza in F: ma la distanza F E in relazione alla C B non si può crescere in infinito col ritirar il sostegno F verso il termine D, anzi né anco il doppio: adunque la forza in E per pareggiare la resistenza in F sará sempre piú che la metá della forza in B. Comprendesi dunque la necessitá del doversi agumentare i momenti del congiunto delle forze in E, D infinitamente per pareggiare o superar la resistenza posta in F, secondo che il sostegno F s'andrá approssimando verso l'estremitá D.

SAGR. Che diremo, Sig. Simplicio? non convien egli confessare, la virtú della geometria esser il piú potente strumento d'ogni altro per acuir l'ingegno e disporlo al perfettamente discorrere e specolare? e che con gran ragione voleva Platone i suoi scolari prima ben fondati nelle matematiche? Io benissimo avevo compreso la fa-

cultá della leva, e come crescendo o sciemando la sua lunghezza, cresceva o calava il momento della forza e della resistenza; con tutto ciò nella determinazione del presente problema m'ingannavo, e non di poco, ma d'infinito.

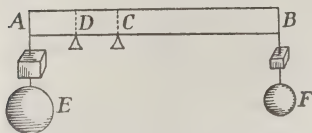
SIMPL. Veramente comincio a comprendere che la logica, benché strumento prestantissimo per regolare il nostro discorso, non arriva, quanto al destar la mente all'invenzione, all'acutezza della geometria.

SAGR. A me pare che la logica insegni a conoscere se i discorsi e le dimostrazioni giá fatte e trovate procedano concludentemente; ma che ella insegni a trovare i discorsi e le dimostrazioni concludenti, ciò veramente non credo io. Ma sará meglio che il Sig. Salviati ci mostri secondo qual proporzione vadian crescendo i momenti delle forze per superar la resistenza del medesimo legno secondo i luoghi diversi della rottura.

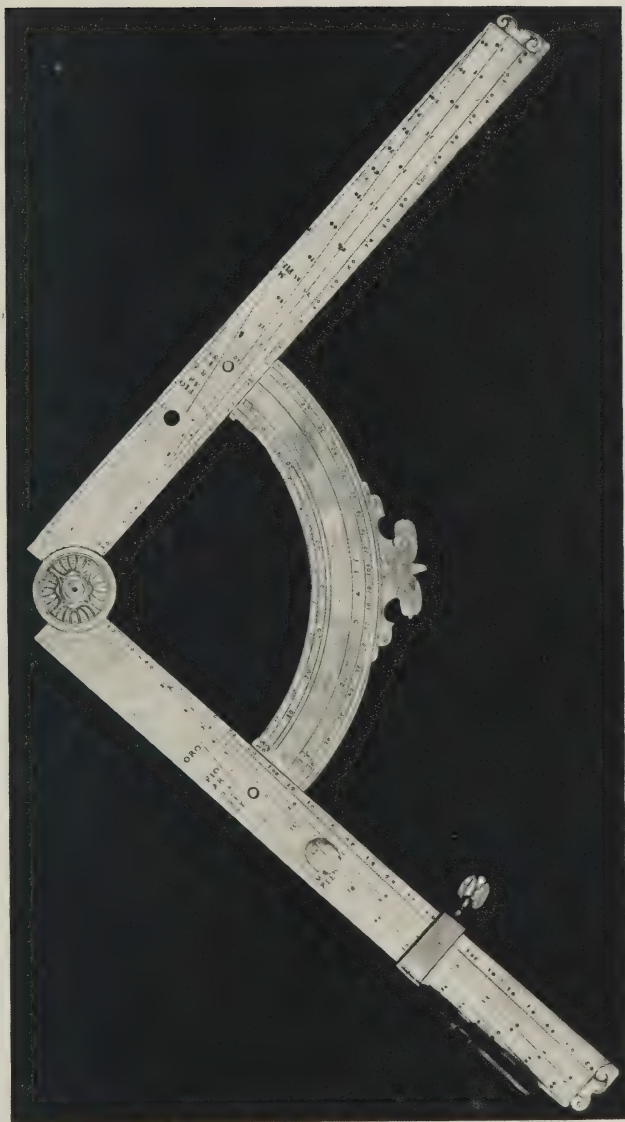
SAL. La proporzione, che ricercate, procede in cotal forma, che:

> Se nella lunghezza d'un cilindro si noteranno due luoghi sopra i quali si voglia far la frazzione di esso cilindro, le resistenze di detti due luoghi hanno fra di loro la medesima proporzione che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi.

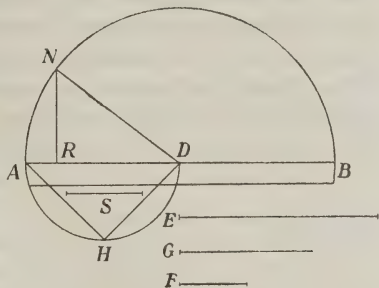
Siano le forze A, B minime per rompere in C, e le E, F parimente le minime per rompere in D: dico, le forze A, B alle forze E, F aver la proporzion medesima che ha il rettangolo A D B al rettangolo A C B. Imperò che le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta delle forze A, B alla forza B, della B alla F, e della F alle F, E: ma come le forze A, B alla forza B, cosí sta la lunghezza B A ad A C; e come la forza B alla F, cosí sta la linea D B alla B C; e come la forza F alle F, E, cosí sta la linea D A alla A B: adunque le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta delle

tre, cioè della retta B A ad A C, della D B a B C, e della D A ad A B. Ma delle due D A ad A B, ed A B ad A C, si compone la proporzione della D A ad A C; adunque le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta di questa D A ad A C e dell'altra D B a B C. Ma il rettangolo A D B al rettangolo A C B ha la proporzion composta delle medesime D A ad A C e DB a BC: adunque le forze A, B alle E, F stanno come il rettangolo A D B al rettangolo A C B: che è quanto a dire, la resistenza in C ad esser spezzato alla resistenza ad esser rotto in D aver la medesima proporzione che il rettangolo ADB al rettangolo ACB: che è quello, che si doveva provare.

In consequenza di questo teorema possiamo risolvere un problema assai curioso; ed è:

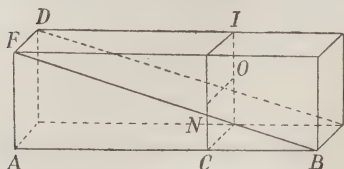
> Dato il peso massimo retto dal mezo di un cilindro o prisma, dove la resistenza è minima, e dato un peso maggior di quello, trovare nel detto cilindro il punto nel quale il dato peso maggiore sia retto come peso massimo.

Abbia il dato peso, maggiore del peso massimo retto dal mezo del cilindro A B, ad esso massimo la proporzione della linea E alla F: bisogna trovare il punto nel cilindro dal quale il dato peso venga sostenuto come massimo. Tra le due E, F sia media proporzionale la G, e come la E alla G, cosí si faccia la A D alla S: sará la S minore della A D. Sia A D diametro del mezo cerchio A H D, nel quale pongasi la A H eguale alla S, e congiungasi H D, e ad essa si tagli eguale la D R: dico, il punto R essere il cercato, dal quale il dato peso, maggiore del massimo retto dal mezo del cilindro D, verrebbe come massimo retto. Sopra la lunghezza B A facciasi il mezo cerchio A N B, e si alzi la perpendicolare R N, e

IL COMPASSO GEOMETRICO DI GALILEO

(Firenze, Museo Nazionale di Storia della Scienza)

congiungasi ND: e perché i due quadrati NR, RD sono eguali al quadrato N D, cioè al quadrato A D, cioè alli due AH, HD, e l'HD è eguale al quadrato DR, adunque il quadrato N R, cioè il rettangolo A R B, sará eguale al quadrato AH, cioè al quadrato S; ma il quadrato S al quadrato A D è come la F alla E, cioè come il peso massimo retto in D al dato peso maggiore; adunque questo maggiore sará retto in R come il massimo che vi possa esser sostenuto: che è quello che si cercava.

SAGR. Intendo benissimo: e vo considerando che, essendo il prisma A B sempre piú gagliardo e resistente alla pressione nelle parti che piú e piú si allontanano dal mezo, nelle travi grandissime e gravi se ne potrebbe levar non piccola parte verso l'estremitá, con notabile alleggerimento di peso, che ne i travamenti di grandi stanze sarebbe di commodo ed utile non piccolo. E bella cosa sarebbe il ritrovar quale figura devrebbe aver quel tal solido che in tutte le sue parti fusse egualmente resistente, tal che non piú facile fusse ad esser rotto da un peso che lo premesse nel mezo, che in qualsivoglia altro luogo.

SAL. Giá ero in procinto di dirvi cosa assai notabile e vaga in questo proposito. Fo un poco di figura per meglio dichiararmi. Questo D B è un prisma, la cui resistenza ad essere spezzato nell'estremitá AD da una forza premente nel termine B è tanto minore della resistenza che si troverebbe nel luogo C I, quanto la lunghezza CB è minore della B A, come giá si è dimostrato. Intendasi

adesso il medesimo prisma segato diagonalmente secondo la linea F B, sí che le faccie opposte siano due triangoli, uno de i quali, verso noi, è questo F A B: ottiene tal solido contraria natura del prisma, cioè che meno resiste all'essere spezzato sopra 'l termine C che sopra l'A dalla forza posta in B, quanto la lunghezza C B è minore della B A. Il che facilmente proveremo: perché intendendo il taglio C N O parallelo all'altro A F D, la linea F A alla C N nel triangolo F A B ará la medesima proporzione che la linea A B alla B C; e però se noi intenderemo, ne i punti A, C esser i sostegni di due leve, le cui distanze BA, AF, BC, CN, queste saranno simili; e però quel momento che ha la forza posta in B con la distanza B A sopra la resistenza posta nella distanza A F, l'ará la medesima forza in B con la distanza B C sopra la medesima resistenza che fusse posta nella distanza C N: ma la resistenza da superarsi nel sostegno C, posta nella distanza C N, dalla forza in B, è minore della resistenza in A tanto, quanto il rettangolo C O è minore del rettangolo A D, cioè quanto la linea C N è minore della A F, cioè la C B della B A: adunque la resistenza della parte O C B ad esser rotto in C è tanto minore della resistenza dell'intero D A B ad esser rotto in A, quanto la lunghezza C B è minore della A B. Aviamo dunque nel trave o prisma D B levatone una parte, cioè la metá, segandolo diagonalmente, e lasciato il cuneo o prisma triangolare F B A; e sono due solidi di condizioni contrarie, cioè quello tanto piú resiste quanto piú si scorcia, e questo nello scorciarsi perde altrettanto di robustezza. Ora, stante questo, par ben ragionevole, anzi pur necessario, che se gli possa dare un taglio, per il quale, togliendo

via il superfluo, rimanga un solido di figura tale, che in tutte le sue parti sia egualmente resistente.

SIMPL. È ben necessario che dove si passa dal maggiore al minore, s'incontri ancora l'eguale.

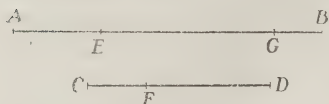
SAGR. Ma il punto sta ora a trovar come si ha da guidar la sega per far questo taglio.

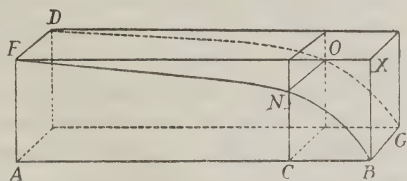
SIMPL. Questo mi si rappresenta che dovrebbe esser opera assai facile; perché, se col segar il prisma diagonalmente, levandone la metá, la figura che resta ritien contraria natura a quella del prisma intero, sí che in tutti i luoghi ne i quali questo acquistava robustezza, quello altrettanto la perdeva, parmi che tenendo la via del mezo, cioè levando solamente la metá di quella metá, che è la quarta parte del tutto, la rimanente figura non guadagnerá nè perderá robustezza in tutti quei medesimi luoghi ne i quali la perdita e il guadagno dell'altre due figure erano sempre eguali.

SAL. Voi, Sig. Simplicio, non avete dato nel segno: e sí come io vi mostrerò, vedrete veramente che quello che si può segar del prisma e levar via senza indebolirlo, non è la sua quarta parte, ma la terza. Ora resta (che è quello che accennava il Sig. Sagredo) il ritrovar secondo che linea si deve far camminar la sega: la quale proverò che deve esser linea parabolica. Ma prima è necessario dimostrare certo lemma, che è tale:

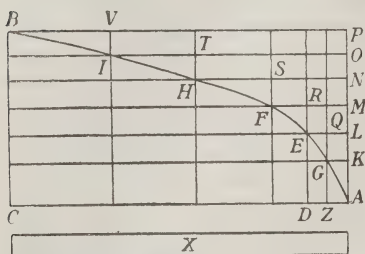
> Se saranno due libre o leve, divise da i loro sostegni in modo, che le due distanze dove si hanno a costituire le potenze, abbiano tra di loro doppia proporzione delle distanze dove saranno le resistenze, le quali resistenze siano tra loro come le lor distanze, le potenze sostenenti saranno eguali.

Siano due leve A B, C D, divise sopra i lor sostegni E, F talmente, che la distanza E B alla F D abbia doppia proporzione di quella che ha la distanza E A alla F C; ed intendansi in A, C resistenze tra di loro nella propor-

zione di E A, F C: dico, le potenze che in B, D sosterranno le resistenze di A, C esser tra loro eguali. Pongasi la E G media proporzionale tra E B e F D: sará dunque come B E ad E G, cosí G E ad F D ed A E a C F; e cosí si è posto esser la resistenza di A alla resistenza di C. E perché come E G ad F D, cosí A E a C F, sará, permutando, come G E ad E A cosí DF ad F C; e però (per esser le due leve D C, G A divise proporzionalmente ne i punti F, E) quando la potenza che posta in D pareggia la resistenza di C, fusse in G, pareggerebbe la medesima resistenza di C posta in A: ma, per il dato, la resistenza di A alla resistenza di C ha la medesima proporzione che la A E alla C F, cioè che la BE alla EG: adunque la potenza G, o vogliam dire D, posta in B, sosterrá la resistenza posta in A: che è quello che si doveva provare.

Inteso questo, nella faccia F B del prisma D B sia segnata la linea parabolica FNB, il cui vertice B, secondo la quale sia segato esso prisma, restando il solido compreso dalla base A D, dal piano rettangolo A G, dalla linea retta B G e dalla superficie D G B F, incurvata secondo la curvitá della linea parabolica F N B: dico, tal solido esser per tutto egualmente resistente. Sia segato dal piano C O, parallelo all'A D, e intendansi due leve divise e posate sopra i sostegni A, C, e siano dell'una le distanze B A, A F, e dell'altra le B C, C N. E perché nella parabola F B A la A B alla B C sta come il quadrato della F A al quadrato di C N, è manifesto, la distanza BA dell'una leva alla distanza BC dell'altra aver doppia proporzione di quella che ha l'altra distanza AF all'altra C N: e perché la resistenza da pareggiarsi con la leva BA alla resistenza da pareggiarsi con la leva BC ha la medesima proporzione che 'l rettangolo D A al ret-

tangolo OC, la quale è la medesima che ha la linea AF alla N C, che sono l'altre due distanze delle leve, è manifesto, per il lemma passato, che la medesima forza che sendo applicata alla linea B G pareggerá la resistenza D A, pareggerá ancora la resistenza C O. Ed il medesimo si dimostrerá segandosi il solido in qual si sia altro luogo: adunque tal solido parabolico è per tutto egualmente resistente. Che poi, segandosi il prisma secondo la linea parabolica F N B, se ne levi la terza parte, si fa manifesto: perché la semiparabola F N B A e 'l rettangolo F B son basi di due solidi compresi tra due piani paralleli, cioè tra i rettangoli F B, D G, per lo che ritengono tra di loro la medesima proporzione che esse lor basi; ma il rettangolo FB è sesquialtero della semiparabola F N B A; adunque, segando il prisma secondo la linea parabolica, se ne leva la terza parte. Di qui si vede come con diminuzion di peso di piú di trentatrè per cento si posson far i travamenti, senza diminuir punto la loro gagliardia; il che ne i navilii grandi, in particolare per regger le coverte, può esser d'utile non piccolo, atteso che in cotali fabbriche la leggerezza importa infinitamente.

SAGR. Le utilitá son tante, che lungo o impossibil sarebbe il registrarle tutte: ma io, lasciate queste da banda, arei piú gusto d'intender che l'alleggerimento si faccia secondo le proporzioni assegnate. Che il taglio secondo la diagonale levi la metá del peso, l'intendo benissimo; ma che l'altro, secondo la parabolica, porti via la terza parte del prisma, posso crederlo al Sig. Salviati, sempre veridico, ma in ciò piú della fede mi sarebbe grata la scienza.

SAL. Vorreste dunque aver la dimostrazione, come sia vero che l'eccesso del prisma sopra questo che per ora chiamiamo solido parabolico, sia la terza parte di tutto il prisma. So d'averlo altra volta dimostrato; tenterò ora se potrò rimetter insieme la dimostrazione, per la quale intanto mi sovviene che mi servivo di certo lemma d'Archimede, posto da esso nel libro delle Spirali: ed è, che se quante linee si vogliono si eccederanno egualmente, e l'eccesso sia eguale alla minima di quelle, ed altrettante siano ciascheduna eguale alla massima, i quadrati di tutte queste saranno meno che tripli de i quadrati di quelle che si eccedono; ma i medesimi saranno ben piú che tripli di quelli altri che restano, trattone il quadrato della massima. Posto questo, sia in questo rettangolo ACBP inscritta la linea parabolica AB: doviamo provare, il triangolo misto BAP, i cui lati sono BP, PA e base la linea parabolica BA, esser la terza parte di tutto 'l rettangolo CP. Imperò che, se non è tale, sará o piú che la terza parte o meno. Sia, se esser può, meno, ed a quello che gli manca intendasi esser eguale lo spazio X. Dividendo poi il rettangolo CP continuamente in parti eguali con linee parallele a i lati BP, CA arriveremo finalmente a parti tali, ch'una di loro sará minore dello spazio X: or sia una di quelle il rettangolo OB, e per i punti dove l'altre parallele segano la linea parabolica, facciansi passare le parallele alla AP; e qui intenderò circoscritta intorno al nostro triangolo misto una figura composta di rettangoli che sono BO, IN, HM, FL, EK, GA, la qual figura sará pur ancora meno che la terza parte del ret-

tangolo C P, essendo che l'eccesso di essa figura sopra 'l triangolo misto è manco assai del rettangolo B O, il quale è ancor minore dello spazio X.

SAGR. Piano, di grazia, ch'io non vedo come l'eccesso di questa figura circoscritta sopra 'l triangolo misto sia manco assai del rettangolo B O.

SAL. Il rettangolo B O non è egli eguale a tutti questi rettangoletti per i quali passa la nostra linea parabolica? dico di questi B I, I H, H F, F E, E G, G A, de i quali una parte sola resta fuori del triangolo misto? ed il rettangolo B O non si è egli posto ancor minore dello spazio X? Adunque, se il triangolo insieme con l'X pareggiava, per l'avversario, la terza parte del rettangolo C P, la figura circoscritta, che al triangolo aggiugne tanto meno che lo spazio X, resterá pur ancora minore della terza parte del rettangolo medesimo C P: ma questo non può essere, perché ella è piú della terza parte: adunque non è vero che il nostro triangolo misto sia manco del terzo del rettangolo.

SAGR. Ho intesa la soluzione del mio dubbio. Ma bisogna ora provarci che la figura circoscritta sia piú della terza parte del rettangolo C P, dove credo che aremo assai piú da fare.

SAL. Eh non ci è gran difficoltá. Imperò che nella parabola il quadrato della linea D E al quadrato della Z G ha la medesima proporzione che la linea D A alla A Z, che è quella che ha il rettangolo K E al rettangolo A G (per esser l'altezze A K, K L eguali); adunque la proporzione che ha il quadrato E D al quadrato Z G, cioè il quadrato L A al quadrato A K, l'ha ancora il rettangolo K E al rettangolo K Z. E nel medesimo modo appunto si proverá de gli altri rettangoli L F, M H, N I, O B star tra di loro come i quadrati delle linee M A, N A, O A, P A. Consideriamo adesso come la figura circoscritta è composta di alcuni spazii che tra di loro stanno come

i quadrati di linee che si eccedono con eccessi eguali alla minima, e come il rettangolo C P è composto di altrettanti spazii ciascuno eguale al massimo, che sono tutti i rettangoli eguali all'O B; adunque, per il lemma d'Archimede, la figura circoscritta è piú della terza parte del rettangolo C P: ma era anche minore, il che è impossibile: adunque il triangolo misto non è manco del terzo del rettangolo C P. Dico parimente che non è piú. Imperò che, se è piú del terzo del rettangolo C P, intendasi lo spazio X eguale all'eccesso del triangolo sopra la terza parte di esso rettangolo C P; e fatta la divisione e suddivisione del rettangolo in rettangoli sempre eguali, si arriverá a tale che uno di quelli sia minore dello spazio X. Sia fatta, e sia il rettangolo B O minore dell'X; e descritta come sopra la figura, avremo nel triangolo misto inscritta una figura composta de i rettangoli V O, T N, S M, R L, Q K, la quale non sará ancora minore della terza parte del gran rettangolo C P. Imperò che il triangolo misto supera di manco assai la figura inscritta di quello che egli superi la terza parte di esso rettangolo C P, atteso che l'eccesso del triangolo sopra la terza parte del rettangolo C P è eguale allo spazio X, il quale è minore del rettangolo B O, e questo è anco minore assai dell'eccesso del triangolo sopra la figura inscrittagli; imperò che ad esso rettangolo B O sono eguali tutti i rettangoletti A G, G E, E F, F H, H I, I B, de i quali son ancora manco che la metá gli avanzi del triangolo sopra la figura inscritta. E però, avanzando il triangolo la terza parte del rettangolo C P di piú assai (avanzandolo dello spazio X) che ei non avanza la sua figura inscritta, sará tal figura ancora maggiore della terza parte del rettangolo C P; ma ella è minore, per il lemma supposto; imperò che il rettangolo C P, come aggregato di tutti i rettangoli massimi, a i rettangoli componenti la figura inscritta ha la medesima proporzione che l'aggregato di

tutti i quadrati delle linee eguali alla massima a i quadrati delle linee che si eccedono egualmente, trattone il quadrato della massima; e però (come de i quadrati accade) tutto l'aggregato de i massimi (che è il rettangolo C P) è piú che triplo dell'aggregato de gli eccedentisi, trattone il massimo, che compongono la figura inscritta. Adunque il triangolo misto non è né maggiore né minore della terza parte del rettangolo C P; è dunque eguale.

SAGR. Bella e ingegnosa dimostrazione, e tanto piú, quanto ella ci dá la quadratura della parabola, mostrandola essere sesquiterza del triangolo inscrittogli, provando quello che Archimede con due tra di loro diversissimi, ma amendue ammirabili, progressi di molte proposizioni dimostrò; come anco fu dimostrata ultimamente da Luca Valerio, altro Archimede secondo dell'etá nostra, la qual dimostrazione è registrata nel libro che egli scrisse del centro della gravitá de i solidi.

SAL. Libro veramente da non esser posposto a qual si sia scritto da i piú famosi geometri del presente e di tutti i secoli passati; il quale quando fu veduto dall'Accademico nostro, lo fece desistere dal proseguire i suoi trovati, che egli andava continuando di scrivere sopra 'l medesimo suggetto, giá che vedde il tutto tanto felicemente ritrovato e dimostrato dal detto Sig. Valerio.

SAGR. Io ero informato di tutto questo accidente dall'istesso Accademico: e l'avevo anco ricercato che mi lasciasse una volta vedere le sue dimostrazioni sin allora ritrovate quando ei s'incontrò nel libro del Sig. Valerio, ma non mi successe poi il vederle.

SAL. Io ne ho copia, e le mostrerò a V. S., che averá gusto di vedere la diversitá de i metodi con i quali camminano questi due autori per l'investigazione delle medesime conclusioni e loro dimostrazioni; dove anco alcune delle conclusioni hanno differente esplicazione, benché in effetto egualmente vere.

SAGR. Mi sará molto caro il vederle, e V. S., quando ritorni a i soliti congressi, mi fará grazia di portarle seco. Ma intanto, essendo questa, della resistenza del solido cavato dal prisma col taglio parabolico, operazione non men bella che utile in molte opere mecaniche, buona cosa sarebbe per gli artefici l'aver qualche regola facile e spedita per potere sopra 'l piano del prisma segnare essa linea parabolica.

SAL. Modi di disegnar tali linee ce ne son molti, ma due sopra tutti gli altri speditissimi glie ne dirò io: uno de i quali è veramente maraviglioso, poiché con esso, in manco tempo che col compasso altri disegnerá sottilmente sopra una carta quattro o sei cerchi di differenti grandezze, io posso disegnare trenta e quaranta linee paraboliche, non men giuste sottili e pulite delle circonferenze di essi cerchi. Io ho una palla di bronzo esquisitamente rotonda, non piú grande d'una noce; questa, tirata sopra uno specchio di metallo, tenuto non eretto all'orizonte, ma alquanto inchinato, sí che la palla nel moto vi possa camminar sopra, calcandolo leggiermente nel muoversi, lascia una linea parabolica sottilissimamente e pulitissimamente descritta, e piú larga e piú stretta secondo che la proiezzione si sará piú o meno elevata. Dove anco abbiamo chiara e sensata esperienza, il moto de i proietti farsi per linee paraboliche: effetto non osservato prima che dal nostro amico, il quale ne arreca anco la dimostrazione nel suo libro del moto, che vedremo insieme nel primo congresso. La palla poi, per descrivere al modo detto le parabole, bisogna, con maneggiarla alquanto con la mano, scaldarla ed alquanto inumidirla, ché cosí lascerá piú apparenti sopra lo specchio i suoi vestigii. L'altro modo, per disegnar la linea, che cerchiamo, sopra il prisma, procede cosí. Ferminsi ad alto due chiodi in un parete, equidistanti all'orizonte e tra di loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo su 'l quale vo-

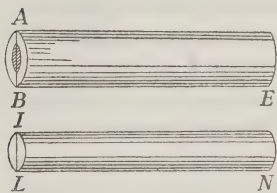
gliamo notare la semiparabola, e da questi due chiodi penda una catenella sottile, e tanto lunga che la sua sacca si stenda quanta è la lunghezza del prisma: questa catenella si piega in figura parabolica, sí che andando punteggiando sopra 'l muro la strada che vi fa essa catenella, aremo descritta un'intera parabola, la quale con un perpendicolo, che penda dal mezo di quei due chiodi, si dividerá in parti eguali. Il trasferir poi tal linea sopra le faccie opposte del prisma non ha difficoltá nessuna, sí che ogni mediocre artefice lo saprá fare. Potrebbesi anco con l'aiuto delle linee geometriche segnate su 'l compasso del nostro amico, senz'altra fattura, andar su l'istessa faccia del prisma punteggiando la linea medesima.

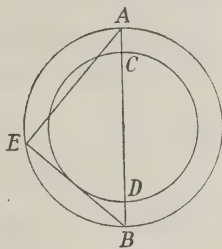
Abbiamo sin qui dimostrate tante conclusioni attenenti alla contemplazione di queste resistenze de i solidi all'essere spezzati, con l'aver prima aperto l'ingresso a tale scienza col suppor come nota la resistenza per diritto, che si potrá consequentemente camminar avanti, ritrovandone altre ed altre conclusioni, e loro dimostrazioni, di quelle che in natura sono infinite. Solo per ora, per ultimo termine de gli odierni ragionamenti, voglio aggiugnere la specolazione delle resistenze de i solidi vacui, de i quali l'arte, e piú la natura, si serve in mille operazioni, dove senza crescer peso si cresce grandemente la robustezza, come si vede nell'ossa de gli uccelli ed in moltissime canne, che son leggiere e molto resistenti al piegarsi e rompersi: che se un fil di paglia, che sostien una spiga piú grave di tutto 'l gambo, fusse fatto della medesima quantitá di materia, ma fusse massiccio, sarebbe assai meno resistente al piegarsi ed al rompersi. E con tal ragione ha osservato l'arte, e confermato l'esperienza, che un'asta vota o una canna di legno o di metallo è molto piú salda che se fusse, d'altrettanto peso e della medesima lunghezza, massiccia, che in consequenza sarebbe piú sottile; e però l'arte ha trovato di far vote

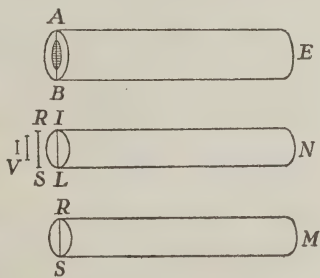
dentro le lancie, quando si desideri averle gagliarde e leggiere. Mostreremo per tanto, come:

> Le resistenze di due cilindri eguali ed egualmente lunghi, l'uno de i quali sia voto e l'altro massiccio, hanno tra di loro la medesima proporzione che i lor diametri.

Siano, la canna o cilindro voto A E, ed il cilindro I N massiccio, eguali in peso ed egualmente lunghi: dico, la resistenza della canna A E all'esser rotta alla resistenza del cilindro solido I N aver la medesima proporzione che 'l diametro A B al diametro I L. Il che è assai manifesto: perché, essendo la canna e 'l cilindro I N eguali ed egualmente lunghi, il cerchio I L, base del cilindro, sará eguale alla ciambella A B, base della canna A E (chiamo *ciambella* la superficie che resta, tratto un cerchio minore dal suo concentrico maggiore), e però le loro resistenze assolute saranno eguali: ma perché nel romper in traverso ci serviamo, nel cilindro I N, della lunghezza L N per leva, e per sostegno del punto L, e del semidiametro o diametro L I per contralleva, e nella canna la parte della leva, cioè la linea B E, è eguale alla L N, ma la contralleva oltre al sostegno B è il semidiametro o diametro A B, resta manifesto, la resistenza della canna superar quella del cilindro solido secondo l'eccesso del diametro A B sopra 'l diametro I L: che è quello che cercavamo. S'acquista, dunque, di robustezza nella canna vota sopra la robustezza del cilindro solido secondo la proporzione de i diametri, tutta volta però che amendue siano dell'istessa materia, peso e lunghezza. Sará bene che conseguentemente andiamo investigando quello che accaggia negli altri casi indifferentemente tra tutte le canne e cilindri solidi egualmente lunghi, benché in quan-

titá di peso diseguali e piú e meno evacuati. E prima dimostreremo, come:

Data una canna vota, si possa trovare un cilindro pieno, eguale ad essa.

Facilissima è tal operazione. Imperò che sia la linea A B diametro della canna, e C D diametro del voto: applichisi nel cerchio maggiore la linea A E egual al diametro C D, e congiungasi la E B. E perché nel mezo cerchio A E B l'angolo E è retto, il cerchio il cui diametro è A B, sará eguale alli due cerchi de i diametri AE, EB; ma AE è il diametro del voto della canna; adunque il cerchio il cui diametro sia E B, sará egual alla ciambella ACBD: e però il cilindro solido, il cerchio della cui base abbia il diametro E B, sará eguale alla canna, essendo egualmente lungo. Dimostrato questo, potremo speditamente

Trovare qual proporzione abbiano le resistenze d'una canna e di un cilindro, qualunque siano, pur che egualmente lunghi.

Sia la canna A B E, ed il cilindro R S M egualmente lungo: bisogna trovare qual proporzione abbiano tra di loro le lor resistenze. Trovisi, per la precedente, il cilindro I L N eguale alla canna ed egualmente lungo, e delle linee I L, R S (diametri delle basi de i cilindri I N, RM) sia quarta proporzionale la linea V: dico, la resistenza della canna A E a quella del cilindro R M esser come la linea A B alla V. Imperò che, essendo la canna A E

eguale ed egualmente lunga al cilindro I N, la resistenza della canna alla resistenza del cilindro stará come la linea A B alla I L: ma la resistenza del cilindro I N alla resistenza del cilindro R M sta come il cubo I L al cubo R S, cioè come la linea I L alla V; adunque, *ex æquali*, la resistenza della canna A E alla resistenza del cilindro RM ha la medesima proporzione che la linea AB alla V: che è quello che si cercava.

FINISCE LA SECONDA GIORNATA.

GIORNATA TERZA.

DE MOTU LOCALI.

De subiecto vetustissimo novissimam promovemus scientiam. MOTU nil forte antiquius in natura, et circa eum volumina nec pauca nec parva a philosophis conscripta reperiuntur; symptomatum tamen, quæ complura et scitu digna insunt in eo, adhuc inobservata, necdum indemonstrata, comperio. Leviora quædam adnotantur, ut, gratia exempli, naturalem motum gravium descendentium continue accelerari; verum, iuxta quam proportionem eius fiat acceleratio, proditum hucusque non est: nullus enim, quod sciam, demonstravit, spatia a mobili descendente ex quiete peracta in temporibus æqualibus, eam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab unitate consequentes. Observatum est, missilia, seu proiecta, lineam qualitercunque curvam designare; veruntamen, eam esse parabolam, nemo prodidit. Hæc ita esse, et alia non pauca nec minus scitu digna, a me demonstrabuntur, et, quod pluris faciendum censeo, aditus et accessus ad amplissimam præstantissimamque scientiam, cuius hi nostri labores erunt elementa, recludetur, in qua ingenia meo perspicaciora abditiores recessus penetrabunt.

Tripartito dividimus hanc tractationem: in prima parte consideramus ea quæ spectant ad motum æquabilem, seu uniformem; in secunda de motu naturaliter accelerato scribimus; in tertia, de motu violento, seu de proiectis.

DE MOTU ÆQUABILI.

Circa motum æquabilem, seu uniformem, unica opus habemus definitione, quam eiusmodi profero:

DEFINITIO.

Æqualem, seu uniformem, motum intelligo eum, cuius partes quibuscunque temporibus æqualibus a mobili peractæ, sunt inter se æquales.

ADMONITIO.

Visum est addere veteri definitioni (quæ simpliciter appellat motum æquabilem, dum temporibus æqualibus æqualia transiguntur spatia) particulam quibuscunque, *hoc est omnibus temporibus æqualibus: fieri enim potest, ut temporibus aliquibus æqualibus mobile pertranseat spatia æqualia, dum tamen spatia transacta in partibus eorundem temporum minoribus, licet æqualibus, æqualia non sint. Ex allata definitione quatuor pendent axiomata, scilicet:*

AXIOMA I.

Spatium transactum tempore longiori in eodem motu æquabili maius esse spatio transacto tempore breviori.

AXIOMA II.

Tempus quo maius spatium conficitur in eodem motu æquabili, longius est tempore quo conficitur spatium minus.

AXIOMA III.

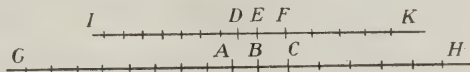
Spatium a maiori velocitate confectum tempore eodem, maius est spatio confecto a minori velocitate.

AXIOMA IV.

Velocitas qua tempore eodem conficitur maius spatium, maior est velocitate, qua conficitur spatium minus.

THEOREMA I, PROPOSITIO I.

Si mobile æquabiliter latum eademque cum velocitate duo pertranseat spatia, tempora lationum erunt inter se ut spatia peracta.

Pertranseat enim mobile æquabiliter latum eadem cum velocitate duo spatia AB, BC, *et sit tempus motus per* AB, DE; *tempus vero motus per* BC *esto* EF: *dico, ut spatium* AB *ad spatium* BC, *ita esse tempus* DE *ad tempus* EF. *Protrahantur utrinque spatia et tempora versus* G, H *et* I, K, *et in* AG *sumantur quotcunque spatia ipsi* AB *æqualia, et totidem tempora in* DI, *tempori* DE, *similiter æqualia; et rursus in* CH *sumantur secundum quamcunque multitudinem spatia ipsi* CB *æqualia, et totidem tempora in* FK, *tempori* EF *æqualia: erunt iam spatium* BG *et tempus* EI *æque multiplicia spatii* BA *et temporis* ED *iuxta quamcunque multiplicationem accepta, et similiter spatium* HB *et tempus* KE *spatii* CB *temporisque* FE *æque multiplicia in qualibet multiplicatione. Et quia* DE *est tempus lationis per* AB, *erit totum* EI *tempus totius* BG, *cum motus ponatur æquabilis sintque in* EI *tot tempora ipsi* DE *æqualia quot sunt in* BG *spatia æqualia* BA; *et similiter concludetur,* KE *esse tempus lationis per* HB. *Cum autem motus ponatur æquabilis, si spatium* GB *esset æquale ipsi* BH, *tempus quoque* IE *tempori* EK *foret æquale; et si* GB *maius sit quam* BH, *etiam* IE *quam* EK *maius erit; et si minus, minus. Sunt itaque quatuor magnitudines,* AB

I DEF K
G A B C H

prima, B C *secunda,* D E *tertia,* E F *quarta, et primæ et tertiæ, nempe spatii* A B *et temporis* D E, *sumpta sunt æque multiplicia iuxta quamcunque multiplicationem tempus* I E *et spatium* G B; *ac demonstratum est, hæc vel una æquari, vel una deficere, vel una excedere, tempus* E K *et spatium* B H, *æque multiplicia scilicet secundæ et quartæ: ergo prima ad secundam, nempe spatium* A B *ad spatium* B C, *eandem habet rationem quam tertia et quarta, nempe tempus* D E *ad tempus* E F: *quod erat demonstrandum.*

THEOREMA II, PROPOSITIO II.

Si mobile temporibus æqualibus duo pertranseat spatia, erunt ipsa spatia inter se ut velocitates. Et si spatia sint ut velocitates, tempora erunt æqualia.

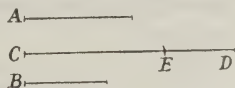
Assumpta enim superiori figura, sint duo spatia A B, B C *transacta æqualibus temporibus, spatium quidem* A B *cum velocitate* D E, *et spatium* B C *cum velocitate* E F: *dico, spatium* A B *ad spatium* B C *esse ut* D E *velocitas ad velocitatem* E F. *Sumptis enim utrinque, ut supra, et spatiorum et velocitatum æque multiplicibus secundum quamcunque multiplicationem, scilicet* G B *et* I E *ipsorum* A B *et* D E, *pariterque* H B, K E *ipsorum* B C, E F, *concludetur, eodem modo ut supra, multiplicia* G B, I E *vel una deficere, vel æquari, vel excedere, æque multiplicia* B H, E K. *Igitur et manifestum est propositum.*

THEOREMA III, PROPOSITIO III.

Inæqualibus velocitatibus per idem spatium latorum tempora, velocitatibus e contrario respondent.

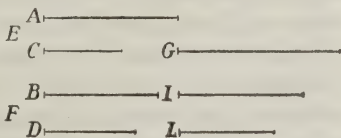
Sint velocitates inæquales A *maior,* B *minor, et secundum utramque fiat motus per idem spatium* C D: *dico, tempus quo* A *velocitas permeat spatium* C D, *ad*

tempus quo velocitas B *idem spatium permeat, esse ut velocitas* B *ad velocitatem* A. *Fiat enim ut* A *ad* B, *ita* C D *ad* C E; *erit igitur, ex præcedenti, tempus, quo* A *velocitas conficit* C D, *idem cum tempore quo* B *conficit* C E: *sed tempus quo velocitas* B *conficit* C E, *ad tempus quo eadem conficit* C D, *est ut* C E *ad* C D; *ergo tempus quo velocitas* A *conficit* C D, *ad tempus quo velocitas* B *idem* C D *conficit, est ut* C E *ad* C D, *hoc est ut velocitas* B *ad velocitatem* A: *quod erat intentum.*

A C E D B

THEOREMA IV, PROPOSITIO IV.

Si duo mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen velocitate, spatia temporibus inæqualibus ab ipsis peracta habebunt rationem compositam ex ratione velocitatum et ex ratione temporum.

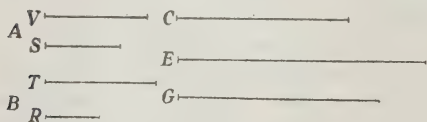
Mota sint duo mobilia E, F *motu æquabili, et ratio velocitatis mobilis* E *ad velocitatem mobilis* F *sit ut* A *ad* B; *temporis vero quo movetur* E, *ad tempus quo movetur* F, *ratio sit ut* C *ad* D: *dico, spatium peractum ab* E *cum velocitate* A *in tempore* C, *ad spatium peractum ab* F *cum velocitate* B *in tempore* D, *habere rationem compositam ex ratione velocitatis* A *ad velocitatem* B *et ex ratione temporis* C *ad tempus* D.

E A C G F B I D L

Sit spatium ad E *cum velocitate* A *in tempore* C *peractum* G, *et ut velocitas* A *ad velocitatem* B, *ita fiat* G *ad* I; *ut autem tempus* C *ad tempus* D, *ita sit* I *ad* L: *constat,* I *esse spatium quo movetur* F *in tempore eodem in quo* E *motum est per* G, *cum spatia* G, I *sint ut velocitates* A, B. *Et cum sit ut tempus* C *ad tempus* D, *ita* I *ad* L: *sit autem*

I *spatium quod conficitur a mobili* F *in tempore* C; *erit* L *spatium quod conficitur ab* F *in tempore* D *cum velocitate* B. *Ratio autem* G *ad* L *componitur ex rationibus* G *ad* I *et* I *ad* L, *nempe ex rationibus velocitatis* A *ad velocitatem* B *et temporis* C *ad tempus* D: *ergo patet propositum.*

THEOREMA V, PROPOSITIO V.

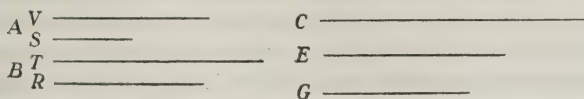
Si duo mobilia æquabili motu ferantur, sint tamen velocitates inæquales, et inæqualia spatia peracta, ratio temporum composita erit ex ratione spatiorum et ex ratione velocitatum contrarie sumptarum.

Sint duo mobilia A, B, *sitque velocitas ipsius* A *ad velocitatem ipsius* B *ut* V *ad* T; *spatia autem peracta sint ut* S *ad* R: *dico, rationem temporis quo motum est* A, *ad tempus quo motum est* B, *compositam esse ex ratione velocitatis* T *ad velocitatem* V *et ex ratione spatii* S *ad spatium* R. *Sit ipsius motus* A *tempus* C,

et ut velocitas T *ad velocitatem* V, *ita sit tempus* C *ad tempus* E; *et cum* C *sit tempus in quo* A *cum velocitate* V *conficit spatium* S, *sitque ut velocitas* T *mobilis* B *ad velocitatem* V, *ita tempus* C *ad tempus* E, *erit tempus* E *illud in quo mobile* B *conficeret idem spatium* S. *Fiat modo ut spatium* S *ad spatium* R, *ita tempus* E *ad tempus* G: *constat,* G *esse tempus quo* B *conficeret spatium* R. *Et quia ratio* C *ad* G *componitur ex rationibus* C *ad* E *et* E *ad* G; *est autem ratio* C *ad* E *eadem cum ratione velocitatum mobilium* A, B *contrarie sumptarum, hoc est cum ratione* T *ad* V; *ratio vero* E *ad* G *est eadem cum ratione spatiorum* S, R; *ergo patet propositum.*

THEOREMA VI, PROPOSITIO VI.

Si duo mobilia æquabili motu ferantur, ratio velocitatum ipsorum composita erit ex ratione spatiorum peractorum et ex ratione temporum contrarie sumptorum.

Sint duo mobilia A, B, *æquabili motu lata; sint autem spatia ab illis peracta in ratione* V *ad* T, *tempora vero sint ut* S *ad* R: *dico, velocitatem mobilis* A *ad velocitatem*

A V
S
B T
R
C
E
G

ipsius B *habere rationem compositam ex ratione spatii* V *ad spatium* T *et temporis* R *ad tempus* S.

Sit velocitas C *ea cum qua mobile* A *conficit spatium* V *in tempore* S, *et quam rationem habet spatium* V *ad spatium* T, *hanc habeat velocitas* C *ad aliam* E; *erit* E *velocitas cum qua mobile* B *conficit spatium* T *in tempore eodem* S: *quod si fiat, ut tempus* R *ad tempus* S, *ita velocitas* E *ad aliam* G, *erit velocitas* G *illa secundum quam mobile* B *conficit spatium* T *in tempore* R. *Habemus itaque velocitatem* C, *cum qua mobile* A *conficit spatium* V *in tempore S, et velocitatem* G, *cum qua mobile* B *conficit spatium* T *in tempore* R, *et est ratio* C *ad* G *composita ex rationibus* C *ad* E *et* E *ad* G; *ratio autem* C *ad* E *posita est eadem cum ratione spatii* V *ad spatium* T; *ratio vero* E *ad* G *est eadem cum ratione* R *ad* S: *ergo patet propositum.*

SAL. Questo che abbiamo veduto, è quanto il nostro Autore ha scritto del moto equabile. Passeremo dunque a piú sottile e nuova contemplazione intorno al moto naturalmente accelerato, quale è quello che generalmente è

esercitato da i mobili gravi descendenti: ed ecco il titolo e l'introduzione.

DE MOTU NATURALITER ACCELERATO.

Quæ in motu æquabili contingunt accidentia, in præcedenti libro considerata sunt: modo de motu accelerato pertractandum.

Et primo, definitionem ei, quo utitur natura, apprime congruentem investigare atque explicare convenit. Quamvis enim aliquam lationis speciem ex arbitrio confingere, et consequentes eius passiones contemplari, non sit inconveniens (ita, enim, qui helicas aut conchoides lineas ex motibus quibusdam exortas, licet talibus non utatur natura, sibi finxerunt, earum symptomata ex suppositione demonstrarunt cum laude), tamen, quandoquidem quadam accelerationis specie gravium descendentium utitur natura, eorundem speculari passiones decrevimus, si eam, quam allaturi sumus de nostro motu accelerato definitionem, cum essentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit. Quod tandem, post diuturnas mentis agitationes, repperisse confidimus; ea potissimum ducti ratione, quia symptomatis, deinceps a nobis demonstratis, apprime respondere atque congruere videntur ea, quæ naturalia experimenta sensui repræsentant. Postremo, ad investigationem motus naturaliter accelerati nos quasi manu duxit animadversio consuetudinis atque instituti ipsiusmet naturæ in ceteris suis operibus omnibus, in quibus exercendis uti consuevit mediis primis, simplicissimis, facillimis. Neminem enim esse arbitror qui credat, natatum aut volatum simpliciori aut faciliori modo exerceri posse, quam eo ipso, quo pisces et aves instinctu naturali utuntur.

Dum igitur lapidem, ex sublimi a quiete descendentem, nova deinceps velocitatis acquirere incrementa

animadverto, cur talia additamenta, simplicissima atque omnibus magis obvia ratione, fieri non credam? Quod si attente inspiciamus, nullum additamentum, nullum incrementum, magis simplex inveniemus, quam illud, quod semper eodem modo superaddit. Quod facile intelligemus, maximam temporis atque motus affinitatem inspicientes: sicut enim motus æquabilitas et uniformitas per temporum spatiorumque æquabilitates definitur ac concipitur (lationem, enim, tunc æquabilem appellamus, cum temporibus æqualibus æqualia conficiuntur spatia), ita per easdem æqualitates partium temporis, incrementa celeritatis simpliciter facta percipere possumus; mente concipientes, motum illum uniformiter eodemque modo continue acceleratum esse, dum temporibus quibuscumque æqualibus æqualia ei superaddantur celeritatis additamenta. Adeo ut, sumptis quotcumque temporis particulis æqualibus a primo instanti in quo mobile recedit a quiete et descensum aggreditur, celeritatis gradus in prima cum secunda temporis particula acquisitus, duplus sit gradus quem acquisivit mobile in prima particula; gradus vero quem obtinet in tribus temporis particulis, triplus; quem in quatuor, quadruplus eiusdem gradus primi temporis: ita ut (clarioris intelligentiæ causa), si mobile lationem suam continuaret iuxta gradum seu momentum velocitatis in prima temporis particula acquisitæ, motumque suum deinceps æquabiliter cum tali gradu extenderet, latio hæc duplo esset tardior ea, quam iuxta gradum velocitatis in duabus temporis particulis acquisitæ obtineret. Et sic a recta ratione absonum nequaquam esse videtur, si accipiamus, intentionem velocitatis fieri iuxta temporis extensionem; ex quo definitio motus, de quo acturi sumus, talis accipi potest: Motum æquabiliter, seu uniformiter, acceleratum dico illum, qui, a quiete recedens, temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta sibi superaddit.

SAGR. Io, sí come fuor di ragione mi opporrei a questa o ad altra definizione che da qualsivoglia autore fusse assegnata, essendo tutte arbitrarie, cosí ben posso senza offesa dubitare se tal definizione, concepita ed ammessa in astratto, si adatti, convenga e si verifichi in quella sorte di moto accelerato che i gravi naturalmente descendenti vanno esercitando. E perché pare che l'Autore ci prometta che tale, quale egli ha definito, sia il moto naturale de i gravi, volentieri mi sentirei rimuover certi scrupoli che mi perturbano la mente, acciò poi con maggior attenzione potessi applicarmi alle proposizioni, e lor dimostrazioni, che si attendono.

SAL. È bene che V. S. ed il Sig. Simplicio vadano proponendo le difficoltá; le quali mi vo immaginando che siano per essere quelle stesse che a me ancora sovvennero, quando primieramente veddi questo trattato, e che o dall'Autor medesimo, ragionandone seco, mi furon sopite, o tal una ancora da me stesso, co 'l pensarvi, rimosse.

SAGR. Mentre io mi vo figurando, un mobile grave descendente partirsi dalla quiete, cioè dalla privazione di ogni velocitá, ed entrare nel moto, ed in quello andarsi velocitando secondo la proporzione che cresce 'l tempo dal primo instante del moto, ed avere, v. g., in otto battute di polso acquistato otto gradi di velocitá, della quale nella quarta battuta ne aveva guadagnati quattro, nella seconda due, nella prima uno, essendo il tempo subdivisibile in infinito, ne séguita che, diminuendosi sempre con tal ragione l'antecedente velocitá, grado alcuno non sia di velocitá cosí piccolo, o vogliamo dir di tarditá cosí grande, nel quale non si sia trovato costituito l'istesso mobile dopo la partita dall'infinita tarditá, cioè dalla quiete: tal che, se quel grado di velocitá ch'egli ebbe alle quattro battute di tempo, era tale che, mantenendola equabile, arebbe corso due miglia in un'ora, e co 'l grado di velo-

citá ch'ebbe nella seconda battuta arebbe fatto un miglio per ora, convien dire che ne gl'instanti del tempo piú e piú vicini al primo della sua mossa dalla quiete si trovasse cosí tardo, che non arebbe (seguitando di muoversi con tal tarditá) passato un miglio in un'ora, né in un giorno, né in un anno, né in mille, né passato anco un sol palmo in tempo maggiore; accidente al quale pare che assai mal agevolmente s'accomodi l'immaginazione, mentre che il senso ci mostra, un grave cadente venir subito con gran velocitá.

SAL. Questa è una delle difficoltá che a me ancora su 'l principio dette che pensare, ma non molto dopo la rimossi; ed il rimuoverla fu effetto della medesima esperienza che di presente a voi la suscita. Voi dite, parervi che l'esperienza mostri, che a pena partitosi il grave dalla quiete, entri in una molto notabile velocitá; ed io dico che questa medesima esperienza ci chiarisce, i primi impeti del cadente, benché gravissimo, esser lentissimi e tardissimi. Posate un grave sopra una materia cedente, lasciandovelo sin che prema quanto egli può con la sua semplice gravitá: è manifesto che, alzandolo un braccio o due, lasciandolo poi cadere sopra la medesima materia, fará con la percossa nuova pressione, e maggiore che la fatta prima co 'l solo peso; e l'effetto sará cagionato dal mobile cadente congiunto con la velocitá guadagnata nella caduta, il quale effetto sará piú e piú grande, secondo che da maggior altezza verrá la percossa, cioè secondo che la velocitá del percuziente sará maggiore. Quanta dunque sia la velocitá d'un grave cadente, lo potremo noi senza errore conietturare dalla qualitá e quantitá della percossa. Ma ditemi, Signori: quel mazzo che lasciato cadere sopra un palo dall'altezza di quattro braccia lo ficca in terra, v. g., quattro dita, venendo dall'altezza di duo braccia lo caccerá assai manco, e meno dall'altezza di uno, e manco da un palmo; e finalmente, sollevandolo

un dito, che fará di piú che se, senza percossa, vi fusse posto sopra? certo pochissimo: ed operazione del tutto impercettibile sarebbe, se si elevasse quanto è grosso un foglio. E perché l'effetto della percossa si regola dalla velocitá del medesimo percuziente, chi vorrá dubitare che lentissimo sia 'l moto e piú che minima la velocitá, dove l'operazione sua sia impercettibile? Veggano ora quanta sia la forza della veritá, mentre l'istessa esperienza che pareva nel primo aspetto mostrare una cosa, meglio considerata ci assicura del contrario. Ma senza ridursi a tale esperienza (che senza dubbio è concludentissima), mi pare che non sia difficile co 'l semplice discorso penetrare una tal veritá. Noi abbiamo un sasso grave, sostenuto nell'aria in quiete; si libera dal sostegno e si pone in libertá, e, come piú grave dell'aria, vien descendendo al basso, e non con moto equabile, ma lento nel principio, e continuamente dopo accelerato: ed essendo che la velocitá è augumentabile e menomabile in infinito, qual ragione mi persuaderá che tal mobile, partendosi da una tarditá infinita (ché tal è la quiete), entri immediatamente in dieci gradi di velocitá piú che in una di quattro, o in questa prima che in una di due, di uno, di un mezo, di un centesimo? ed in somma in tutte le minori in infinito? Sentite, in grazia. Io non credo che voi fuste renitenti a concedermi che l'acquisto de i gradi di velocitá del sasso cadente dallo stato di quiete possa farsi co 'l medesimo ordine che la diminuzione e perdita de i medesimi gradi, mentre da virtú impellente fusse ricacciato in su alla medesima altezza; ma quando ciò sia, non veggo che si possa dubitare che nel diminuirsi la velocitá del sasso ascendente, consumandola tutta, possa pervenire allo stato di quiete prima che passar per tutti i gradi di tarditá.

SIMPL. Ma se i gradi di tarditá maggiore e maggiore sono infiniti, giá mai non si consumeranno tutti; onde tal grave ascendente non si condurrá mai alla quiete, ma in-

finitamente si moverá, ritardandosi sempre: cosa che non si vede accadere.

SAL. Accaderebbe cotesto, Sig. Simplicio, quando il mobile andasse per qualche tempo trattenendosi in ciaschedun grado; ma egli vi passa solamente, senza dimorarvi oltre a un instante; e perché in ogni tempo quanto, ancor che piccolissimo, sono infiniti instanti, però son bastanti a rispondere a gl'infiniti gradi di velocitá diminuita. Che poi tal grave ascendente non persista per verun tempo quanto in alcun medesimo grado di velocitá, si fa manifesto cosí: perché se, assegnato qualche tempo quanto, nel primo instante di tal tempo ed anco nell'ultimo il mobile si trovasse aver il medesimo grado di velocitá, potrebbe da questo secondo grado esser parimente sospinto in su per altrettanto spazio, sí come dal primo fu portato al secondo, e per l'istessa ragione passerebbe dal secondo al terzo, e finalmente continuerebbe il suo moto uniforme in infinito.

SAGR. Da questo discorso mi par che si potrebbe cavare una assai congrua ragione della quistione agitata tra i filosofi, qual sia la causa dell'accelerazione del moto naturale de i gravi. Imperò che, mentre io considero, nel grave cacciato in su andarsi continuamente diminuendo quella virtú impressagli dal proiciente; la quale, sin che fu superiore all'altra contraria della gravitá, lo sospinse in alto; giunte che siano questa e quella all'equilibrio, resta il mobile di piú salire e passa per lo stato della quiete, nel quale l'impeto impresso non è altramente annichilato, ma solo consumatosi quell'eccesso che pur dianzi aveva sopra la gravitá del mobile, per lo quale, prevalendogli, lo spigneva in su; continuandosi poi la diminuzione di questo impeto straniero, ed in consequenza cominciando il vantaggio ad esser dalla parte della gravitá, comincia altresí la scesa, ma lenta per il contrasto della virtú impressa, buona parte della quale rimane an-

cora nel mobile; ma perché ella pur va continuamente diminuendosi, venendo sempre con maggior proporzione superata dalla gravitá, quindi nasce la continua accelerazione del moto.

SIMPL. Il pensiero è arguto, ma piú sottile che saldo: imperò che, quando pur sia concludente, non sodisfá se non a quei moti naturali a i quali sia preceduto un moto violento, nel quale resti ancora vivace parte della virtú esterna; ma dove non sia tal residuo, ma si parta il mobile da una antiquata quiete, cessa la forza di tutto il discorso.

SAGR. Credo che voi siate in errore, e che questa distinzione di casi, che fate, sia superflua, o, per dir meglio, nulla. Però ditemi, se nel proietto può esser tal volta impressa dal proiciente molta e tal ora poca virtú, sí che possa essere scagliato in alto cento braccia, ed anco venti, o quattro, o uno?

SIMPL. Non è dubbio che sí.

SAGR. E non meno potrá cotal virtú impressa di cosí poco superar la resistenza della gravitá, che non l'alzi piú d'un dito; e finalmente può la virtú del proiciente esser solamente tanta, che pareggi per l'appunto la resistenza della gravitá, sí che il mobile sia non cacciato in alto, ma solamente sostenuto. Quando dunque voi reggete in mano una pietra, che altro gli fate voi che l'imprimerli tanta virtú impellente all'in su, quanta è la facoltá della sua gravitá, traente in giú? e questa vostra virtú non continuate voi di conservargliela impressa per tutto il tempo che voi la sostenete in mano? si diminuisce ella forse per la lunga dimora che voi la reggete? e questo sostentamento che vieta la scesa al sasso, che importa che sia fatto piú dalla vostra mano, che da una tavola, o da una corda dalla quale ei sia sospeso? Certo niente. Concludete pertanto, Sig. Simplicio, che il precedere alla caduta del sasso una quiete lunga o breve o momentanea,

non fa differenza alcuna, sí che il sasso non parta sempre affetto da tanta virtú contraria alla sua gravitá, quanta appunto bastava a tenerlo in quiete.

SAL. Non mi par tempo opportuno d'entrare al presente nell'investigazione della causa dell'accelerazione del moto naturale, intorno alla quale da varii filosofi varie sentenzie sono state prodotte, riducendola alcuni all'avvicinamento al centro, altri al restar successivamente manco parti del mezo da fendersi, altri a certa estrusione del mezo ambiente, il quale, nel ricongiugnersi a tergo del mobile, lo va premendo e continuatamente scacciando; le quali fantasie, con altre appresso, converrebbe andare esaminando e con poco guadagno risolvendo. Per ora basta al nostro Autore che noi intendiamo che egli ci vuole investigare e dimostrare alcune passioni di un moto accelerato (qualunque si sia la causa della sua accelerazione) talmente, che i momenti della sua velocitá vadano accrescendosi, dopo la sua partita dalla quiete, con quella semplicissima proporzione con la quale cresce la continuazion del tempo, che è quanto dire che in tempi eguali si facciano eguali additamenti di velocitá; e se s'incontrerá che gli accidenti che poi saranno dimostrati si verifichino nel moto de i gravi naturalmente descendenti ed accelerati, potremo reputare che l'assunta definizione comprenda cotal moto de i gravi, e che vero sia che l'accelerazione loro vadia crescendo secondo che cresce il tempo e la durazione del moto.

SAGR. Per quanto per ora mi si rappresenta all'intelletto, mi pare che con chiarezza forse maggiore si fusse potuto definire, senza variare il concetto: Moto uniformemente accelerato esser quello, nel quale la velocitá andasse crescendo secondo che cresce lo spazio che si va passando; sí che, per esempio, il grado di velocitá acquistato dal mobile nella scesa di quattro braccia fusse doppio di quello ch'egli ebbe, sceso che e' fu lo spazio

di due, e questo doppio del conseguito nello spazio del primo braccio. Perché non mi par che sia da dubitare, che quel grave che viene dall'altezza di sei braccia, non abbia e perquota con impeto doppio di quello che ebbe, sceso che fu tre braccia, e triplo di quello che ebbe alle due, e sescuplo dell'auto nello spazio di uno.

SAL. Io mi consolo assai d'aver auto un tanto compagno nell'errore; e piú vi dirò che il vostro discorso ha tanto del verisimile e del probabile, che il nostro medesimo Autore non mi negò, quando io glielo proposi, d'esser egli ancora stato per qualche tempo nella medesima fallacia. Ma quello di che io poi sommamente mi maravigliai, fu il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, ma impossibili, due proposizioni che hanno del verisimile tanto, che avendole io proposte a molti, non ho trovato chi liberamente non me l'ammettesse.

SIMPL. Veramente io sarei del numero de i conceditori: e che il grave descendente *vires acquirat eundo*, crescendo la velocitá a ragion dello spazio, e che 'l momento dell'istesso percuziente sia doppio venendo da doppia altezza, mi paiono proposizioni da concedersi senza repugnanza o controversia.

SAL. E pur son tanto false e impossibili, quanto che il moto si faccia in un instante: ed eccovene chiarissima dimostrazione. Quando le velocitá hanno la medesima proporzione che gli spazii passati o da passarsi, tali spazii vengon passati in tempi eguali; se dunque le velocitá con le quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocitá con le quali passò le due prime braccia (sí come lo spazio è doppio dello spazio), adunque i tempi di tali passaggi sono eguali: ma passare il medesimo mobile le quattro braccia e le due nell'istesso tempo, non può aver luogo fuor che nel moto instantaneo: ma noi veggiamo che il grave cadente fa

suo moto in tempo, ed in minore passa le due braccia che le quattro; adunque è falso che la velocitá sua cresca come lo spazio. L'altra proposizione si dimostra falsa con la medesima chiarezza. Imperò che, essendo quello che perquote il medesimo, non può determinarsi la differenza e momento delle percosse se non dalla differenza della velocitá: quando dunque il percuziente, venendo da doppia altezza, facesse percossa di doppio momento, bisognerebbe che percotesse con doppia velocitá: ma la doppia velocitá passa il doppio spazio nell'istesso tempo, e noi veggiamo il tempò della scesa dalla maggior altezza esser piú lungo.

SAGR. Troppa evidenza, troppa agevolezza, è questa con la quale manifestate conclusioni ascoste; questa somma facilitá le rende di minor pregio che non erano mentre stavano sotto contrario sembiante. Poco penso io che prezzerebbe l'universale notizie acquistate con sí poca fatica, in comparazione di quelle intorno alle quali si fanno lunghe ed inesplicabili altercazioni.

SAL. A quelli i quali con gran brevitá e chiarezza mostrano le fallacie di proposizioni state comunemente tenute per vere dall'universale, danno assai comportabile sarebbe il riportarne solamente disprezzo, in luogo di aggradimento; ma bene spiacevole e molesto riesce cert'altro affetto che suol tal volta destarsi in alcuni, che, pretendendo ne i medesimi studii almeno la paritá con chiunque si sia, si veggono aver trapassate per vere conclusioni che poi da un altro con breve e facile discorso vengono scoperte e dichiarate false. Io non chiamerò tale affetto invidia, solita a convertirsi poi in odio ed ira contro agli scopritori di tali fallacie, ma lo dirò uno stimolo e una brama di voler piú presto mantener gli errori inveterati, che permetter che si ricevano le veritá nuovamente scoperte; la qual brama tal volta gl'induce a scrivere in contradizione a quelle veritá, pur troppo in-

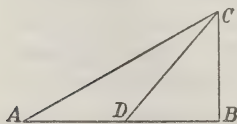
ternamente conosciute anco da loro medesimi, solo per tener bassa nel concetto del numeroso e poco intelligente vulgo l'altrui reputazione. Di simili conclusioni false, ricevute per vere e di agevolissima confutazione, non piccol numero ne ho io sentite dal nostro Academico, di parte delle quali ho anco tenuto registro.

SAGR. E V. S. non dovrá privarcene, ma a suo tempo farcene parte, quando ben anco bisognasse in grazia loro fare una particolar sessione. Per ora, continuando il nostro filo, parmi che sin qui abbiamo fermata la definizione del moto uniformemente accelerato, del quale si tratta ne i discorsi che seguono; ed è:

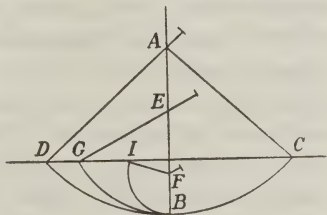
Motum æquabiliter, seu uniformiter, acceleratum dicimus eum, qui, a quiete recedens, temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta sibi superaddit.

SAL. Fermata cotal definizione, un solo principio domanda e suppone per vero l'Autore, cioè:

Accipio, gradus velocitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes acquisitos tunc esse æquales, cum eorumdem planorum elevationes æquales sint.

Chiama la elevazione di un piano inclinato la perpendicolare che dal termine sublime di esso piano casca sopra la linea orizontale prodotta per l'infimo termine di esso piano inclinato; come, per intelligenza, essendo la linea A B parallela all'orizonte, sopra 'l quale siano inclinati li due piani C A, C D, la perpendicolare C B, cadente sopra l'orizontale B A, chiama l'Autore la elevazione de i piani C A, C D; e suppone che i gradi di velocitá del medesimo mobile scendente per li piani inclinati C A, C D, acquistati ne i termini A, D, siano eguali, per esser la loro elevazione l'istessa

C B: e tanto anco si deve intendere il grado di velocitá che il medesimo cadente dal punto C arebbe nel termine B.

SAGR. Veramente mi par che tal supposto abbia tanto del probabile, che meriti di esser senza controversia conceduto, intendendo sempre che si rimuovano tutti gl'impedimenti accidentarii ed esterni, e che i piani siano ben solidi e tersi ed il mobile di figura perfettissimamente rotonda, sí che ed il piano ed il mobile non abbiano scabrositá. Rimossi tutti i contrasti ed impedimenti, il lume naturale mi detta senza difficoltá, che una palla grave e perfettamente rotonda, scendendo per le linee C A, C D, C B, giugnerebbe ne i termini A, D, B con impeti eguali.

SAL. Voi molto probabilmente discorrete; ma, oltre al verisimile, voglio con una esperienza accrescer tanto la probabilitá, che poco gli manchi all'agguagliarsi ad una ben necessaria dimostrazione. Figuratevi, questo foglio essere una parete eretta all'orizonte, e da un chiodo fitto in essa pendere una palla di piombo d'un'oncia o due, sospesa dal sottil filo A B, lungo due o tre braccia, perpendicolare all'orizonte, e nella parete segnate una linea orizontale D C, segante a squadra il perpendicolo A B, il quale sia lontano dalla parete due dita, in circa; trasferendo poi il filo A B con la palla in A C, lasciate essa palla in libertá: la quale primieramente vedrete scendere descrivendo l'arco C B D, e di tanto trapassare il termine B, che, scorrendo per l'arco B D, sormonterá sino quasi alla segnata parallela C D, restando di pervenirvi per piccolissimo intervallo, toltogli il precisamente arrivarvi dall'impedimento dell'aria e del filo; dal che possiamo

veracemente concludere, che l'impeto acquistato nel punto B dalla palla, nello scendere per l'arco C B, fu tanto, che bastò a risospingersi per un simile arco B D alla medesima altezza. Fatta e piú volte reiterata cotale esperienza, voglio che ficchiamo nella parete, rasente al perpendicolo A B, un chiodo, come in E o vero in F, che sporga in fuori cinque o sei dita, e questo acciò che il filo A C tornando, come prima, a riportar la palla C per l'arco C B, giunta che ella sia in B, intoppando il filo nel chiodo E, sia costretta a camminare per la circonferenza B G, descritta intorno al centro E; dal che vedremo quello che potrá far quel medesimo impeto che, dianzi, concepito nel medesimo termine B, sospinse l'istesso mobile per l'arco B D all'altezza della orizontale C D. Ora, Signori, voi vedrete con gusto condursi la palla all'orizontale nel punto G, e l'istesso accadere se l'intoppo si mettesse piú basso, come in F, dove la palla descriverebbe l'arco B I, terminando sempre la sua salita precisamente nella linea C D; e quando l'intoppo del chiodo fusse tanto basso che l'avanzo del filo sotto di lui non arrivasse all'altezza di C D (il che accaderebbe quando fusse piú vicino al punto B che al segamento dell'A B coll'orizontale CD), allora il filo cavalcherebbe il chiodo e se gli avvolgerebbe intorno. Questa esperienza non lascia luogo di dubitare della veritá del supposto: imperò che, essendo li due archi C B, D B eguali e similmente posti, l'acquisto di momento fatto per la scesa nell'arco C B è il medesimo che il fatto per la scesa dell'arco D B; ma il momento acquistato in B per l'arco C B è potente a risospingere in su il medesimo mobile per l'arco B D; adunque anco il momento acquistato nella scesa D B è eguale a quello che sospigne l'istesso mobile per il medesimo arco da B in D; sí che, universalmente, ogni momento acquistato per la scesa d'un arco è eguale a quello

che può far risalire l'istesso mobile per il medesimo arco: ma i momenti tutti che fanno risalire per tutti gli archi B D, B G, B I sono eguali, poiché son fatti dall'istesso medesimo momento acquistato per la scesa C B, come mostra l'esperienza; adunque tutti i momenti che si acquistano per le scese ne gli archi D B, G B, I B sono eguali.

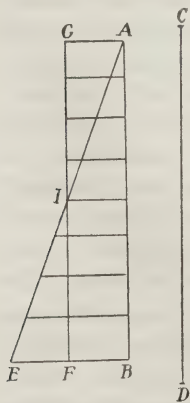
SAGR. Il discorso mi par concludentissimo, e l'esperienza tanto accomodata per verificare il postulato, che molto ben sia degno d'esser conceduto come se fusse dimostrato.

SAL. Io non voglio, Sig. Sagredo, che noi ci pigliamo piú del dovere, e massimamente che di questo assunto ci abbiamo a servire principalmente ne i moti fatti sopra superficie rette, e non sopra curve, nelle quali l'accelerazione procede con gradi molto differenti da quelli con i quali noi pigliamo ch'ella proceda ne' piani retti. Di modo che, se ben l'esperienza addotta ci mostra che la scesa per l'arco C B conferisce al mobile momento tale, che può ricondurlo alla medesima altezza per qualsivoglia arco B D, B G, B I, noi non possiamo con simile evidenza mostrare che l'istesso accadesse quando una perfettissima palla dovesse scendere per piani retti, inclinati secondo le inclinazioni delle corde di questi medesimi archi; anzi è credibile che, formandosi angoli da essi piani retti nel termine B, la palla scesa per l'inclinato secondo la corda C B, trovando intoppo ne i piani ascendenti secondo le corde B D, B G, B I, nell'urtare in essi perderebbe del suo impeto, né potrebbe, salendo, condursi all'altezza della linea C D: ma levato l'intoppo, che progiudica all'esperienza, mi par bene che l'intelletto resti capace, che l'impeto (che in effetto piglia vigore dalla quantitá della scesa) sarebbe potente a ricondurre il mobile alla medesima altezza. Prendiamo dunque per ora questo come postulato, la veritá assoluta del quale ci

verrá poi stabilita dal vedere altre conclusioni, fabbricate sopra tale ipotesi, rispondere e puntualmente confrontarsi con l'esperienza. Supposto dall'Autore questo solo principio, passa alle proposizioni, dimostrativamente concludendole; delle quali la prima è questa:

THEOREMA I, PROPOSITIO I.

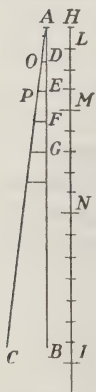
Tempus in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est æquale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu æquabili delato, cuius velocitatis gradus subduplus sit ad summum et ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.

Repræsentetur per extensionem A B *tempus in quo a mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in* C *conficiatur spatium* C D; *graduum autem velocitatis adauctæ in instantibus temporis* AB *maximus et ultimus repræsentetur per* EB, *utcunque super* A B *constitutam; iunctaque* A E, *lineæ omnes ex singulis punctis lineæ* A B *ipsi* B E *æquidistanter actæ, crescentes velocitatis gradus post instans* A *repræsentabunt. Divisa deinde* B E *bifariam in* F, *ductisque parallelis* F G, A G *ipsis* B A, B F, *parallelogrammum* AGFB *erit constitutum, triangulo* AEB *æquale, dividens suo latere* GF *bifariam* AE *in* I: *quodsi parallelæ trianguli* AEB *usque ad* I G *extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum æqualem aggregatui comprehensarum in triangulo* A E B; *quæ enim sunt in triangulo*

IEF, *pares sunt cum contentis in triangulo* GIA; *eæ vero quæ habentur in trapezio* A I F B, *communes sunt. Cumque singulis et omnibus instantibus temporis* A B *respondeant singula et omnia puncta lineæ* AB, *ex quibus actæ parallelæ in triangulo* A E B *comprehensæ crescentes gradus velocitatis adauctæ repræsentant, parallelæ vero intra parallelogrammum contentæ totidem gradus velocitatis non adauctæ, sed æquabilis, itidem repræsentent; apparet, totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato iuxta crescentes parallelas trianguli* AEB. *ac in motu æquabili iuxta parallelas parallelogrammi* G B: *quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli* A G I *repræsentata), reficitur a momentis per parallelas trianguli* I E F *repræsentatis. Patet igitur, æqualia futura esse spatia tempore eodem a duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur, alterum vero motu æquabili iuxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus: quod erat intentum.*

THEOREMA II, PROPOSITIO II.

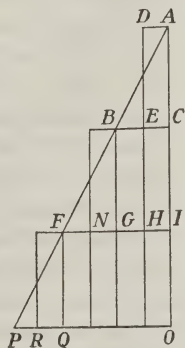
> *Si aliquod mobile motu uniformiter accelerato descendat ex quiete, spatia quibuscunque temporibus ab ipso peracta, sunt inter se in duplicata ratione eorundem temporum, nempe ut eorundem temporum quadrata.*

Intelligatur, fluxus temporis ex aliquo primo instanti A *repræsentari per extensionem* A B, *in qua sumantur duo quælibet tempora* A D, A E; *sitque* H I *linea, in qua mobile ex puncto* H, *tanquam primo motus principio, descendat uniformiter acceleratum; sitque spatium* H L *peractum primo tempore* A D, H M *vero sit spatium per*

quod descenderit in tempore A E: *dico, spatium* M H *ad spatium* H L *esse in duplicata ratione eius quam habet tempus* E A *ad tempus* A D; *seu dicamus, spatia* M H, H L *eandem habere rationem quam habent quadrata* E A, A D. *Ponatur linea A C, quemcunque angulum cum ipsa* A B *continens; ex punctis vero* D, E *ductæ sint parallelæ* D O, E P: *quarum* D O *repræsentabit maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti* D *temporis* A D; P E *vero, maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti* E *temporis* A E. *Quia vero supra demonstratum est, quod attinet ad spatia peracta, æqualia esse inter se illa, quorum alterum conficitur a mobili ex quiete motu uniformiter accelerato, alterum vero quod tempore eodem conficitur a mobili motu æquabili delato, cuius velocitas subdupla sit maximæ in motu accelerato acquisitæ; constat, spatia* M H, L H *esse eadem quæ motibus æqualibus, quorum velocitates essent ut dimidiæ* P E, O D, *conficerentur in temporibus* E A, D A. *Si igitur ostensum fuerit, hæc spatia* M H, L H *esse in duplicata ratione temporum* E A, D A, *intentum probatum erit. Verum in quarta propositione primi libri demonstratum est, mobilium æquabili motu latorum spatia peracta habere inter se rationem compositam ex ratione velocitatum et ex ratione temporum: hic autem ratio velocitatum est eadem cum ratione temporum (quam enim rationem habet dimidia* P E *ad dimidiam* O D, *seu tota* P E *ad totam* O D, *hanc habet* A E *ad* A D*): ergo ratio spatiorum peractorum dupla est rationis temporum; quod erat demonstrandum.*

Patet etiam hinc, eandem spatiorum rationem esse duplam rationis maximorum graduum velocitatis, nempe linearum P E, O D, *cum sit* P E *ad* O D *ut* E A *ad* D A.

COROLLARIUM I.

Hinc manifestum est, quod si fuerint quotcunque tempora æqualia consequenter sumpta a primo instanti seu principio lationis, utputa A D, D E, E F, F G, *quibus conficiantur spatia* H L, L M, M N, N I, *ipsa spatia erunt inter se ut numeri impares ab unitate, scilicet ut* 1, 3, 5, 7: *hæc enim est ratio excessuum quadratorum linearum sese æqualiter excedentium et quarum excessus est æqualis minimæ ipsarum, seu dicamus quadratorum sese ab unitate consequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur iuxta seriem simplicem numerorum in temporibus æqualibus, spatia peracta iisdem temporibus incrementa suscipiunt iuxta seriem numerorum imparium ab unitate.*

SAGR. Sospendete, in grazia, alquanto la lettura, mentre io vo ghiribizando intorno a certo concetto pur ora cascatomi in mente; per la spiegatura del quale, per mia e per vostra piú chiara intelligenza, fo un poco di disegno. Dove mi figuro per la linea A I la continuazione del tempo dopo il primo instante in A; applicando poi in A, secondo qualsivoglia angolo, la retta A F, e congiugnendo i termini I, F, diviso il tempo A I in mezo in C, tiro la C B parallela alla I F; considerando poi la C B come grado massimo della velocitá che, cominciando dalla quiete nel primo instante del tempo A, si andò augumentando secondo il crescimento delle parallele alla B C, prodotte nel triangolo A B C (che è il medesimo che crescere secondo che cresce il tempo), ammetto senza controversia, per i discorsi fatti sin qui, che lo spazio passato dal mobile cadente con la velocitá accresciuta nel detto modo

sarebbe eguale allo spazio che passerebbe il medesimo mobile quando si fusse nel medesimo tempo A C mosso di moto uniforme, il cui grado di velocitá fusse eguale all'E C, metá del B C. Passo ora piú oltre, e figuratomi, il mobile sceso con moto accelerato trovarsi nell'instante C avere il grado di velocitá B C, è manifesto, che se egli continuasse di muoversi con l'istesso grado di velocitá B C senza piú accelerarsi, passerebbe nel seguente tempo C I spazio doppio di quello che ei passò nell'egual tempo A C col grado di velocitá uniforme E C, metá del grado B C; ma perché il mobile scende con velocitá accresciuta sempre uniformemente in tutti i tempi eguali, aggiugnerá al grado C B nel seguente tempo C I quei momenti medesimi di velocitá crescente secondo le parallele del triangolo B F G, eguale al triangolo A B C: sí che, aggiunto al grado di velocitá G I la metá del grado F G, massimo degli acquistati nel moto accelerato e regolati dalle parallele del triangolo B F G, aremo il grado di velocitá I N, col quale di moto uniforme si sarebbe mosso nel tempo C I; il qual grado I N essendo triplo del grado E C, convince, lo spazio passato nel secondo tempo C I dovere esser triplo del passato nel primo tempo C A. E se noi intenderemo, esser aggiunta all'A I un'altra ugual parte di tempo I O, ed accresciuto il triangolo sino in A P O, è manifesto, che quando si continuasse il moto per tutto 'l tempo I O col grado di velocitá I F, acquistato nel moto accelerato nel tempo A I, essendo tal grado I F quadruplo dell'E C, lo spazio passato nel tempo I O sarebbe quadruplo del passato nell'egual primo tempo A C; ma continuando l'accrescimento dell'uniforme accelerazione nel triangolo F P Q simile a quello del triangolo A B C, che ridotto a moto equabile aggiugne il grado eguale all'E C, aggiunto il Q R eguale all'E C, aremo tutta la velocitá equabile esercitata nel tempo I O quintupla dell'equabile del primo tempo A C, e però lo spazio passato quin-

tuplo del passato nel primo tempo AC. Vedesi dunque anco in questo semplice calcolo, gli spazii passati in tempi eguali dal mobile che, partendosi dalla quiete, va acquistando velocitá conforme all'accrescimento del tempo, esser tra di loro come i numeri impari *ab unitate* 1, 3, 5, e, congiuntamente presi gli spazii passati, il passato nel doppio tempo esser quadruplo del passato nel sudduplo, il passato nel tempo triplo esser nonuplo, ed in somma gli spazii passati essere in duplicata proporzione de i tempi, cioè come i quadrati di essi tempi.

SIMPL. Io veramente ho preso piú gusto in questo semplice e chiaro discorso del Sig. Sagredo, che nella per me piú oscura dimostrazione dell'Autore; sí che io resto assai ben capace che il negozio deva succeder cosí, posta e ricevuta la definizione del moto uniformemente accelerato. Ma se tale sia poi l'accelerazione della quale si serve la natura nel moto de i suoi gravi descendenti, io per ancora ne resto dubbioso; e però, per intelligenza mia e di altri simili a me, parmi che sarebbe stato opportuno in questo luogo arrecar qualche esperienza di quelle che si è detto esservene molte, che in diversi casi s'accordano con le conclusioni dimostrate.

SAL. Voi, da vero scienziato, fate una ben ragionevol domanda; e cosí si costuma e conviene nelle scienze le quali alle conclusioni naturali applicano le dimostrazioni matematiche, come si vede ne i perspettivi, negli astronomi, ne i mecanici, ne i musici ed altri, li quali con sensate esperienze confermano i principii loro, che sono i fondamenti di tutta la seguente struttura: e però non voglio che ci paia superfluo se con troppa lunghezza aremo discorso sopra questo primo e massimo fondamento, sopra 'l quale s'appoggia l'immensa machina d'infinite conclusioni, delle quali solamente una piccola parte ne abbiamo in questo libro, poste dall'Autore, il quale ará fatto assai ad aprir l'ingresso e la porta stata sin or ser-

rata agl'ingegni specolativi. Circa dunque all'esperienze, non ha tralasciato l'Autor di farne; e per assicurarsi che l'accelerazione de i gravi naturalmente descendenti segua nella proporzione sopradetta, molte volte mi son ritrovato io a farne la prova nel seguente modo, in sua compagnia.

In un regolo, o vogliàn dir corrente, di legno, lungo circa 12 braccia, e largo per un verso mezo braccio e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto, poco piú largo d'un dito; tiratolo drittissimo, e, per averlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita; costituito che si era il detto regolo pendente, elevando sopra il piano orizontale una delle sue estremitá un braccio o due ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per il detto canale la palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumava nello scorrerlo tutto, replicando il medesimo atto molte volte per assicurarsi bene della quantitá del tempo, nel quale non si trovava mai differenza né anco della decima parte d'una battuta di polso. Fatta e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso canale; e misurato il tempo della sua scesa, si trovava sempre puntualissimamente esser la metá dell'altro: e facendo poi l'esperienze di altre parti, esaminando ora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metá, o con quello delli duo terzi o de i $^3/_4$, o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s'incontrava, gli spazii passati esser tra di loro come i quadrati de i tempi, e questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del canale nel quale si faceva scender la palla; dove osservammo ancora, i tempi delle scese per diverse inclinazioni mantener esquisitamente tra di loro quella proporzione che piú a basso troveremo

essergli assegnata e dimostrata dall'Autore. Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena d'acqua, attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo d'acqua, che s'andava ricevendo con un piccol bicchiero per tutto 'l tempo che la palla scendeva nel canale e nelle sue parti: le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte, s'andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando, dandoci le differenze e proporzioni de i pesi loro le differenze e proporzioni de i tempi; e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni, molte e molte volte replicate, giá mai non differivano d'un notabil momento.

SIMPL. Gran sodisfazione arei ricevuta nel trovarmi presente a tali esperienze: ma sendo certo della vostra diligenza nel farle e fedeltá nel referirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissime e vere.

SAL. Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare avanti.

COROLLARIUM II.

Colligitur, secundo, quod si a principio lationis sumantur duo spatia quælibet, quibuslibet temporibus peracta, tempora ipsorum erunt inter se ut alterum eorum ad spatium medium proportionale inter ipsa. Sumptis enim a principio lationis S *duobus spatii* ST, SV, *quorum medium sit proportionale* SX, *tempus casus per* ST *ad tempus casus per* SV *erit ut* ST *ad* SX, *seu dicamus, tempus per* SV *ad tempus per* ST *esse ut* VS *ad* SX. *Cum enim demonstratum sit, spatia peracta esse in duplicata ratione temporum, seu (quod idem est) esse ut temporum quadrata; ratio autem spatii* VS *ad spatium* ST *sit dupla rationis* VS *ad* SX, *seu sit eadem quam habent quadrata* VS, SX; *patet, rationem temporum lationum per* SV, ST *esse ut spatiorum, seu linearum,* VS, SX.

S
T
X
V

SCHOLIUM.

Id autem quod demonstratum est in lationibus peractis in perpendiculis, intelligatur etiam itidem contingere in planis utcunque inclinatis; in iisdem enim assumptum est, accelerationis gradus eadem ratione augeri, nempe secundum temporis incrementum, seu dicas secundum simplicem ac primam numerorum seriem.

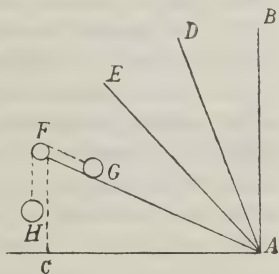
SAL. Qui vorrei, Sig. Sagredo, che a me ancora fosse permesso, se ben forsi con troppo tedio del Sig. Simplicio, il differir per un poco la presente lettura, fin ch'io possa esplicare quanto dal detto e dimostrato fin ora, e congiuntamente dalla notizia d'alcune conclusioni mecaniche apprese giá dal nostro Academico, sovviemmi adesso di poter soggiugnere per maggior confermazione della veritá del principio che sopra con probabili discorsi ed esperienze fu da noi esaminato, anzi, quello piú importa, per geometricamente concluderlo, dimostrando prima un sol lemma, elementare nella contemplazione de gl'impeti.

SAGR. Mentre tale deva esser l'acquisto quale V. S. ci promette, non vi è tempo che da me volentierissimo non si spendesse, trattandosi di confermare e interamente stabilire queste scienze del moto: e quanto a me, non solo vi concedo il poter satisfarvi in questo particolare, ma di piú pregovi ad appagare quanto prima la curiositá che mi avete in esso svegliata; e credo che il Sig. Simplicio abbia ancora il medesimo sentimento.

SIMPL. Non posso dire altrimenti.

SAL. Giá che dunque me ne date licenza, considerisi in primo luogo, come effetto notissimo, che i momenti o le velocitá d'un istesso mobile son diverse sopra diverse inclinazioni di piani, e che la massima è per la linea perpendicolarmente sopra l'orizonte elevata, e che per l'altre inclinate si diminuisce tal velocitá, secondo che quelle

piú dal perpendicolo si discostano, cioè piú obliquamente s'inclinano; onde l'impeto, il talento, l'energia, o vogliamo dire il momento, del descendere vien diminuito nel mobile dal piano soggetto, sopra il quale esso mobile s'appoggia e descende.

E per meglio dichiararmi, intendasi la linea AB, perpendicolarmente eretta sopra l'orizonte AC; pongasi poi la medesima in diverse inclinazioni verso l'orizonte piegata, come in AD, AE, AF, etc: dico, l'impeto massimo e totale del grave per descendere esser per la perpendicolare BA, minor di questo per la DA, e minore ancora per la EA, e successivamente andarsi diminuendo per la piú inclinata FA, e finalmente esser del tutto estinto nella orizontale CA, dove il mobile si trova indifferente al moto e alla quiete, e non ha per se stesso inclinazione di muoversi verso alcuna parte, né meno alcuna resistenza all'esser mosso; poiché, sí come è impossibile che un grave o un composto di essi si muova naturalmente all'in su, discostandosi dal comun centro verso dove conspirano tutte le cose gravi, cosí è impossibile che egli spontaneamente si muova, se con tal moto il suo proprio centro di gravitá non acquista avvicinamento al sudetto centro comune: onde sopra l'orizontale, che qui s'intende per una superficie egualmente lontana dal medesimo centro, e perciò affatto priva d'inclinazione, nullo sará l'impeto o momento di detto mobile.

Appresa questa mutazione d'impeto, mi fa qui mestier esplicare quello che in un antico trattato di mecaniche, scritto giá in Padova dal nostro Academico sol per uso de' suoi discepoli, fu diffusamente e concludentemente dimostrato, in occasione di considerare l'origine e natura

del maraviglioso strumento della vite; ed è con qual proporzione si faccia tal mutazione d'impeto per diverse inclinazioni di piani: come, per esempio, del piano inclinato A F tirando la sua elevazione sopra l'orizonte, cioè la linea F C, per la quale l'impeto d'un grave ed il momento del descendere è il massimo, cercasi qual proporzione abbia questo momento al momento dell'istesso mobile per l'inclinata F A; qual proporzione dico esser reciproca delle dette lunghezze: e questo sia il lemma da premettersi al teorema, che dopo io spero di poter dimostrare. Qui è manifesto, tanto essere l'impeto del descendere d'un grave, quanta è la resistenza o forza minima che basta per proibirlo e fermarlo: per tal forza e resistenza, e sua misura, mi voglio servire della gravitá d'un altro mobile. Intendasi ora, sopra il piano F A posare il mobile G, legato con un filo che, cavalcando sopra l'F, abbia attaccato un peso H; e consideriamo che lo spazio della scesa o salita a perpendicolo di esso è ben sempre eguale a tutta la salita o scesa dell'altro mobile G per l'inclinata A F, ma non giá alla salita o scesa a perpendicolo, nella qual sola esso mobile G (sí come ogn'altro mobile) esercita la sua resistenza. Il che è manifesto. Imperoché considerando, nel triangolo A F C il moto del mobile G, per esempio all'in su da A in F, esser composto del trasversale orizontale A C e del perpendicolare C F; ed essendo che quanto all'orizontale, nessuna, come s'è detto, è la resistenza del medesimo all'esser mosso (non facendo con tal moto perdita alcuna, né meno acquisto, in riguardo della propria distanza dal comun centro delle cose gravi, che nell'orizonte si conserva sempre l'istessa); resta, la resistenza esser solamente rispetto al dover salire la perpendicolare C F. Mentre che dunque il grave G, movendosi da A in F, resiste solo, nel salire, lo spazio perpendicolare C F, ma che l'altro grave H scende a perpendicolo necessariamente quanto tutto lo

spazio F A, e che tal proporzione di salita e scesa si mantien sempre l'istessa, poco o molto che sia il moto de i detti mobili (per esser collegati insieme); possiamo assertivamente affermare, che quando debba seguire l'equilibrio, cioè la quiete tra essi mobili, i momenti, le velocitá, o le lor propensioni al moto, cioè gli spazii che da loro si passerebbero nel medesimo tempo, devon rispondere reciprocamente alle loro gravitá, secondo quello che in tutti i casi de' movimenti mecanici si dimostra; sí che basterá, per impedire la scesa del G, che lo H sia tanto men grave di quello, quanto a proporzione lo spazio CF è minore dello spazio F A. Sia fatto, dunque, come F A ad F C, cosí il grave G al grave H; ché allora seguirá l'equilibrio, cioè i gravi H, G averanno momenti eguali, e cesserá il moto de i detti mobili. E perché siamo convenuti, che di un mobile tanto sia l'impeto, l'energia, il momento, o la propensione al moto, quanta è la forza o resistenza minima che basta a fermarlo, e s'è concluso che il grave H è bastante a proibire il moto al grave G, adunque il minor peso H, che nella perpendicolare F C esercita il suo momento totale, sará la precisa misura del momento parziale che il maggior peso G esercita per il piano inclinato F A; ma la misura del total momento del medesimo grave G è egli stesso (poiché per impedire la scesa perpendicolare d'un grave si richiede il contrasto d'altrettanto grave, che pur sia in libertá di moversi perpendicolarmente); adunque l'impeto o momento parziale del G per l'inclinata F A, all'impeto massimo e totale dell'istesso G per la perpendicolare F C, stará come il peso H al peso G, cioè, per la costruzione, come essa perpendicolare F C, elevazione dell'inclinata, alla medesima inclinata F A: che è quello che per lemma si propose di dimostrare, e che dal nostro Autore, come vedranno, vien supposto per noto nella seconda parte della stessa proposizione del presente trattato.

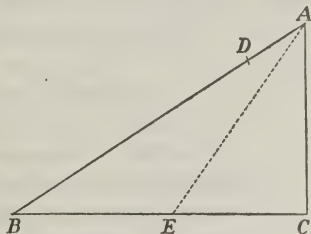
SAGR. Da questo che V. S. ha concluso fin qui, parmi che facilmente si possa dedurre, argumentando *ex æquali* con la proporzione perturbata, che i momenti dell'istesso mobile per piani diversamente inclinati, come F A, F I, che abbino l'istessa elevazione, son fra loro in reciproca proporzione de' medesimi piani.

SAL. Verissima conclusione. Fermato questo, passerò adesso a dimostrare il teorema, cioè che:

> I gradi di velocitá d'un mobile descendente con moto naturale dalla medesima sublimitá per piani in qualsivoglia modo inclinati, all'arrivo all'orizonte son sempre eguali, rimossi gl'impedimenti.

Qui devesi prima avvertire, che stabilito che in qualsivoglino inclinazioni il mobile dalla partita dalla quiete vada crescendo la velocitá, o la quantitá dell'impeto, con la proporzione del tempo (secondo la definizione data dall'Autore al moto naturalmente accelerato), onde, com'egli ha per l'antecedente proposizione dimostrato, gli spazii passati sono in duplicata proporzione de' tempi, e conseguentemente de' gradi di velocitá; quali furono gl'impeti nella prima mossa, tali proporzionalmente saranno i gradi delle velocitá guadagnati nell'istesso tempo, poiché e questi e quelli crescono con la medesima proporzione nel medesimo tempo.

Ora sia il piano inclinato A B, la sua elevazione sopra l'orizonte la perpendicolare A C, e l'orizontale C B; e perché, come poco fa si è concluso, l'impeto d'un mobile per la perpendicolare A C, all'impeto del medesimo per l'inclinata A B, sta come A B ad A C, prendasi nell'inclinata A B la A D, terza proporzionale delle A B, A C: l'impeto dunque per A C all'impeto per la A B, cioè per la A D, sta come la A C all'A D; e perciò il mobile nell'istesso tempo che passerebbe lo spazio perpendicolare A C, passerá ancora lo spazio A D nell'inclinata A B (essendo i momenti come gli spazii), ed il grado di velocitá

in C al grado di velocitá in D averá la medesima proporzione della A C alla A D. Ma il grado di velocitá in B al medesimo grado in D sta come il tempo per A B al tempo per A D, per la definizione del moto accelerato, ed il tempo per AB al tempo per A D sta come la medesima A C, media tra le B A, A D, alla A D, per l'ultimo corollario della seconda proposizione; adunque i gradi in B ed in C al grado in D hanno la medesima proporzione della A C alla A D, e però sono eguali: che è il teorema che intesi di dimostrare.

Da questo potremo piú concludentemente provare la seguente terza proposizione dell'Autore, nella quale egli si vale del principio; ed è che il tempo per l'inclinata al tempo per la perpendicolare ha l'istessa proporzione di essa inclinata e perpendicolare. Imperoché diciamo: quando B A sia il tempo per A B, il tempo per A D sará la media tra esse, cioè la A C, per il secondo corollario della seconda proposizione; ma quando A C sia il tempo per A D, sará anco il tempo per A C, per essere le A D, A C scorse in tempi eguali; e però quando B A sia il tempo per A B, A C sará il tempo per A C; adunque, come AB ad AC, cosí il tempo per AB al tempo per AC.

Col medesimo discorso si proverá, che il tempo per A C al tempo per altra inclinata A E sta come la A C alla A E; adunque, *ex æquali,* il tempo per l'inclinata A B al tempo dell'inclinata A E sta omologamente come la A B alla A E, etc.

Potevasi ancora dall'istesso progresso del teorema, come vedrá benissimo il Sig. Sagredo, dimostrar immediatamente la sesta proposizione dell'Autore: ma basti per ora tal digressione, che forsi gli è riuscita troppo te-

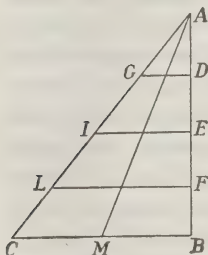
diosa, benché veramente di profitto in queste materie del moto.

SAGR. Anzi di mio grandissimo gusto, e necessarissima alla perfetta intelligenza di quel pripcipio.

SAL. Ripiglierò dunque la lettura del testo.

THEOREMA III, PROPOSITIO III.

Si super plano inclinato atque in perpendiculo, quorum eadem sit altitudo, feratur ex quiete idem mobile, tempora lationum erunt inter se ut plani ipsius et perpendiculi longitudines.

Sit planum inclinatum A C, *et perpendiculum* A B, *quorum eadem sit altitudo supra horizontem* C B, *nempe ipsamet linea* B A: *dico, tempus descensus eiusdem mobilis super plano* A C, *ad tempus casus in perpendiculo* A B, *eam habere rationem, quam habet longitudo plani* A C *ad ipsius perpendiculi* A B *longitudinem. Intelligantur enim quotlibet lineæ* D G, E I, F L, *horizonti* C B *parallelæ: constat ex assumpto, gradus velocitatis mobilis ex* A, *primo motus initio, in punctis* G, D *acquisitos, esse æquales, cum accessus ad horizontem æquales sint; similiter, gradus in punctis* I, E *iidem erunt, nec non gradus in* L *et* F. *Quod si non hæ tantum parallelæ, sed ex punctis omnibus lineæ* A B *usque ad lineam* A C *protractæ intelligantur, momenta seu gradus velocitatum in terminis singularum parallelarum semper erunt inter se paria. Conficiuntur itaque spatia duo* A C, A B *iisdem gradibus velocitatis. Sed demonstratum est, quod si duo spatia conficiantur a mobili quod iisdem velocitatis gradibus feratur, quam rationem habent ipsa spatia, eamdem habent tempora lationum;*

ergo tempus lationis per A C *ad tempus per* A B *est ut longitudo plani* A C *ad longitudinem perpendiculi* A B: *quod erat demonstrandum.*

SAGR. Parmi che assai chiaramente e con brevitá si poteva concludere il medesimo, essendosi giá concluso che la somma del moto accelerato de i passaggi per A C, A B è quanto il moto equabile il cui grado di velocitá sia sudduplo al grado massimo C B; essendo dunque passati li due spazii A C, A B con l'istesso moto equabile, giá è manifesto, per la proposizione prima del primo, che i tempi de' passaggi saranno come gli spazii medesimi.

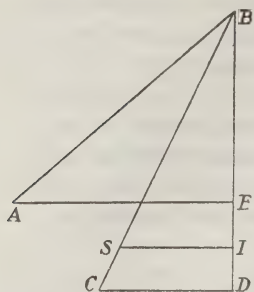
COROLLARIUM.

Hinc colligitur, tempora descensuum super planis diversimode inclinatis, dum tamen eorum eadem sit elevatio, esse inter se ut eorum longitudines. Si enim intelligatur aliud planum A M *ex* A *ad eundem horizontem* C B *terminatum, demonstrabitur pariter, tempus descensus per* A M *ad tempus per* A B *esse ut linea* A M *ad* A B; *ut autem tempus* A B *ad tempus per* A C, *ita linea* A B *ad* A C; *ergo, ex æquali, ut* A M *ad* A C, *ita tempus per* A M *ad tempus per* A C.

THEOREMA IV, PROPOSITIO IV.

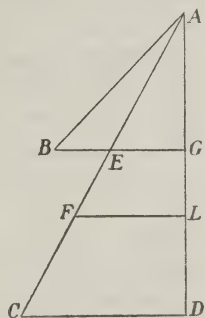
Tempora lationum super planis æqualibus, sed inæqualiter inclinatis, sunt inter se in subdupla ratione elevationum eorumdem planorum permutatim accepta.

Sint ex eodem termino B *plana æqualia, sed inæqualiter inclinata,* B A, B C; *et ductis* A E, C D, *lineis horizontalibus, ad perpendiculum usque* B D, *esto plani* B A *elevatio* B E, *plani vero* B C *elevatio sit* B D; *et ipsarum*

elevationum DB, BE *media proportionalis sit* BI: *constat, rationem* DB *ad* BI *esse subduplam rationis* DB *ad* BE. *Dico iam, rationem temporum descensuum seu lationum super planis* BA, BC *esse eamdem cum ratione* DB *ad* BI *permutatim assumpta, ut scilicet temporis per* BA *homologa sit elevatio alterius plani* BC, *nempe* BD, *temporis vero per* BC *homologa sit* BI. *Demonstrandum proinde est, tempus per* BA *ad tempus per* BC *esse ut* DB *ad* BI. *Ducatur* IS, *ipsi* DC *æquidistans: et quia iam demonstratum est, tempus descensus per* BA *ad tempus casus per perpendiculum* BE *esse ut ipsa* BA *ad* BE, *tempus vero per* BE *ad tempus per* BD *ut* BE *ad* BI, *tempus vero per* BD *ad tempus per* BC *ut* BD *ad* BC, *seu* BI *ad* BS, *ergo, ex æquali, tempus per* BA *ad tempus per* BC *erit ut* BA *ad* BS, *seu* CB *ad* BS; *est autem* CB *ad* BS *ut* DB *ad* BI; *ergo patet propositum.*

THEOREMA V, PROPOSITIO V.

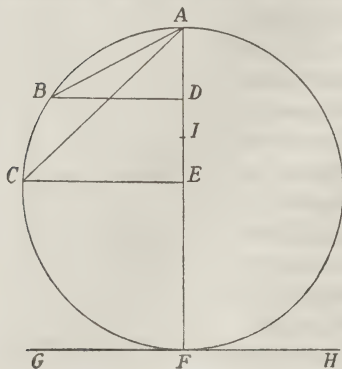
Ratio temporum descensuum super planis, quorum diversæ sint inclinationes et longitudines, nec non elevationes inæquales, componitur ex ratione longitudinum ipsorum planorum et ex ratione subdupla elevationum eorumdem permutatim accepta.

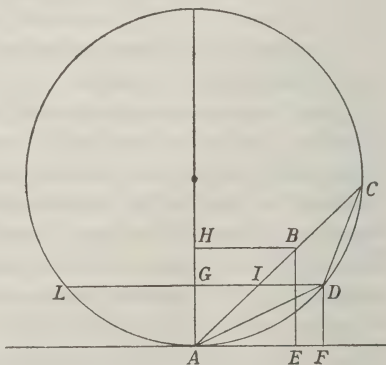
Sint plana AB, AC *diversimode inclinata, quorum longitudines sint inæquales, et inæquales quoque elevationes: dico, rationem temporis descensus per* AC *ad tempus per* AB *compositam esse ex ratione ipsius* AC *ad* AB *et ex subdupla elevationum earumdem permutatim accepta. Ducatur enim perpendiculum* AD, *cui*

occurrant horizontales BG, CD, *et inter elevationes* DA, AG *media sit* AL; *ex puncto vero* L *ducta parallela horizonti occurrat plano* AC *in* F: *erit quoque* AF *media inter* CA, AE. *Et quia tempus per* AC *ad tempus per* AE *est ut linea* FA *ad* AE, *tempus vero per* AE *ad tempus per* AB *ut eadem* AE *ad eamdem* AB; *patet, tempus per* AC *ad tempus per* AB *esse ut* AF *ad* AB: *demonstrandum itaque restat, rationem* AF *ad* AB *componi ex ratione* CA *ad* AB *et ex ratione* GA *ad* AL, *quæ est ratio subdupla elevationum* DA, AG *permutatim accepta. Id autem manifestum fit, posita* CA *inter* FA, AB: *ratio enim* FA *ad* AC *est eadem cum ratione* LA *ad* AD, *seu* GA *ad* AL, *quæ est subdupla rationis elevationum* GA, AD; *et ratio* CA *ad* AB *est ipsamet ratio longitudinum; ergo patet propositum.*

THEOREMA VI, PROPOSITIO VI.

Si a puncto sublimi vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur quælibet plana usque ad circumferentiam inclinata, tempora descensuum per ipsa erunt æqualia.

Sit circulus ad horizontem GH *erectus, cuius ex imo puncto, nempe ex contactu cum horizontali, sit erecta diameter* FA, *et ex puncto sublimi* A *plana quælibet inclinentur usque ad circumferentiam* AB, AC: *dico, tempora descensuum per ipsa esse æqualia. Ducantur* BD, CE *ad diametrum perpendiculares, et inter planorum* EA, AD *altitudines media sit proportionalis* AI: *et quia rectangula* FAE, FAD *æqualia sunt quadratis* AC, AB; *ut autem rectangulum* FAE *ad rectangulum*

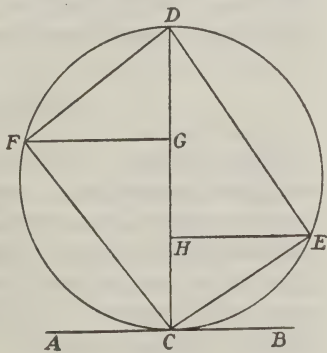
F A D, *ita* E A *ad* A D; *ergo ut quadratum* C A *ad quadratum* AB, *ita* E A *linea ad lineam* A D. *Verum ut linea* E A *ad* D A, *ita quadratum* I A *ad quadratum* A D; *ergo quadrata linearum* C A, A B *sunt inter se ut quadrata linearum* I A, A D, *et ideo ut* C A *linea ad* A B, *ita* I A *ad* A D. *At in præcedenti demonstratum est, rationem temporis descensus per* A C *ad tempus descensus per* A B *componi ex rationibus* C A *ad* A B *et* D A *ad* A I, *quæ est eadem cum ratione* B A *ad* A C; *ergo ratio temporis descensus per* A C *ad tempus descensus per* A B *componitur ex rationibus* C A *ad* AB *et* BA *ad* AC; *est igitur ratio eorumdem temporum ratio æqualitatis: ergo patet propositum.*

Idem aliter demonstratur ex mechanicis: nempe, in sequenti figura, mobile temporibus æqualibus pertransire C A, D A.

Sit enim B A *æqualis ipsi* D A, *et ducantur perpendiculares* B E, D F: *constat ex elementis mechanicis, momentum ponderis super plano secundum lineam* A B C *elevato ad momentum suum totale esse ut* BE *ad* BA, *eiusdemque ponderis momentum super eleva-*

tione A D *ad totale suum momentum esse ut* D F *ad* D A *vel* B A; *ergo eiusdem ponderis momentum super plano secundum* D A *inclinato ad momentum super inclinatione secundum* A B C *est ut linea* D F *ad lineam* B E; *quare spatia, quæ pertransibit idem pondus temporibus æqualibus super inclinationibus* C A, D A, *erunt inter se ut lineæ* B E, D F, *ex propositione secunda primi libri. Verum ut* B E *ad* D F, *ita demonstratur se habere* A C *ad* D A; *ergo idem mobile temporibus æqualibus pertransibit lineas* C A, D A.

Esse autem ut B E *ad* D F, *ita* C A *ad* D A, *ita demonstratur:*

Iungatur C D, *et per* D *et* B, *ipsi* A F *parallelæ, agantur* D G L, *secans* C A *in puncto* I, *et* B H: *eritque angulus* ADI *æqualis angulo* DCA, *cum circumferentiis* L A, AD *æqualibus insistant, estque angulus* DAC *communis. Ergo triangulorum æquiangulorum* C A D, D A I *latera circa æquales angulos proportionalia erunt, et ut* CA *ad* AD, *ita* DA *ad* AI, *id est* BA *ad* AI, *seu* HA *ad* A G, *hoc est* B E *ad* D F: *quod erat probandum.*

Aliter idem magis expedite demonstrabitur sic:

Sit ad horizontem AB *erectus circulus, cuius diameter* CD *ad horizontem sit perpendicularis; ex termino autem sublimi* D *inclinetur ad circumferentiam usque quodlibet planum* D F: *dico, descensum per planum* D F, *et casum per diametrum* DC *eiusdem mobilis, temporibus æqualibus absolvi. Ducatur enim* F G *horizonti* A B *parallela, quæ erit ad diametrum* DC *perpendicularis, et connectatur* F C: *et quia tempus casus per* DC *ad tempus*

casus per DG *est ut media proportionalis inter* CD, DG *ad ipsam* DG; *media autem inter* CD, DG *est* DF, *cum angulus* DFC *in semicirculo sit rectus, et* FG *perpendicularis ad* DC; *tempus itaque casus per* DC *ad tempus casus per* DG *est ut linea* FD *ad* DG. *Sed iam demonstratum est, tempus descensus per* DF *ad tempus casus per* DG *esse ut eadem linea* DF *ad* DG; *tempora igitur descensus per* DF *et casus per* DC *ad idem tempus casus per* DG *eamdem habent rationem; ergo sunt æqualia. Similiter demonstrabitur, si ab imo termino* C *elevetur chorda* CE, *ducta* EH *horizonti parallela et iuncta* ED, *tempus descensus per* EC *æquari tempori casus per diametrum* DC.

COROLLARIUM I.

Hinc colligitur, tempora descensuum per chordas omnes ex terminis C *seu* D *perductas, esse inter se æqualia.*

COROLLARIUM II.

Colligitur etiam, quod si ab eodem puncto descendant perpendiculum et planum inclinatum, super quæ descensus fiant temporibus æqualibus, eadem esse in semicirculo, cuius diameter est perpendiculum ipsum.

COROLLARIUM III.

Hinc colligitur, lationum tempora super planis inclinatis tunc esse æqualia, quando elevationes partium æqualium eorumdem planorum fuerint inter se ut eorumdem planorum longitudines: ostensum enim est, tempora per CA, DA, *in penultima figura, esse æqualia, dum elevatio partis* AB, *æqualis* AD, *nempe* BE, *ad elevationem* DF *fuerit ut* CA *ad* DA.

SAGR. Sospenda in grazia V. S. per un poco la lettura delle cose che seguono, sin che io mi vo risolvendo sopra certa contemplazione che pur ora mi si rivolge per la mente; la quale, quando non sia una fallacia, non è lontana dall'essere uno scherzo grazioso, quali sono tutti quelli della natura o della necessitá.

È manifesto, che se da un punto segnato in un piano orizontale si faranno produr sopra 'l medesimo piano infinite linee rette per tutti i versi, sopra ciascuna delle quali s'intenda muoversi un punto con moto equabile cominciandosi a muover tutti nell'istesso momento di tempo dal segnato punto, e che siano le velocitá di tutti eguali, si verranno conseguentemente a figurar da essi punti mobili circonferenze di cerchi, tuttavia maggiori e maggiori, concentrici tutti intorno al primo punto segnato; giusto in quella maniera che vediamo farsi dall'ondette dell'acqua stagnante, dopo che da alto vi sia caduto un sassetto, la percossa del quale serve per dar principio di moto verso tutte le parti, e resta come centro di tutti i cerchi che vengon disegnati, successivamente maggiori e maggiori, da esse ondette. Ma se noi intenderemo un piano eretto all'orizonte, ed in esso piano notato un punto sublime, dal quale si portano infinite linee inclinate secondo tutte le inclinazioni, sopra le quali ci figuriamo descender mobili gravi, ciascheduno con moto naturalmente accelerato, con quelle velocitá che alle diverse inclinazioni convengono; posto che tali mobili descendenti fusser continuamente visibili, in che sorti di linee gli vedremmo noi continuamente disposti? Qui nasce la mia maraviglia, mentre le precedenti dimostrazioni mi assicurano che si vedranno sempre tutti nell'istessa circonferenza di cerchi successivamente crescenti, secondo che i mobili nello scendere si vanno piú e piú successivamente allontanando dal punto subblime, dove fu il principio della lor caduta. E per meglio dichiararmi, segnisi il punto subblime A, dal

quale descendano linee secondo qualisivogliano inclinazioni AF, AH, e la perpendicolare AB, nella quale presi i punti C, D descrivansi intorno ad essi cerchi che passino per il punto A, segando le linee inclinate ne i punti F, H, B, E, G, I: è manifesto, per le antecedenti dimostrazioni, che partendosi nell'istesso tempo dal termine A mobili descendenti per esse linee, quando l'uno sará in E, l'altro sará in G e l'altro in I; e cosí, continuando di scendere, si troveranno nell'istesso momento di tempo in F, H, B; e continuando di muoversi questi ed altri infiniti per le infinite diverse inclinazioni, si troveranno sempre successivamente nelle medesime circonferenze, fatte maggiori e maggiori in infinito. Dalle due specie dunque di moti, delle quali la natura si serve, nasce con mirabil corrispondente diversitá la generazione di cerchi infiniti: quella si pone, come in sua sede e principio originario, nel centro d'infiniti cerchi concentrici; questa si costituisce nel contatto subblime delle infinite circonferenze di cerchi, tutti tra loro eccentrici: quelli nascono da moti tutti eguali ed equabili; questi, da moti tutti sempre inequabili in se stessi, e diseguali l'uno dall'altro tutti, che sopra le differenti infinite inclinazioni si esercitano. Ma piú aggiunghiamo, che se da i due punti assegnati per le emanazioni noi intenderemo eccitarsi linee non per due superficie sole, orizontale ed eretta, ma per tutti i versi, sí come da quelle, cominciandosi da un sol punto, si passava alla produzzione di cerchi, dal minimo al massimo, cosí, cominciandosi da un sol punto, si ver-

ranno producendo infinite sfere, o vogliam dire una sfera che in infinite grandezze si andrá ampiando, e questo in due maniere: cioè, o col por l'origine nel centro, o vero nella circonferenza di tali sfere.

SAL. La contemplazione è veramente bellissima, e proporzionata all'ingegno del Sig. Sagredo.

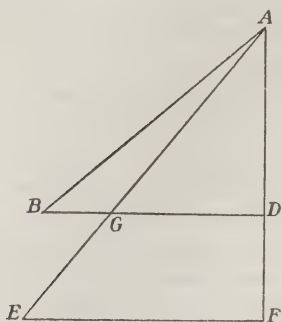
SIMPL. Io, restando al meno capace della contemplazione sopra le due maniere del prodursi, con li due diversi moti naturali, i cerchi e le sfere, se bene della produzzione dependente dal moto accelerato e della sua dimostrazione non son del tutto intelligente, tuttavia quel potersi assegnare per luogo di tale emanazione tanto il centro infimo quanto l'altissima sferica superficie, mi fa credere che possa essere che qualche gran misterio si contenga in queste vere ed ammirande conclusioni; misterio, dico, attenente alla creazione dell'universo, il quale si stima essere di forma sferica, ed alla residenza della prima causa.

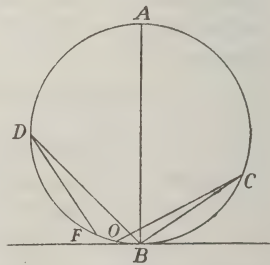
SAL. Io non ho repugnanza al creder l'istesso. Ma simili profonde contemplazioni si aspettano a piú alte dottrine che le nostre: ed a noi deve bastare d'esser quei men degni artefici, che dalle fodine scuoprono e cavano i marmi, ne i quali poi gli scultori industri fanno apparire maravigliose immagini, che sotto roza ed informe scorza stavano ascoste. Or, se cosí vi piace, seguiremo avanti.

THEOREMA VII, PROPOSITIO VII.

> *Si elevationes duorum planorum duplam habuerint rationem eius quam habeant eorumdem planorum longitudines, lationes ex quiete in ipsis, temporibus æqualibus absolventur.*

Sint plana inæqualia et inæqualiter inclinata AE, AB, *quorum elevationes sint* FA, DA; *et quam rationem habet* AE *ad* AB, *eamdem duplicatam habeat* FA *ad*

D A: *dico, tempora lationum super planis* A E, A B *ex quiete in* A *esse æqualia. Ductæ sint parallelæ horizontales ad lineam elevationum* E F *et* D B *quæ secet* A E *in* G: *et quia ratio* F A *ad* A D *dupla est rationis* E A *ad* A B, *et ut* F A *ad* A D, *ita* E A *ad* A G, *ergo ratio* E A *ad* A G *dupla est rationis* E A *ad* A B; *ergo* A B *media est inter* E A, A G. *Et quia tempus descensus per* A B *ad tempus per* A G *est ut* A B *ad* A G, *tempus autem descensus per* A G *ad tempus per* A E *est ut* A G *ad mediam inter* A G, A E, *quæ est* A B, *ergo, ex æquali, tempus per* A B *ad tempus per* A E *est ut* A B *ad se ipsam; sunt igitur tempora æqualia: quod erat demonstrandum.*

THEOREMA VIII, PROPOSITIO VIII.

In planis ab eodem sectis circulo ad horizontem erecto, in iis quæ cum termino diametri erecti conveniunt, sive imo sive sublimi, lationem tempora sunt æqualia tempori casus in diametro; in illis vero quæ ad diametrum non pertingunt, tempora sunt breviora; in eis tandem quæ diametrum secant, sunt longiora.

Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis A B. *De planis ex terminis* A, B *ad circumferentiam usque productis, quod tempora*

lationum super eis sint æqualia, iam demonstratum est. De plano DF *ad diametrum non pertingente, quod tempus descensus in eo sit brevius, demonstratur ducto plano* DB, *quod et longius erit et minus declive quam* DF; *ergo tempus per* DF *brevius quam per* DB, *hoc est per* AB. *De plano vero diametrum secante, ut* CO, *quod tempus descensus in eo sit longius, itidem constat; est enim et longius et minus declive quam* CB. *Ergo patet propositum.*

THEOREMA IX, PROPOSITIO IX.

Si a puncto in linea horizonti parallela duo plana utcunque inclinentur, et a linea secentur, quæ cum ipsis angulos faciat permutatim æquales angulis ab iisdem planis et horizontali contentis, lationes in partibus a dicta linea sectis, temporibus æqualibus absolventur.

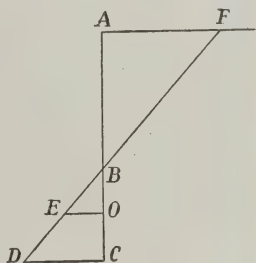
Ex puncto C *horizontalis lineæ* X *duo plana utcumque inflectantur* CD, CE, *et in quolibet puncto lineæ* CD *constituatur angulus* CDF, *angulo* XCE *æqualis; secet autem linea* DF *planum* CE *in* F, *adeo ut anguli* CDF, CFD *angulis* XCE, LCD *permutatim sumptis sint æquales: dico, tempora descensuum per* CD, CF *esse æqualia. Quod autem (posito angulo* CDF *æquali angulo* XCE) *angulus* CFD *sit æqualis angulo* DCL, *manifestum est. Dempto enim angulo communi* DCF, *ex tribus angulis trianguli* CDF, *æqualibus duobus rectis, quibus æquantur anguli omnes ad lineam* LX *in puncto* C *constitutis, remanent in triangulo duo* CDF, CFD, *duobus* XCE, LCD *æquales; positus autem est* CDF *ipsi* XCE *æqualis; ergo reliquus* CFD

reliquo DCL. *Ponatur planum* CE *æquale plano* CD, *et ex punctis* D, E *perpendiculares agantur* DA, EB *ad horizontalem* XL, *ex* C *vero ad* DF *ducatur perpendicularis* CG; *et quia angulus* CDG *angulo* ECB *est æqualis, et recti sunt* DGC, CBE, *erunt trianguli* CDG, CBE *æquianguli, et ut* DC *ad* CG, *ita* CE *ad* EB: *est autem* DC *æqualis* CE: *ergo* CG *æqualis erit* BE: *cumque triangulorum* DAC, CGF *anguli* C, A *angulis* F, G *sint æquales, erit ut* CD *ad* DA, *ita* FC *ad* CG, *et, permutando, ut* DC *ad* CF, *ita* DA *ad* CG *seu* BE. *Ratio itaque elevationum planorum æqualium* CD, CE *est eadem cum ratione longitudinum* DC, CF; *ergo, ex corollario primo præcedentis propositionis sextae, tempora descensuum in ipsis erunt æqualia: quod erat probandum.*

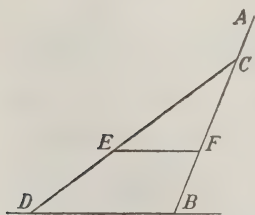
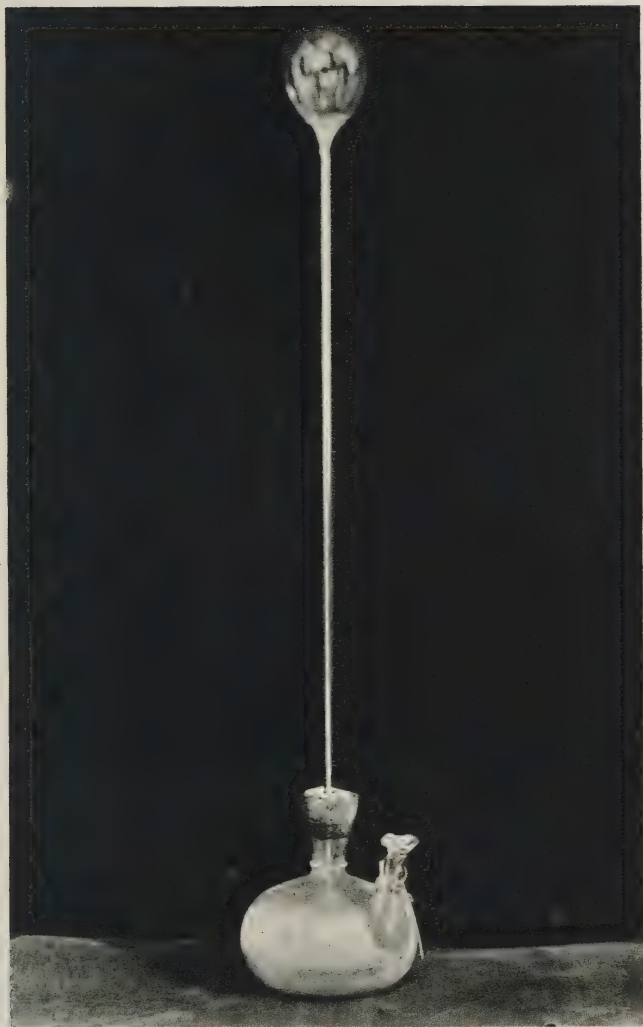
Aliter idem: ducta FS *perpendiculari ad horizontalem* AS. *Quia triangulum* CSF *simile est triangulo* DGC, *erit ut* SF *ad* FC, *ita* GC *ad* CD; *et quia triangulum* CFG *simile est triangulo* DCA, *erit ut* FC *ad* GC, *ita* CD *ad* DA; *ergo, ex æquali, ut* SF *ad* CG, *ita* CG *ad* DA: *media est igitur* CG *inter* SF, DA, *et ut* DA *ad* SF, *ita quadratum* DA *ad quadratum* CG. *Rursus, cum triangulum* ACD *simile sit triangulo* CGF, *erit ut* DA *ad* DC, *ita* GC *ad* CF, *et, permutando, ut* DA *ad* CG, *ita* DC *ad* CF, *et ut quadratum* DA *ad quadratum* CG, *ita quadratum* DC *ad quadratum* CF; *sed ostensum est, quadratum* DA *ad quadratum* CG *esse ut linea* DA *ad lineam* FS; *ergo, ut quadratum* DC *ad quadratum* CF, *ita linea* DA *ad* FS; *ergo, ex præcedenti septima, cum planorum* CD, CF *elevationes* DA, FS *duplam habeant rationem eorumdem planorum, tempora lationum per ipsa erunt æqualia.*

THEOREMA X, PROPOSITIO X.

Tempora lationum super diversas planorum inclinationes, quorum elevationes sint æquales, sunt inter se ut eorumdem planorum longitudines, sive fiant lationes ex quiete, sive præcedat illis ratio ex eadem altitudine.

Fiant lationes per ABC *et per* ABD *usque ad horizontem* DC, *adeo ut latio per* AB *præcedat lationibus per* BD *et per* BC: *dico, tempus lationis per* BD *ad tempus per* BC *esse ut* BD *longitudo ad* BC. *Ducatur* AF *horizonti parallela, ad quam extendatur* DB *occurrens in* F, *et ipsarum* DF, FB *media sit* FE; *et ducta* EO *ipsi* DC *parallela, erit* AO *media inter* CA, AB. *Quod si intelligatur, tempus per* AB *esse ut* AB, *erit tempus per* FB *ut* FB, *et tempus per totam* AC *erit ut media* AO, *per totam vero* FD *erit* FE; *quare tempus per reliquam* BC *erit* BO, *per reliquam vero* BD *erit* BE: *verum ut* BE *ad* BO, *ita est* BD *ad* BC: *ergo tempora per* BD, BC *post casus per* AB, FB, *seu, quod idem est, per communem* AB, *erunt inter se ut longitudines* BD, BC. *Esse autem tempus per* BD *ad tempus per* BC *ex quiete in B ut longitudo* BD *ad* BC, *supra demonstratum est. Sunt igitur tempora lationum per plana diversa, quorum æquales sint elevationes, inter se ut eorumdem planorum longitudines, sive motus fiat in ipsis ex quiete, sive lationibus iisdem præcedat alia latio ex eadem altitudine: quod erat ostendendum.*

THEOREMA XI, PROPOSITIO XI.

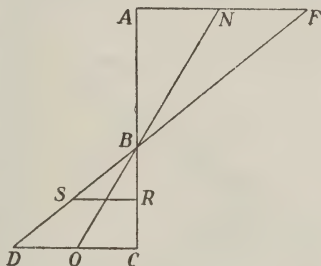
Si planum, in quo fit motus ex quiete, dividatur utcunque, tempus lationis per priorem partem ad tempus lationis per sequentem est ut ipsamet prima pars ad excessum quo eadem pars superatur a media proportionali inter totum planum et primam eamdem partem.

Fiat latio per totam AB *ex quiete in* A, *quæ in* C *divisa sit utcumque; totius autem* BA *et prioris partis* AC *media sit proportionalis* AF; *erit* CF *excessus mediæ* FA *super partem* AC: *dico, tempus lationis per* AC *ad tempus sequentis lationis per* CB *esse ut* AC *ad* CF. *Quod patet: nam tempus per* AC *ad tempus per totam* AB *est ut* AC *ad mediam* AF; *ergo, dividendo, tempus per* AC *ad tempus per reliquam* CB *erit ut* AC *ad* CF. *Si itaque intelligatur, tempus per* AC *esse ipsamet* AC, *tempus per* CB *erit* CF: *quod est propositum.*

Quod si motus non fiat per continuatam ACB, *sed per inflexas* ACD *usque ad horizontem* BD, *cui ex* F *parallela ducta sit* FE, *demonstrabitur pariter, tempus per* AC *ad tempus per reflexam* CD *esse ut* AC *ad* CE. *Nam tempus per* AC *ad tempus per* CB *est ut* AC *ad* CF; *tempus vero per* CB *post* AC *ad tempus per* CD *post eumdem descensum per* AC *demonstratum est esse ut* CB *ad* CD, *hoc est ut* CF *ad* CE; *ergo, ex æquali, tempus per* AC *ad tempus per* CD *erit ut* AC *linea ad* CE.

TERMOSCOPIO DI GALILEO

(Firenze, Museo di Storia della Scienza)

THEOREMA XII, PROPOSITIO XII.

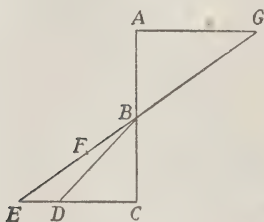
Si perpendiculum et planum utcunque inclinatum secentur inter easdem horizontales lineas, sumanturque media proportionalia ipsorum et partium suarum a communi sectione et horizontali superiori comprehensarum, tempus lationis in perpendiculo ad tempus lationis factæ in parte superiori perpendiculi, et consequenter in inferiori secantis plani, eam habebit rationem, quam habet tota perpendiculi longitudo ad lineam compositam ex media in perpendiculo sumpta et ex excessu quo totum planum inclinatum suam mediam superat.

Sint horizontes superior A F, *inferior* C D, *inter quos secentur perpendiculum* A C *et planum inclinatum* D F *in* B, *et totius perpendiculi* C A *et superioris partis* AB *media sit* A R, *totius vero* D F *et superioris partis* B F *media sit* F S: *dico, tempus casus per totum perpendiculum* A C *ad tempus per suam superiorem partem* A B *cum inferiori plano, nempe cum* B D, *eam habere rationem, quam habet* A C *ad mediam perpendiculi, scilicet* A R, *cum* S D, *quæ est excessus totius plani* D F *super suam mediam* F S. *Connectatur* R S, *quæ erit horizontalibus parallela: et quia tempus casus per totam* A C *ad tempus per partem* A B *est ut* C A *ad mediam* A R, *si intelligamus,* A C *esse tempus casus per* A C, *erit* A R *tempus casus per* A B, *et* R C *per reliquam* B C. *Quod si tempus per* A C *ponatur, uti factum est, ipsa* A C, *tempus per* F D *erit* F D, *et pariter concludetur,* D S *esse tempus per* B D *post* F B, *seu post* A B. *Tempus igitur per totam*

A C *est* A R *cum* R C; *per inflexas vero* A B D *erit* A R *cum* S D: *quod erat probandum.*

Idem accidit si loco perpendiculi ponatur aliud planum, quale, v. g., N O; *eademque est demonstratio.*

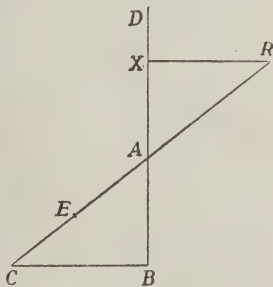
PROBLEMA I, PROPOSITIO XIII.

Dato perpendiculo, ad ipsum planum inflectere, in quo, cum ipsum habeat cum dato perpendiculo eandem elevationem, fiat motus post casum in perpendiculo eodem tempore, ac in eodem perpendiculo ex quiete.

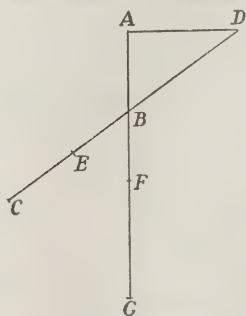
Sit datum perpendiculum A B, *cui, extenso in* C, *ponatur pars* B C *æqualis, et ducantur horizontales* C E, A G: *oportet, ex* B *planum usque ad horizontem* C E *inflectere, in quo fiat motus post casum ex* A *eodem tempore, ac in* A B *ex quiete in* A. *Ponatur* C D *æqualis* C B, *et ducta* B D, *applicetur* B E *æqualis utrisque* B D, D C: *dico,* B E *esse planum quæsitum. Producatur* E B, *occurrens horizonti* A G *in* G, *et ipsarum* E G, G B *media sit* G F;

erit E F *ad* F B *ut* E G *ad* G F, *et quadratum* E F *ad quadratum* F B *ut quadratum* E G *ad quadratum* G F, *hoc est ut linea* E G *ad* G B: *est autem* E G *dupla* G B: *ergo quadratum* E F *duplum quadrati* F B. *Verum quadratum quoque* D B *duplum est quadrati* B C; *ergo ut linea* E F *ad* F B, *ita* D B *ad* B C, *et, componendo et permutando, ut* E B *ad duas* D B, B C, *ita* B F *ad* B C: *sed* B E *duabus* D B, B C *est æqualis: ergo* B F *ipsi* B C, *seu* B A, *æqualis est. Si igitur intelligatur,* A B *esse tempus casus per* A B, *erit* G B *tempus per* G B, *et* G F *tempus per totam* G E; *ergo* B F *erit tempus per reliquam* B E *post casum ex* G, *seu ex* A: *quod erat propositum.*

PROBLEMA II, PROPOSITIO XIV.

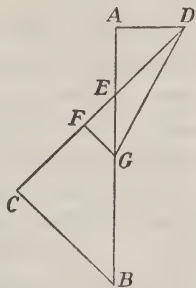
Dato perpendiculo et plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo superiori reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo conficitur planum inclinatum post casum in parte reperta in perpendiculo.

Sit perpendiculum D B, *et planum ad ipsum inclinatum* A C: *oportet, in perpendiculo* A D *partem reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo post casum in ea conficitur planum* A C. *Ducatur horizontalis* C B, *et ut* B A *cum dupla* A C *ad* A C, *ita fiat* C A *ad* A E, *et ut* BA *ad* AC, *ita fiat* EA *ad* AR, *et ab* R *ducatur perpendicularis* R X *ad* D B: *dico,* X *esse punctum quæsitum. Et quia ut* B A *cum dupla* AC *ad* AC, *ita* CA *ad* A E, *dividendo erit ut* B A *cum* A C *ad* A C, *ita* C E *ad* E A; *et quia ut* B A *ad* A C, *ita* E A *ad* A R, *erit, componendo, ut* B A *cum* A C *ad* A C, *ita* E R *ad* R A: *sed ut* B A *cum* A C *ad* A C, *ita est* C E *ad* E A: *ergo ut* C E *ad* E A, *ita* E R *ad* R A, *et ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe* C R *ad* R E. *Sunt itaque* C R, R E, R A *proportionales. Amplius, quia ut* B A *ad* A C, *ita posita est* E A *ad* A R, *et, propter similitudinem triangulorum, ut* B A *ad* A C, *ita* X A *ad* A R, *ergo ut* E A *ad* A R, *ita* X A *ad* A R: *sunt itaque* E A, X A *æquales. Modo si intelligamus, tempus per* R A *esse ut* R A, *tempus per* R C *erit* R E, *media inter* C R, R A, *et* A E *erit tempus per* A C *post* R A, *sive post* X A: *verum tempus per* X A *est* X A, *dum* R A *est tempus per* R A: *ostensum autem est,* X A, A E *esse æquales: ergo patet propositum.*

PROBLEMA III, PROPOSITIO XV.

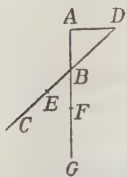
Dato perpendiculo et plano ad ipsum inflexo, partem in perpendiculo infra extenso reperire, quæ tempore eodem conficiatur ac planum inflexum post casum ex dato perpendiculo.

Sit perpendiculum A B, *et planum ad ipsum inflexum* B C: *oportet, in perpendiculo infra extenso partem reperire, quæ ex casu ab* A *conficiatur tempore eodem atque* B C *ex eodem casu ab* A. *Ducatur horizontalis* A D, *cui occurrat* C B *extensa in* D, *et ipsarum* C D, D B *media sit* D E, *et* B F *ponatur æqualis* B E; *deinde ipsarum* B A, A F *tertia proportionalis sit* A G: *dico,* B G *esse spatium quod post casum* A B *conficitur tempore eodem ac planum* B C *post eundem casum. Si enim ponamus, tempus per* A B *esse ut* A B, *erit tempus* D B *ut* D B; *et quia* D E *est media inter* B D, D C, *erit eadem* D E *tempus per totam* D C, *et* B E *tempus per reliquam* B C *ex quiete in* D, *seu ex casu* A B. *Et similiter concludetur,* B F *esse tempus per* B G, *post casum eundem; est autem* B F *æqualis* B E; *ergo patet propositum.*

THEOREMA XIII, PROPOSITIO XVI.

Si plani inclinati et perpendiculi partes, quarum tempora lationum ex quiete sint æqualia, ad idem punctum componantur, mobile veniens ex qualibet altitudine sublimiori, citius absolvet eandem partem plani inclinati, quam ipsam partem perpendiculi.

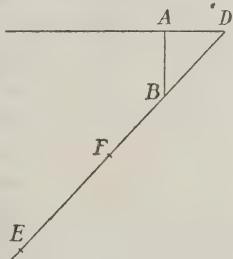
Sit perpendiculum E B *et planum inclinatum* C E, *ad idem punctum* E *composita, quorum tempora lationum ex quiete in* E *sint æqualia; et in perpendiculo extenso sumptum sit quodlibet punctum sublime* A, *ex quo demittantur mobilia: dico, tempore breviori absolvi planum inclinatum* E C, *quam perpendiculum* E B *post casum* A E. *Jungatur* C B, *et ducta horizontali* A D, *extendatur* C E, *illi occurrens in* D, *et* C D, D E *media proportionalis sit* D F, *ipsarum vero* B A, A E *media sit* A G, *et ducantur* F G, D G: *et quia tempora lationum per* E C, E B *ex quiete in* E *sunt æqualia, erit angulus* C *rectus, ex corollario secundo propositionis sextæ; estque rectus* A, *et anguli ad verticem* E *æquales, triangula igitur* A E D, C E B *sunt æquiangula, et latera circa æquales angulos proportionalia; ergo ut* B E *ad* E C, *ita* D E *ad* E A. *Rectangulum ergo* B E A *est æquale rectangulo* C E D; *et quia rectangulum* C D E *superat rectangulum* C D E *quadrato* E D, *rectangulum vero* B A E *superat rectangulum* B E A *quadrato* E A, *excessus rectanguli* C D E *super rectangulo* B A E, *hoc est quadrati* F D *super quadrato* A G, *erit idem cum excessu quadrati* D E *super quadrato* A E, *qui excessus est quadratum* D A. *Est igitur quadratum* F D *æquale duobus quadratis* G A, A D, *quibus est quoque æquale quadratum* G D; *ergo linea* D F *ipsi* D G *est æqualis, et angulus* D G F *æqualis angulo* D F G, *et angulus* E G F *minor angulo* E F G, *et latus oppositum* E F *minus latere* E G. *Modo si intelligamus, tempus casus per* A E *esse ut* A E, *erit tempus per* D E *ut* D E; *cumque* A G *media sit inter* B A, A E, *erit* A G *tempus per totam* A B, *et reliqua* E G *erit tempus per reliquam* E B *ex*

quiete in A; *et similiter concludetur,* E F *esse tempus per* E C *post descensum* D E, *seu post casum* A E: *demonstratum autem est,* E F *minorem esse quam* E G: *ergo patet propositum.*

COROLLARIUM.

Ex hac atque ex præcedenti constat, spatium quod conficitur in perpendiculo post casum ex sublimi, tempore eodem quo conficitur planum inclinatum, minus esse eo quod conficitur tempore eodem atque in inclinato non præcedente casu ex sublimi, maius tamen quam idem planum inclinatum. Cum enim modo demonstratum sit, quod mobilium venientium ex termino sublimi A, *tempus conversi per* E C *brevius sit tempore procedentis per* E B, *constat, spatium quod conficitur per* E B *tempore æquali tempori per* E C, *minus esse toto spatio* E B. *Quod autem idem spatium perpendiculi maius sit quam* E C, *manifestum fit sumpta figura præcedentis propositionis, in qua partem perpendiculi* B G *confici demonstratum est tempore eodem cum* B C *post casum* A B: *hanc autem* BG *maiorem esse quam* BC, *sic colligitur. Cum* BE, FB *æquales sint,* B A *vero minor* B D, *maiorem rationem habet* F B *ad* B A *quam* E B *ad* B D, *et, componendo,* F A *ad* A B *maiorem habet quam* E D *ad* D B; *est autem ut* F A *ad* A B, *ita* G F *ad* F B *(est enim* A F *media inter* B A, A G), *et, similiter, ut* E D *ad* B D, *ita est* C E *ad* E B; *ergo* G B *ad* B F *maiorem habet rationem quam* C B *ad* B E: *est igitur* G B *maior* B C.

PROBLEMA IV, PROPOSITIO XVII.

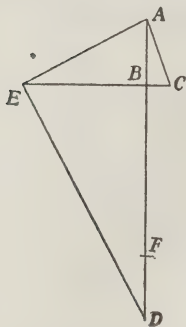
Dato perpendiculo et plano ad ipsum inflexo, in dato plano partem signare, in qua post casum in perpendiculo fiat motus tempore æquali ei, quo mobile datum perpendiculum ex quiete confecit.

Sit perpendiculum AB, *et ad ipsum planum inflexum* BE: *oportet, in* BE *spatium signare, per quod mobile post casum in* AB *moveatur tempore æquali ei, quo ipsum perpendiculum* AB *ex quiete conficit.*

Sit horizontalis linea AD, *cui occurrat in* D *planum extensum, et accipiatur* FB *æqualis* BA, *et fiat ut* BD *ad* DF, *ita* FD *ad* DE: *dico, tempus per* BE *post casum in* AB *æquari tempori per* AB *ex quiete in* A. *Si enim intelligatur,* AB *esse tempus per* AB, *erit* DB *tempus per* DB; *cumque sit ut* BD *ad* DF, *ita* FD *ad* DE, *erit* DF *tempus per totum planum* DE, *et* BF *per partem* BE *ex* D: *sed tempus per* BE *post* DB *est idem ac post* AB: *ergo tempus per* BE *post* AB *erit* BF, *æquale scilicet tempori* AB *ex quiete in* A: *quod erat propositum.*

PROBLEMA V, PROPOSITIO XVIII.

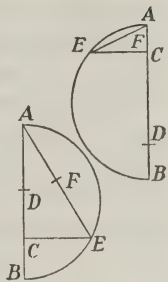
Dato in perpendiculo quovis spatio a principio lationis signato, quod in dato tempore conficiatur, datoque quocunque alio tempore minori, aliud spatium in perpendiculo eodem reperire, quod in dato tempore minori conficiatur.

Sit perpendiculum A, *in quo detur spatium* AB, *cuius tempus ex principio* A *sit* AB, *sitque horizon* CBE, *et detur tempus ipso* AB *minus, cui in horizonte notetur*

æquale B C: *oportet, in eodem perpendiculo spatium eidem* AB *æquale reperire, quod tempore* BC *conficiatur. Jungatur linea* A C, *cumque* B C *minor sit* B A, *erit angulus* B A C *minor angulo* B C A; *constituatur ei æqualis* C A E, *et linea* A E *horizonti occurrat in puncto* E, *ad quam perpendicularis ponatur* E D, *secans perpendiculum in* D, *et linea* D F *ipsi* B A *secetur æqualis: dico, ipsam* F D *esse perpendiculi partem, in qua latio ex principio motus in* A *absolvitur tempore* B C *dato. Cum enim in triangulo rectangulo* A E D *ab angulo recto* E *perpendicularis ad latus oppositum* A D *ducta sit* EB, *erit* AE *media inter* DA, A B, *et* B E *media inter* D B, B A, *seu inter* F A, A B *(est enim* F A *ipsi* D B *æqualis); cumque* A B *positum sit esse tempus per* A, *erit* A E, *seu* E C, *tempus per totam* A D, *et* E B *tempus per* A F; *ergo reliqua* B C *erit tempus per reliquam* F D: *quod erat intentum.*

PROBLEMA VI, PROPOSITIO XIX.

Dato in perpendiculo spatio quocunque a principio lationis peracto, datoque tempore casus, tempus reperire, quo aliud æquale spatium, ubicunque in eodem perpendiculo acceptum, ab eodem mobili consequenter conficiatur.

Sit in perpendiculo A B *quodcunque spatium* A C *ex principio lationis in* A *acceptum, cui æquale sit aliud spatium* D B *ubicunque acceptum, sitque datum tempus lationis per* A C, *sitque illud* A C: *oportet, reperire tempus lationis per* D B *post casum ex* A. *Circa totum* A B *semicirculus describatur* A E B, *et ex* C *ad* A B *perpen-*

dicularis sit C E, *et iungatur* A E, *quæ maior erit quam* E C; *secetur* E F *ipsi* E C *æqualis: dico, reliquum* F A *esse tempus lationis per* D B. *Quia enim* A E *est media inter* B A, A C, *estque* A C *tempus casus per* A C, *erit* A E *tempus per totam* A B; *cumque* C E *media sit inter* D A, A C (*est enim* D A *æqualis ipsi* B C), *erit* C E, *hoc est* E F, *tempus per* A D; *ergo reliqua* A F *est tempus per reliquam* D B: *quod est propositum.*

COROLLARIUM.

Hinc colligitur, quod si alicuius spatii ponatur, tempus ex quiete esse ut ipsummet spatium, tempus illius post aliud spatium adiunctum erit excessus medii inter adiunctum una cum spatio, et ipsum spatium super medium inter primum et adiunctum: veluti, posito quod tempus per A B *ex quiete in* A *sit* A B, *addito* A S, *tempus per* A B *post* S A *erit excessus medii inter* S B, B A *super medium inter* B A, A S.

PROBLEMA VII, PROPOSITIO XX.

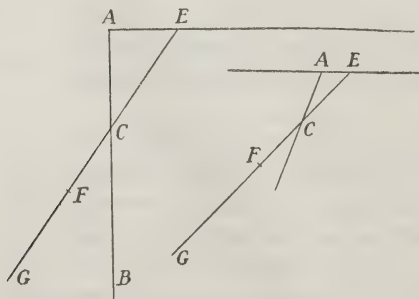
Dato quolibet spatio et parte in eo post principium lationis, partem alteram versus finem reperire, quæ conficiatur tempore eodem ac prima data.

Sit spatium C B, *et in eo pars* C D, *data post principium lationis in* C: *oportet, partem alteram versus finem* B *reperire, quæ conficiatur tempore eodem ac data* C D. *Sumatur media inter* B C, C D, *cui æqualis ponatur* B A; *et ipsarum* B C, C A *tertia proportionalis sit* C E: *dico,* E B *esse spatium quod*

post casum ex C *conficitur tempore eodem ac ipsum* C D. *Si enim intelligamus, tempus per totam* C B *esse ut* C B, *erit* B A (*media scilicet inter* B C, C D) *tempus per* C D; *cumque* C A *media sit inter* B C, C E, *erit* C A *tempus per* C E: *est autem tota* B C *tempus per totam* C B; *ergo reliqua* B A *erit tempus per reliquam* E B *post casum ex* C: *eadem vero* B A *fuit tempus per* C D; *ergo temporibus æqualibus conficiuntur* C D *et* E B *ex quiete in* A: *quod erat faciendum.*

THEOREMA IV, PROPOSITIO XXI.

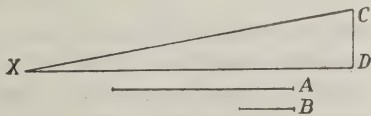
Si in perpendiculo fiat casus ex quiete, in quo a principio lationis sumatur pars, quovis tempore peracta, post quam sequatur motus inflexus per aliquod planum utcunque inclinatum, spatium quod in tali plano conficitur in tempore æquali tempori casus iam peracti in perpendiculo, ad spatium iam peractum in perpendiculo, maius erit quam duplum, minus vero quam triplum.

Infra horizontem A E *sit perpendiculum* A B, *in quo ex principio* A *fiat casus, cuius sumatur quælibet pars* A C; *inde ex* C *inclinetur utcunque planum* C G, *super quo post casum in* A C *continuetur motus: dico, quod spatium tali motu peractum per* C G *in tempore æquali tempori casus per* A C, *est plus quam duplum, minus vero quam triplum, eiusdem spatii* A C. *Ponatur enim* C F *æqualis* A C, *et extenso plano* G C *usque ad*

horizontem in E, *fiat ut* CE *ad* EF, *ita* FE *ad* EG. *Si itaque ponatur, tempus casus per* AC *esse ut linea* AC, *erit* CE *tempus per* EC, *et* CF, *seu* CA, *tempus motus* per CG: *ostendendum itaque est, spatium* CG *ipsius* CA *maius esse quam duplum, minus vero quam triplum. Cum enim sit ut* CE *ad* EF, *ita* FE *ad* EG, *erit etiam ita* CF *ad* FG; *minor autem est* EC *quam* EF; *quare et* CF *minor erit quam* FG, *et* GC *maior quam dupla ad* FC, *seu* AC. *Cumque rursus* FE *minor sit quam dupla ad* EC (*est enim* EC *maior* CA, *seu* CF), *erit quoque* GF *minor quam dupla ad* FC, *et* GC *minor quam tripla ad* CF, *seu* CA: *quod erat demonstrandum.*

Poterat autem universalius idem proponi: quod enim accidit in perpendiculari et plano inclinato, contingit etiam si post motum in plano quodam inclinato inflectatur per magis inclinatum, ut videtur in altera figura; eademque est demonstratio.

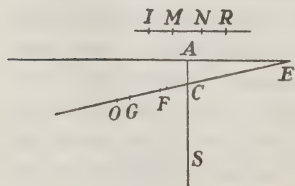
PROBLEMA VIII, PROPOSITIO XXII.

Datis duobus temporibus inæqualibus, et spatio quod in perpendiculo ex quiete conficitur tempore breviori ex datis, a puncto supremo perpendiculi usque ad horizontem planum inflectere, super quo mobile descendat tempore æquali longiori ex datis.

Tempora inæqualia sint A *maius,* B *vero minus; spatium autem quod in perpendiculo conficitur ex quiete in tempore* B, *sit* CD: *oportet, ex termino* C *planum usque ad horizontem inflectere, quod tempore* A *conficiatur. Fiat ut* B *ad* A, *ita* CD *ad aliam lineam, cui linea* CX *æqualis ex* C *ad horizontem descendat: manifestum est, planum* CX *esse illud super quo mobile descendit tempore dato* A.

Demonstratum enim est, tempus per planum inclinatum ad tempus in sua elevatione eam habere rationem, quam habet plani longitudo ad longitudinem elevationis suæ; tempus igitur per C X *ad tempus per* C D *est ut* C X *ad* C D, *hoc est ut tempus* A *ad tempus* B: *tempus vero* B *est illud quo conficitur perpendiculum* C D *ex quiete: ergo tempus* A *est illud quo conficitur planum* C X.

PROBLEMA IX, PROPOSITIO XXIII.

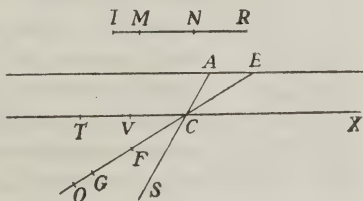
Dato spatio, quovis tempore peracto ex quiete in perpendiculo, ex termino imo huius spatii planum inflectere, super quo post casum in perpendiculo tempore eodem conficiatur spatium cuilibet spatio dato æquale, quod tamen maius sit quam duplum, minus vero quam triplum, spatii peracti in perpendiculo.

Sit in perpendiculo A S *tempore* A C *peractum spatium* A C *ex quiete in* A, *cuius* I R *maius sit quam duplum, minus vero quam triplum: oportet, ex termino* C *planum inflectere super quo mobile eodem tempore* A C *conficiat post casum per* A C *spatium ipsi* I R *æquale. Sint* RN, NM *ipsi* AC *æqualia, et quam rationem habet residuum* I M *ad* M N, *eamdem habeat* A C *linea ad aliam, cui æqualis applicetur* C E *ex* C *ad horizontem* A E,

quæ extendatur versus O, *et accipiantur* C F, F G, G O *æquales ipsis* R N, N M, M I: *dico, tempus super inflexa* C O *post casum* A C *esse æquale tempori* A C *ex quiete in* A. *Cum enim sit ut* O G *ad* G F, *ita* F C *ad* C E, *erit, componendo, ut* O F *ad* F G, *seu* F C, *ita* F E *ad* E C, *et ut unum antecedentium ad unum consequen-*

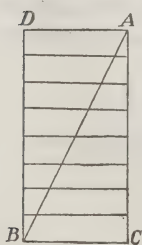
tium, ita omnia ad omnia, nempe tota OE *ad* EF, *ut* FE, *ad* EC. *Sunt itaque* OE, EF, EC *continue proportionales: quod cum positum sit, tempus per* AC *esse ut* AC, *erit* CE *tempus per* EC, *et* EF *tempus per totam* EO, *et reliquum* CF *per reliquam* CO; *est autem* CF *æqualis ipsi* CA; *ergo factum est quod fieri oportebat. Est enim tempus* CA *tempus casus per* AC *ex quiete in* A, CF *vero (quod æquatur* CA) *est tempus per* CO *post descensum per* EC, *seu post casum per* AC: *quod est propositum.*

Notandum autem est, quod idem accidet, si præcedens latio non in perpendiculo fiat, sed in plano inclinato, ut in sequenti figura, in qua latio præcedens facta sit per planum inclinatum AS *infra horizontem* AE; *et demonstratio est prorsus eadem.*

SCHOLIUM.

Si diligenter attendatur, manifestum erit, quod quo minus data linea IR *deficit a tripla ipsius* AC, *eo planum inflexum, super quod facienda est secunda latio, puta* CO, *accedit vicinius ad perpendiculum, in quo tandem in tempore æquali* AC *conficitur spatium ad* AC *triplum. Cum enim* IR *proxima fuerit ad triplicitatem* AC, *erit* IM *æqualis fere ipsi* MN; *cumque ut* IM *ad* MN, *in constructione,*

ita fiat AC *ad* CE, *constat, ipsam* CE *paulo maiorem reperiri quam* CA, *et, quod consequens est, punctum* E *proximum reperiri puncto* A, *et* CO *cum* CS *acutissimum angulum continere, et fere mutuo coincidere. E contra vero, si data* IR *minimum quid maior fuerit*

quam dupla eiusdem A C, *erit* I M *brevissima linea; ex quo accidet, minimam quoque futuram esse* A C *respectu* C E, *quæ longissima erit et quam proxime accedet ad parallelam horizontalem per* C *productam. Indeque colligere possumus, quod si, in apposita figura, post descensum per planum inclinatum* A C *fiat reflexio per lineam horizontalem, qualis esset* C T, *spatium, tempore æquali tempori descensus per* A C, *per quod mobile consequenter moveretur, esset duplum spatii* A C *exacte. Videtur autem et hic accommodari consimilis ratiocinatio: apparet enim ex eo, cum* O E *ad* E F *sit ut* F E *ad* E C, *ipsam* F C *determinare tempus per* C O. *Quod si pars horizontalis* T C, *dupla* C A, *divisa sit bifariam in* V, *extensa versus* X *in infinitum elongata erit, dum occursum cum producta* A E *quærit, et ratio infinitæ* T X *ad infinitam* V X *non erit alia a ratione infinitæ* V X *ad infinitam* X C.

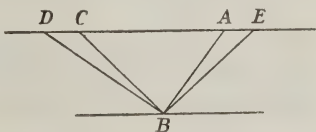
Istud idem alia aggressione concludere poterimus, consimile resumentes ratiocinium ei, quo usi sumus in propositionis primæ demonstratione. Resumentes enim triangulum ABC, *nobis repræsentans in suis parallelis basi* B C *velocitatis gradus continue adauctos iuxta temporis incrementa, ex quibus, cum infinitæ sint, veluti infinita sunt puncta in linea* A C *et instantia in quovis tempore, exurget superficies ipsa trianguli; si intelligamus, motum per alterum tantum temporis continuari, sed non amplius motu accelerato, verum æquabili, iuxta maximum gradum velocitatis acquisitæ, qui gradus repræsentatur per lineam* B C; *ex talibus gradibus conflabitur aggregatum consimile parallelogrammo* A D B C, *quod duplum est trianguli* A B C: *quare spatium quod cum gradibus consimilibus tempore eodem conficietur, duplum erit spatii peracti cum gradibus velocitatis a triangulo*

A B C *repræsentatis. At in plano horizontali motus est æquabilis, cum nulla ibi sit causa accelerationis aut retardationis; ergo concluditur, spatium* C D *peractum tempore æquali tempori* A C, *duplum esse spatii* A C: *hoc enim motu ex quiete accelerato, iuxta parallelas trianguli, conficitur; illud vero, iuxta parallelas parallelogrammi, quæ, dum fuerint infinitæ, duplæ sunt ad parallelas infinitas trianguli.*

Attendere insuper licet, quod velocitatis gradus, quicunque in mobili reperiatur, est in illo suapte natura indelebiliter impressus, dum externæ causæ accelerationis aut retardationis tollantur, quod in solo horizontali plano contingit; nam in planis declivibus adest iam causa accelerationis maioris, in acclivibus vero retardationis: ex quo pariter sequitur, motum in horizontali esse quoque æternum; si enim est æquabilis, non debilitatur aut remittitur, et multo minus tollitur. Amplius, existente gradu celeritatis per naturalem descensum a mobili acquisito, suapte natura indelebili atque æterno, considerandum occurrit, quod si post descensum per planum declive fiat reflexio per aliud planum acclive, iam in isto occurrit causa retardationis: in tali enim plano idem mobile naturaliter descendit; quare mixtio quædam contrariarum affectionum exurgit, nempe gradus illius celeritatis acquisitæ in præcedenti descensu, qui per se uniformiter mobile in infinitum abduceret, et naturalis propensionis ad motum deorsum iuxta illam eandem proportionem accelerationis iuxta quam semper movetur. Quare admodum rationabile videbitur si, inquirentes quænam contingant accidentia dum mobile post descensum per aliquod planum inclinatum reflectatur per planum aliquod acclive, accipiamus, gradum illum maximum in descensu acquisitum, idem per se perpetuo in ascendente plano servari; attamen in ascensu ei supervenire naturalem inclinationem deorsum, motum nempe ex quiete acceleratum iuxta

semper acceptam proportionem. Quod si forte hæc intelligere fuerit subobscurum, clarius per aliquam delineationem explicabitur.

Intelligatur itaque, factum esse descensum per planum declive A B, *ex quo per aliud acclive* B C *continuetur motus reflexus, et sint, primo, plana æqualia, et ad æquales angulos super horizontem* G H *elevata: constat iam, quod mobile ex quiete in* A *descendens per* A B, *gradus acquirit velocitatis iuxta temporis ipsius incrementum; gradum vero in* B *esse maximum acquisitorum, et suapte natura immutabiliter impressum, sublatis scilicet causis accelerationis novæ aut retardationis: accelerationis, inquam, si adhuc super extenso plano ulterius progrederetur; retardationis vero, dum super planum acclive* B C *fit reflexio: in horizontali autem* G H *æquabilis motus, iuxta gradum velocitatis ex* A *in* B *acquisitæ, in infinitum extenderetur; esset autem talis velocitas, ut in tempore æquali tempori descensus per* AB *in horizonte conficeret spatium duplum ipsius* AB. *Modo fingamus, idem mobile eodem celeritatis gradu æquabiliter moveri per planum* B C, *adeo ut, etiam in hoc, tempore æquali tempori descensus per* AB *conficeret super* BC *extenso spatium duplum ipsius* A B; *verum intelligamus, statim atque ascendere incipit, ei suapte natura supervenire illud idem quod ei contigit ex* A *super planum* AB, *nempe descensus quidam ex quiete secundum gradus eosdem accelerationis, vi quorum, ut in* AB *contigit, tempore eodem tantumdem descendat in plano reflexo, quantum descendit per* A B: *manifestum est, quod ex eiusmodi mixtione motus æquabilis ascendentis et accelerati descendentis perducetur mobile ad terminum* C *per planum* B C *iuxta eodem velocitatis gradus, qui erunt æquales. Quod vero sumptis*

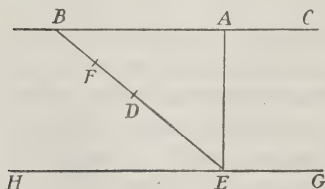
utcunque duobus punctis D, E, *æqualiter ab angulo* B *remotis, transitus per* D B *fiat tempore æquali tempori reflexionis per* B E, *hinc colligere possumus. Ducta* D F, *erit parallela ad* B C; *constat enim, descensum per* A D *reflecti per* D F: *quod si post* D *mobile feratur per horizontalem* D E, *impetus in* E *erit idem cum impetu in* D; *ergo ex* E *ascendet in* C; *ergo gradus velocitatis in* D *est æqualis gradui in* E.

Ex his igitur rationabiliter asserere possumus, quod si per aliquod planum inclinatum fiat descensus, post quem sequatur reflexio per planum elevatum, mobile per impetum conceptum ascendet usque ad eandem altitudinem, seu elevationem ab horizonte; ut si fiat descensus per A B, *feretur mobile per planum reflexum* B C *usque ad horizontalem* A C D, *non tantum si inclinationes planorum sint æquales, verum etiam si inæquales sint, qualis*

est plani B D: *assumptum enim prius est, gradus velocitatis esse æquales, qui super planis inæqualiter inclinatis acquiruntur, dum ipsorum planorum eadem fuerit supra horizontem elevatio. Si autem, existente eadem inclinatione planorum* E B, B D, *descensus per* E B *impellere valet mobile per planum* B D *usque ad* D; *cum talis impulsus fiat propter conceptum velocitatis impetum in puncto* B, *sitque idem impetus in* B, *seu descendat mobile per* A B *seu per* E B; *constat, quod expelletur pariter mobile per* B D *post descensum per* A B, *atque per* E B. *Accidet vero, quod tempus ascensus per* B D *longius erit quam per* B C, *prout descensus quoque per* E B *longiori fit tempore quam per* A B: *ratio autem eorundem temporum iam demonstrata est eadem ac longitudinum ipsorum planorum. Sequitur modo ut inquiramus proportionem spatiorum temporibus æqualibus peractorum*

in planis, quorum diversæ sint inclinationes, eædem tamen elevationes, hoc est, quæ inter easdem parallelas horizontales comprehendantur. Id autem contingit iuxta sequentem rationem.

THEOREMA XV, PROPOSITIO XXIV.

Dato inter easdem parallelas horizontales perpendiculo et plano elevato ab eius imo termino, spatium quod a mobili, post casum in perpendiculo, super plano elevato conficitur in tempore æquali tempori casus, maius est ipso perpendiculo, minus tamen quam duplum eiusdem perpendiculi.

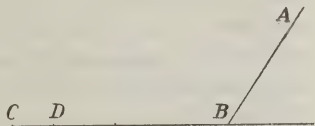
Inter easdem parallelas horizontales BC, HG *sint perpendiculum* AE *et planum elevatum* EB, *super quo, post casum in perpendiculo* AE, *ex termino* E *fiat reflexio versus* B: *dico, spatium per quod mobile ascendit in tempore æquali tempori descensus* AE, *maius esse quam* AE, *minus vero quam duplum eiusdem* AE. *Ponatur* ED *ipsi* AE *æquale, et ut* EB *ad* BD, *ita fiat* DB *ad* BF: *ostendetur, primo, punctum* F *esse signum, quo*

mobile motu reflexo per EB *perveniet tempore æquali tempori* AE; *deinde,* EF *maius esse quam* EA, *minus vero quam duplum eiusdem. Si intelligamus, tempus descensus per* AE *esse ut* AE, *erit tempus descensus per* BE, *seu ascensus per* EB, *ut ipsa linea* BE; *cumque* DB *media sit inter EB, BF, sitque* BE *tempus descensus pur totam* BE, *erit* BD *tempus descensus per* BF, *et reliqua* DE *tempus descensus per reliquam* FE: *verum idem est tempus per* FE *ex quiete in* B, *atque tempus*

ascensus per EF, *dum in* E *fuerit velocitatis gradus per descensum* BE, *seu* AE, *acquisitus: ergo idem tempus* DE *erit id in quo mobile, post casum ex* A *per* AE, *motu reflexo per* EB, *pervenit ad signum* F; *positum autem est,* ED *esse æquale ipsi* AE: *quod erat primo ostendendum. Et quia, ut tota* EB *ad totam* BD, *ita ablata* DB *ad ablatam* BF, *erit ut tota* EB *ad totam* BD, *ita reliqua* ED *ad* DF: *est autem* EB *maior* BD: *ergo et* ED *maior* DF, *et* EF *minor quam dupla* DE, *seu* AE: *quod erat ostendendum. Idem autem accidet si motus præcedens, non in perpendiculo, sed in plano inclinato, fiat; eademque est demonstratio, dummodo planum reflexum sit minus acclive, nempe longius plano declivi.*

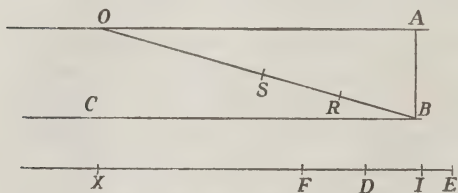
THEOREMA XVI, PROPOSITIO XXV.

Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum horizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis.

Sit linea horizontis CB, *planum inclinatum* AB, *et post casum per* AB *sequatur motus per horizontem, in quo sumatur quodlibet spatium* BD: *dico, tempus casus per* AB *ad tempus motus per* BD *esse ut dupla* AB *ad* BD. *Sumpta enim* BC *ipsius* AB *dupla, constat ex prædemonstratis, tempus casus per* AB *æquari tempori motus per*

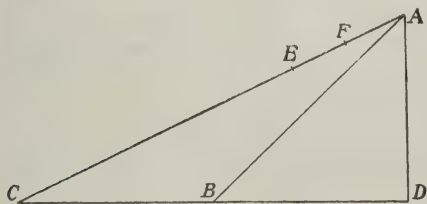
BC: *sed tempus motus per* BC *ad tempus motus per* DB *est ut linea* CB *ad lineam* BD: *ergo tempus motus per* AB *ad tempus per* BD *est ut dupla* AB *ad* BD: *quod erat probandum.*

PROBLEMA X, PROPOSITIO XXVI.

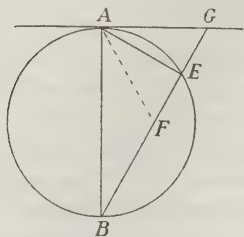
Dato perpendiculo inter lineas parallelas horizontales, datoque spatio maiori eodem perpendiculo, sed minori quam duplum eiusdem, ex imo terminò perpendiculi planum attollere inter easdem parallelas, super quo motu reflexo post descensum in perpendiculo conficiat mobile spatium dato æquale, et in tempore æquali tempori descensus in perpendiculo.

Inter parallelas horizontales AO, BC *sit perpendiculum* AB; FE *vero maior sit quam* BA, *minor vero quam dupla eiusdem: oportet, ex* B *planum inter horizontales erigere, super quo mobile, post casum ex* A *in* B, *motu reflexo, in tempore æquali tempori descensus per* AB, *conficiat ascendendo spatium æquale ipsi* EF. *Ponatur* ED *æqualis* AB; *erit reliqua* DF *minor, cum tota* EF *minor sit quam dupla ad* AB: *sit* DI *æqualis* DF, *et ut* EI *ad* ID, *ita fiat* DF *ad aliam* FX, *atque ex* B *reflectatur recta* BO *æqualis* EX: *dico, planum per* BO *esse illud, super quo post casum* AB *mobile in tempore æquali tempori casus per* AB *pertransit ascendendo spatium æquale dato spatio* EF. *Ipsis* ED, DF *æquales ponantur* BR, RS: *cum enim sit ut* EI *ad* ID, *ita* DF *ad* FX, *erit, componendo, ut* ED *ad* DI, *ita* DX *ad* XF; *hoc est, ut* ED *ad* DF, *ita* DX *ad* XF, *et* EX *ad* XD; *hoc est, ut* BO *ad* OR, *ita* RO *ad* OS. *Quod si ponamus, tempus per* AB *esse* AB, *erit tempus per* OB *ipsa* OB, *et* RO *tempus per* OS, *et reliqua* BR *tempus per reliquum* SB, *descendendo ex* O *in* B: *sed tempus descensus*

per S B *ex quiete in* O *est æquale tempori ascensus ex* B *in* S *post descensum* A B: *ergo* B O *est planum ex* B *elevatum, super quo post descensum per* A B *conficitur tempore* B R, *seu* B A, *spatium* B S, *æquale spatio dato* E F: *quod facere oportebat.*

THEOREMA XVII, PROPOSITIO XXVII.

Si in planis inæqualibus, quorum eadem sit elevatio, descendat mobile, spatium quod in ima parte longioris conficitur in tempore æquali ei in quo conficitur totum planum brevius, est æquale spatio quod componitur ex ipso breviori plano et ex parte ad quam idem brevius planum eam habet rationem, quam habet planum longius ad excessum quo longius brevius superat.

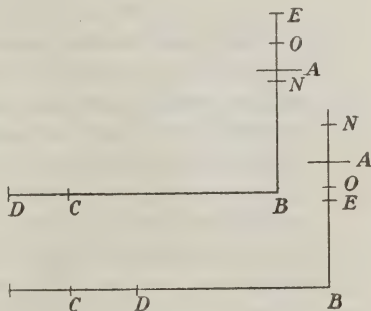
Sit planum A C *longius,* A B *vero brevius, quorum eadem sit elevatio* A D, *et ex ima parte* A C *sumatur* C E *æquale ipsi* A B, *et quam rationem habet totum* C A *ad* A E, *nempe ad excessum plani* C A *super* A B, *hanc habeat* CE *ad* EF: *dico, spatium* F C *esse illud quod conficitur, post discessum ex* A, *tempore æquali tempori descensus per* A B. *Cum enim totum* C A *ad totum* A E *sit ut ablatum* C E *ad ablatum* E F, *erit reliquum* E A *ad reliquum* A F *ut totum* C A *ad totum* A E; *sunt itaque tres* C A, A E, A F *continue proportionales: quod si ponatur, tempus per* A B *esse ut* A B, *erit tempus per* A C *ut* A C; *tempus vero per* A F *erit ut* A E, *et per reliquum* F C *erit ut* E C: *esse autem* E C *ipsi* A B *æquale: ergo patet propositum.*

PROBLEMA XI, PROPOSITIO XXVIII.

Tangat horizontalis linea A G *circulum, et a contactu sit diameter* A B, *et duæ chordæ utcunque* A E B: *determinanda sit ratio temporis casus per* A B *ad tempus descensus per ambas* A E B. *Extendatur* B E *usque ad tangentem in* G, *et angulus* B A E *bifariam secetur, ducta* A F: *dico, tempus per* A B *ad tempus per* A E B *esse ut* A E *ad* A E F. *Cum enim angulus* F A B *æqualis sit angulo* F A E, *angulus vero* E A G *angulo* A B F, *erit totus* G A F *duobus* F A B, A B F *æqualis; quibus æquatur quoque angulus* GFA; *ergo linea* GF *ipsi* GA *est æqualis: et quia rectangulum* BGE *æquatur quadrato* GA, *erit quoque æquale quadrato* GF, *et tres lineæ* B G, G F, G E *proportionales. Quod si ponatur,* A E *esse tempus per* A E, *erit* G E *tempus per* G E, *et* G F *tempus per totam* G B, *et* E F *tempus per* E B, *post descensum ex* G *seu ex* A *per* A E: *tempus igitur per* A E, *seu per* A B, *ad tempus per* A E B *est ut* A E *ad* A E F: *quod erat determinandum.*

Aliter brevius. Secetur G F *æqualis* G A; *constat,* G F *esse mediam proportionalem inter* B G, G E. *Reliqua ut supra.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XXIX.

Dato quolibet spatio horizontali, ex cuius termino erectum sit perpendiculum, in quo sumatur pars æqualis dimidio spatii in horizontali dato, mobile ex tali altitudine descendens et in horizontali conversum conficiet horizontale spatium una cum perpendiculo breviori tempore, quam quod-

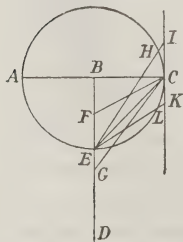
cunque aliud spatium perpendiculi cum eodem spatio horizontali.

Sit planum horizontale, in quo datum sit quodlibet spatium B C, *et ex termino* B *sit perpendiculum, in quo* B A *sit dimidium ipsius* B C: *dico, tempus, quo mobile ex* A *demissum conficiet ambo spatia* A B, B C, *esse temporum omnium brevissimum, quibus idem spatium* B C *cum parte perpendiculi, sive maiori sive minori parte* A B, *conficeretur. Sit sumpta maior, ut in prima figura vel minor, ut in secunda,* E B: *ostendendum est, tempus quo conficiuntur spatia* EB, BC, *longius esse tempore quo conficiuntur* A B, B C. *Intelligatur, tempus per* AB *esse ut* AB; *erit quoque tempus motus in horizontali* BC, *cum* BC *dupla sit ad* AB, *et per ambo spatia* ABC *tempus erit dupla* BA. *Sit* BO *media inter* EB, BA; *erit* B O *tempus casus per* E B: *sit præterea horizontale spatium* B D *duplum ipsius* B E; *constat, tempus ipsius post casum* E B *esse idem* B O. *Fiat ut* D B *ad* B C, *seu ut* E B *ad* B A, *ita* O B *ad* B N, *et cum motus in horizontali sit æquabilis, sitque* O B *tempus per* B D *post casum ex* E: *erit* N B *tempus per* B C *post casum ex eadem altitudine* E. *Ex quo constat,* O B *cum* B N *esse tempus per* E B C; *cumque dupla* B A *sit tempus per* A B C, *ostendendum relinquitur,* O B *cum* B N *maiora esse quam dupla* B A. *Cum autem* O B *media sit inter* E B, B A, *ratio* E B *ad* B A *dupla est rationis* O B *ad* B A; *et cum* E B *ad* B A *sit ut* O B *ad* B N, *erit quoque ratio* O B *ad*

B N *dupla rationis* O B *ad* B A: *verum ipsa ratio* O B *ad* B N *componitur ex rationibus* O B *ad* B A *et* A B *ad* B N: *ergo ratio* A B *ad* B N *est eadem cum ratione* O B *ad* B A. *Sunt igitur* B O, B A, B N *tres continue proportionales, et* O B *cum* B N *maiores quam dupla* B A: *ex quo patet propositum.*

THEOREMA XIX, PROPOSITIO XXX.

Si ex aliquo puncto lineæ horizontalis descendat perpendiculum, ex alio vero puncto in eadem horizontali sumpto ducendum sit planum usque ad perpendiculum, per quod mobile tempore brevissimo usque ad perpendiculum descendat; tale planum erit illud quod de perpendiculo abscindit partem æqualem distantiæ puncti accepti in horizontali a termino perpendiculi.

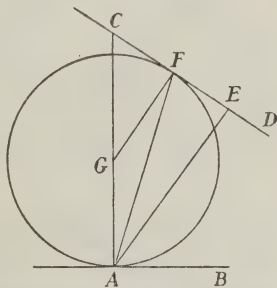
Sit perpendiculum BD, *ex puncto* B *horizontalis lineæ* A C *descendens, in qua sit quodlibet punctum* C, *et in perpendiculo ponatur distantia* B E *æqualis distantiæ* B C. *et ducatur* C E: *dico, planorum omnium ex puncto* C *usque ad perpendiculum inclinatorum,* CE *esse illud super quo tempore omnium brevissimo fit descensus usque ad perpendiculum. Inclinentur enim, supra et infra, plana* C F, C G, *et ducatur* I K, *circulum semidiametro* B C *descriptum tangens in* C, *quæ erit perpendiculo æquidistans; et ipsi* C F *parallela sit* E K, *usque ad tangentem protracta, secans circumferentiam circuli in* L:

constat, tempus casus per L E *esse æquale tempori casus per* C E: *sed tempus per* K E *est longius quam per* L E: *ergo tempus per* K E *longius est quam per* C E. *Sed tempus per* K E *æquatur tempori per* C F, *cum sint*

æquales et secundum eandem inclinationem ductæ; similiter, cum C G *et* E I *sint æquales et iuxta eandem inclinationem inclinatæ, tempora lationum per ipsas erunt æqualia: sed tempus per* H E, *breviorem ipsa* I E, *est brevius tempore per* I E: *ergo tempus quoque per* C E (*quod æquatur tempori per* H E) *brevius erit tempore per* I E. *Patet ergo propositum.*

THEOREMA XX, PROPOSITIO XXXI.

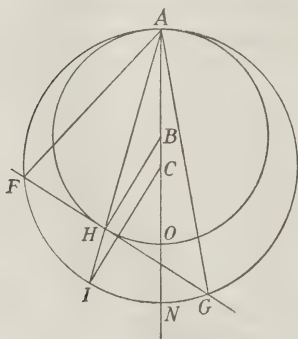
> *Si linea recta super horizontalem fuerit utcunque inclinata, planum a dato puncto in horizontali usque ad inclinatam extensum, in quo descensus fit tempore omnium brevissimo, est illud quod bifariam dividit angulum contentum a duabus perpendicularibus a dato puncto extensis, una ad horizontalem lineam, altera ad inclinatam.*

Sit C D *linea supra horizontalem* A B *utcunque inclinata, datoque in horizontali quocunque puncto* A, *educantur ex eo* A C *perpendicularis ad* AB, AE *vero perpendicularis ad* CD, *et angulum* C A E *bifariam dividat* F A *linea: dico, planorum omnium ex quibuslibet punctis lineæ* C D *ad punctum* A *inclinatorum, extensum per* F A *esse in quo, tempore omnium brevissimo fiat descensus. Ducatur* F G *ipsi* A E *parallela; erunt anguli*

G F A, F A E *coalterni æquales: est autem* E A F *ipsi* F A G *æqualis: ergo trianguli latera* F G, G A *æqualia erunt. Si itaque centro* G, *intervallo* G A, *circulus describatur, transibit per* F, *et horizontalem et inclinatam tanget in punctis* A, F; *est enim angulus* G F C *rectus, cum* G F

ipsi A E *sit æquidistans: ex quo constat, lineas omnes usque ad inclinatam ex puncto* A *productas extra circumferentiam extendi, et, quod consequens est, lationes per ipsas longiori tempore absolvi quam per* F A. *Quod erat demonstrandum.*

LEMMA.

Si duo circuli se se intus contingant, quorum interiorem quælibet linea recta contingat, exteriorem vero secet, tres lineæ a contactu circulorum ad tria puncta rectæ lineæ tangentis, nempe ad contactum interioris circuli et ad sectiones exterioris, protractæ, angulos in contactu circulorum æquales continebunt.

Tangant se intus in puncto A *duo circuli, quorum centra,* B *minoris,* C *maioris; interiorem vero circulum contingat recta quælibet linea* F G *in puncto* H, *maiorem autem secet in punctis* F, G: *et connectantur tres lineæ* AF, AH, AG: *dico, angulos ab illis contentos* F A H, G A H *esse æquales. Extendatur* A H *usque ad circumferentiam in* I, *et ex centris producantur* BH, CI, *et per eadem centra ducta sit* B C, *quæ extensa cadet in contactum* A *et in circumferentias circulorum in* O *et* N: *et quia anguli* ICN, HBO *æquales sunt, cum quilibet ipsorum duplus sit anguli* I A N, *erunt lineæ* B H, C I *parallelæ. Cumque* B H, *ex centro ad contactum, sit perpendicularis ad* F G, *erit quoque ad eandem perpendicularis* CI, *et arcus* F I *arcui* I G *æqualis, et, quod consequens est, angulus* F A I *angulo* I A G. *Quod erat ostendendum.*

THEOREMA XXI, PROPOSITIO XXXII.

Si in horizonte sumantur duo puncta, et ab altero ipsorum quælibet linea versus alterum inclinetur, ex quo ad inclinatam recta linea ducatur, ex ea partem abscindens æqualem ei quæ inter puncta horizontis intercipitur, casus per hanc ductam citius absolvetur quam per quascunque alias rectas ex eodem puncto ad eandem inclinatam protractas. In aliis autem, quæ per angulos æquales hinc inde ab hac distiterint, casus fiunt temporibus inter se æqualibus.

Sint in horizonte duo puncta A, B, *et ex* B *inclinetur recta* B C, *in qua ex termino* B *sumatur* B D, *ipsi* B A *æqualis, et iungatur* AD: *dico, casum per* A D *velocius fieri quam per quamlibet ex* A *ad inclinatam* B C *productam. Ex punctis enim* A, D *ad ipsas* B A, B D *perpendiculares ducantur* AE, DE, *se se in* E *secantes: et quia in triangulo æquicruri* ABD *anguli* BAD, B D A *sunt æquales, erunt reliqui ad rectos* D A E, E D A *æquales; ergo, centro* E, *intervallo* E A, *descriptus circulus per* D *quoque transibit, et lineas* B A, B D *tanget in punctis* A, D. *Et cum* A *sit terminus perpendiculi* A E, *casus per* A D *citius absolvetur quam per quamcunque aliam ex eodem termino* A *usque ad lineam* B C *ultra circumferentiam circuli extensam: quod era primo ostendendum.*

Quod si, extenso perpendiculo A E, *in eo sumatur quodvis centrum* F, *et secundum intervallum* F A *circulus* A G C *describatur, tangentem lineam in punctis* G, C *secans, iunctæ* A G, A C *per angulos æquales a media* A D, *ex ante demonstratis, dirimentur; et per ipsas, lationes temporibus æqualibus absolventur, cum ex puncto sublimi* A *ad circumferentiam circuli* AGC *terminentur.*

PROBLEMA XII, PROPOSITIO XXXIII.

Dato perpendiculo et plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur mobile, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum conficiat tempore eodem, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

Sint perpendiculum et planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, A B, A C: *oportet, in perpendiculo* B A, *producto ex parte* A, *punctum reperire, ex quo descendens mobile conficiat spatium* AC *eodem tempore, quo conficit datum perpendiculum* AB *ex quiete in* A. *Ponatur* DCE *ad angulos rectos ad* AC, *et secetur* CD *æqualis* AB, *et iungatur* AD: *erit*

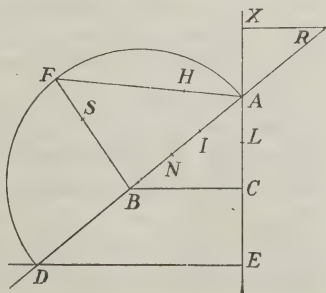
angulus A D C *maior angulo* C A D (*est enim* C A *maior quam* A B, *seu* C D). *Fiat angulus* D A E *æqualis angulo*

A D E, *et ad ipsam* A E *perpendicularis sit* E F, *plano inclinato et utrinque extenso occurrens in* F, *et utraque* A I, AG *ponatur ipsi* CF *æqualis, et per* G *ducatur* GH, *horizonti æquidistans: dico,* H *esse punctum quod quæritur.*

Intelligatur enim, tempus casus per perpendiculum AB *esse* AB; *erit tempus per* A C *ex quiete in* A *ipsamet* A C: *cumque in triangulo rectangulo* A E F *ab angulo recto* E *perpendicularis ad basim* A F *sit acta* E C, *erit* A E *media inter* F A, A C, *et* C E *media inter* A C, C F, *hoc est inter* C A, A I: *et cum ipsius* A C *tempus ex* A *sit* A C, *erit* A E *tempus totius* A F, *et* E C *tempus ipsius* A I. *Quia vero in triangulo æquicruri* A E D *latus* A E *est æquale lateri* E D, *erit* E D *tempus per* A F: *et est* E C *tempus per* A I: *ergo* C D, *hoc est* A B, *erit tempus per* I F *ex quiete in* A: *quod idem est ac si dicamus,* A B *esse tempus per* A C *ex* G, *seu ex* H: *quod erat faciendum.*

PROBLEMA XIII, PROPOSITIO XXXIV.

Dato plano inclinato et perpendiculo, quorum idem sit sublimis terminus, punctum sublimius in perpendiculo extenso reperire, ex quo mobile decidens, et per planum inclinatum conversum, utrumque conficiat tempore eodem ac solum planum inclinatum ex quiete in eius superiori termino.

Sint planum inclinatum et perpendiculum A B, A C, *quorum idem sit terminus* A: *oportet, in perpendiculo ad partes* A *extenso punctum sublime reperire, ex quo mobile decidens et per planum* A B *conversum, partem assumptam perpendiculi et planum* A B *conficiat tempore*

eodem ac solum planum A B *ex quiete in* A. *Sit horizontalis linea* B C, *et secetur* A N *æqualis* A C; *et ut* A B *ad* B N, *ita fiat* A L *ad* L C; *et ipsi* A L *ponatur æqualis* A I, *et ipsarum* A C, B I *tertia proportionalis sit* C E, *in perpendiculo* A C *producto signata: dico,* C E *esse spatium quæsitum, adeo ut, extenso perpendiculo supra* A *et assumpta parte* A X *ipsi* C E *æquali, mobile ex* X *conficiet utrumque spatium* X A B *æquali tempore ac solum* A B *ex* A.

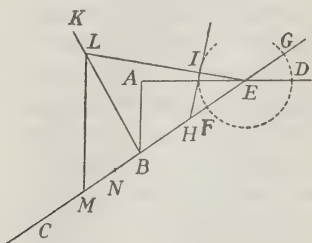
Ponatur horizontalis X R *æquidistans* B C, *cui occurrat* B A *extensa in* R; *deinde, producta* A B *in* D, *ducatur* E D *æquidistans* C B, *et supra* A D *semicirculus describatur, et ex* B *ipsi* D A *perpendicularis erigatur* B F *usque ad circumferentiam: patet,* F B *esse mediam inter* A B, B D, *et ductam* F A *mediam inter* D A, A B. *Ponatur* B S *æqualis* B I, *et* F H *æqualis* F B: *et quia ut* A B *ad* B D, *ita* A C *ad* C E, *estque* B F *media inter* A B, B D, *et* B I *media inter* A C, C E, *erit ut* B A *ad* A C, *ita* F B *ad* B S; *et cum sit ut* B A *ad* A C, *seu ad* A N, *ita* F B *ad* B S, *erit, per conversionem rationis,* B F *ad* F S *ut* A B *ad* B N, *hoc est* A L *ad* L C. *Rectangulum igitur sub* F B, C L *æquatur rectangulo sub* A L, S F; *hoc autem rectangulum* A L, S F *est excessus rectanguli sub* A L, F B, *seu* A I, B F, *super rectangulo* A I, B S, *seu* A I B; *rectangulum vero* F B, L C *est excessus rectanguli* A C, B F *super rectangulo* A L, B F; *rectangulum autem* A C, B F *æquatur rectangulo* A B I (*est enim ut* B A *ad* A C, *ita* F B *ad* B I): *excessus igitur rectanguli* A B I *super rectangulo* A I, B F, *seu* A I, F H, *æquatur excessui rectanguli* A I, F H *super rectangulo* A I B: *ergo bina rectangula* A I, F H *æquantur duobus* A B I, A I B, *nempe binis* A I B *cum quadrato* B I. *Commune sumatur quadratum* A I: *erunt bina rectangula* A I B *cum duobus quadratis* A I, I B, *nempe quadratum ipsum* A B, *æquale binis rectangulis* A I, F H *cum quadrato* A I. *Commu-*

niter rursus assumpto quadrato BF, *erunt duo quadrata* AB, BF, *nempe unicum quadratum* AF, *æquale binis rectangulis* AI, FH *cum duobus quadratis* AI, FB, *id est* AI, FH. *Verum idem quadratum* AF *æquale est binis rectangulis* AHF *cum duobus quadratis* AH, HF; *ergo bina rectangula* AI, FH *cum quadratis* AI, FH *æqualia sunt binis rectangulis* AHF *cum quadratis* AH, HF; *et dempto communi quadrato* HF, *bina rectangula* AI, FH *cum quadrato* AI *erunt æqualia binis rectangulis* AHF *cum quadrato* AH. *Cumque rectangulorum omnium* FH *sit latus commune, erit linea* AH *æqualis lineæ* AI: *si enim maior vel minor esset, rectangula quoque* FHA *et quadratum* HA *maiora vel minora essent rectangulis* FH, IA *et quadrato* IA, *contra id quod demonstratum est. Modo si intelligamus, tempus casus per* AB *esse ut* AB, *tempus per* AC *erit ut* AC, *et ipsa* IB, *media inter* AC, CE, *erit tempus per* CE, *seu per* XA *ex quiete in* X: *cumque inter* DA, AB, *seu* RB, BA, *media sit* AF, *inter vero* AB, BD, *id est* RA, AB, *media sit* BF, *cui æquatur* FH, *erit, ex prædemonstratis, excessus* AH *tempus per* AB *ex quiete in* R, *seu post casum ex* X, *dum tempus eiusdem* AB *ex quiete in* A *fuerit* AB. *Tempus igitur per* XA *est* IB; *per* AB *vero post* RA, *seu post* XA, *est* AI; *ergo tempus per* XAB *erit ut* AB, *idem nempe cum tempore per solam* AB *ex quiete in* A. *Quod erat propositum.*

PROBLEMA XIV, PROPOSITIO XXXV.

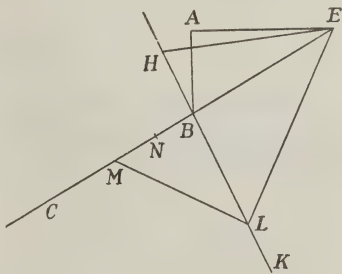
> *Data inflexa ad datum perpendiculum, partem in inflexa accipere, in qua sola, ex quiete, fiat motus eodem tempore atque in eadem cum perpendiculo.*

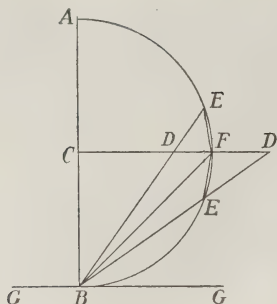
Sit perpendiculum AB, *et ad ipsum inflexa* BC: *oportet, in* BC *partem accipere, in qua sola, ex quiete,*

fiat motus eodem tempore ac in eadem cum perpendiculo A B. *Ducatur horizon* A D, *cui inclinata* C B *extensa occurrat in* E, *ponaturque* B F *æqualis* B A, *et, centro* E, *intervallo* E F, *circulus describatur* F I G, *et* F E *ad circumferentiam usque protrahatur in* G, *et ut* G B *ad* B F, *ita fiat* B H *ad* H F, *et* H I *circulum tangat in* I; *deinde ex* B *perpendicularis ad* F C *erigatur* B K, *cui occurrat in* L *linea* E I L; *tandem ipsi* E L *perpendicularis ducatur* L M, *occurrens* B C *in* M: *dico, in linea* B M *ex quiete in* B *fieri motum eodem tempore ac ex quiete in* A *per ambas* AB, BM. *Ponatur* E N *æqualis* E L; *cumque ut* G B *ad* B F, *ita sit* B H *ad* H F, *erit, permutando, ut* G B *ad* B H, *ita* B F *ad* F H, *et, dividendo,* G H *ad* H B, *ut* B H *ad* H F; *quare rectangulum* G H F *quadrato* H B *erit*

æquale: sed idem rectangulum æquatur quoque quadrato H I: *ergo* B H *ipsi* H I *est æqualis. Cumque in quadrilatero* I L B H *latera* H B, H I *sint æqualia, et anguli* B, I *recti, erit latus quoque* B L *ipsi* L I *æquale: est autem* E I *æqualis* E F: *ergo tota* L E, *seu* N E, *duabus* L B, E F *est æqualis. Auferatur communis* E F; *erit reliqua* F N *ipsi* L B *æqualis: at posita est* F B *æqualis ipsi* B A: *ergo* L B *duabus* A B, B N *æquatur. Rursus, si intelligatur, tempus per* A B *esse ipsam* A B, *erit tempus per* E B *ipsi* E B *æquale; tempus autem per totam* E M *erit* EN, *media scilicet inter* ME, EB; *quare reliquæ* BM *tempus casus post* E B, *seu post* A B, *erit ipsa* B N: *positum autem est, tempus per* A B *esse* A B: *ergo tempus casus per ambas* A B M *est* A B N. *Cum autem tempus per* E B *ex quiete in* E *sit* E B, *tempus per* B M *ex quiete*

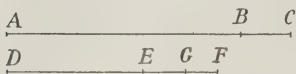
in B *erit media proportionalis inter* B E, B M; *hæc autem est* B L; *tempus igitur per ambas* A B M *ex quiete in* A *est* A B N: *tempus vero per* B M *solam ex quiete in* B *est* B L; *ostensum autem est,* B L *esse æqualem duabus* A B, B N; *ergo patet propositum.*

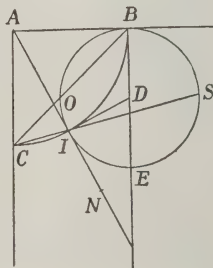
Aliter, magis expedite.

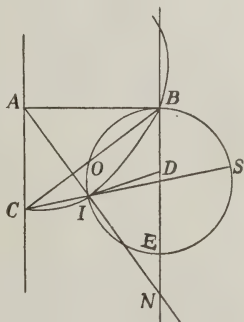
Sit B C *planum inclinatum,* B A *perpendiculum. Ducta perpendiculari per* B *ad* E C, *et utrinque extensa, ponatur* B H *æqualis excessui* B E *super* B A, *et angulo* B H E *ponatur æqualis angulus* HEL; *ipsa vero* EL *extensa occurrat* BK *in* L, *et ex* L *excitetur perpendicularis ad* EL, LM, *occurrens* B C *in* M: *dico,* B M *esse spatium in plano* BC *quæsitum. Quia enim angulus* M L E *rectus est, erit* B L *media inter* MB, BE, *et* LE *media inter* M E, E B, *cui* E L *secetur æqualis* E N; *et erunt tres lineæ* N E, E L, L H *æquales, et* H B *erit excessus* N E *super* B L: *verum eadem* H B *est etiam excessus* N E *super* N B, B A: *ergo duæ* N B, B A *æquales sunt* B L. *Quod si ponatur,* E B *esse tempus per* E B, *erit* B L *tempus per* B M *ex quiete in* B, *et* B N *erit tempus eiusdem post* E B, *seu post* A B, *et* A B *erit tempus per* A B: *ergo tempora per* A B M, *nempe* A B N, *æqualia sunt tempori per solam* B M *ex quiete in* B: *quod est intentum.*

LEMMA.

Sit D C *ad diametrum* B A *perpendicularis, et a termino* B *educatur* B E D *utcunque, et connectatur* F B:

dico, FB inter DB, BE esse mediam. Connectatur EF, et per B ducatur tangens BG, quæ erit ipsi CD parallela; quare angulus DBG angulo FDB erit æqualis: at eidem GBD æquatur quoque angulus EFB in portione alterna: ergo similia sunt triangula FBD, FEB, et ut BD ad BF, ita FB ad BE.

LEMMA.

Sit linea AC maior ipsa DF, et habeat AB ad BC maiorem rationem quam DE ad EF: dico, AB ipsa DE esse maiorem. Quia enim AB ad BC maiorem rationem habet quam DE ad EF; quam rationem habet AB ad BC, hanc habebit DE ad minorem quam EF. Habeat ad EG: et quia AB ad BC est ut DE ad EG, erit, componendo et per conversionem rationis, ut CA ad AB, ita GD ad DE: est autem CA maior GD: ergo BA ipsa DE maior erit.

LEMMA.

Sit circuli quadrans ACIB; et ex B, ipsi AC parallela, BE; et ex quovis centro in ea sumpto circulus BOES descriptus, tangens AB in B, et secans circumferentiam quadrantis in I; et iuncta sit CB, et CI usque ad S extensa: dico, lineam CI minorem semper esse ipsa CO. Jungatur AI, quæ circulum BOE tanget. Si enim

ducatur DI, *erit æqualis ipsi* DB; *cum vero* DB *quadrantem tangat, tanget etiam eumdem* DI *et ad diametrum* AI *erit perpendicularis; quare et ipsa* AI *circulum* BOE *tanget in* I. *Et quia angulus* AIC *maior est angulo* ABC, *cum maiori insistat peripheriæ, ergo angulus quoque* SIN *ipso* ABC *maior erit: quare portio* IES *maior est portione* BO, *et linea* CS, *centro vicinior, maior ipsa* CB: *quare et* CO *maior* CI, *cum* SC *ad* CB *sit ut* OC *ad* CI.

Idem autem magis accidet, si (ut in altera figura) BIC *quadrante fuerit minor. Nam perpendicularis* DB *circulum secabit* CIB; *quare* DI *quoque, cum ipsi* DB *sit æqualis; et angulus* DIA *erit obtusus, et ideo* AIN *circulum quoque* BIE *secabit. Cumque angulus* ABC *minor sit angulo* AIC, *qui æquatur ipsi* SIN; *iste autem est adhuc minor eo qui ad contactum in* I *fieret per lineam* SI; *ergo portio* SEI *est longe maior portione* BO: *unde etc. Quod erat demonstrandum.*

THEOREMA XXII, PROPOSITIO XXXVI.

Si in circulo ad horizontem erecto ab imo puncto elevetur planum non maiorem subtendens circumferentiam quadrante, a terminis cuius duo alia plana ad quodlibet circumferentiæ punctum inflectantur, descensus in planis ambobus inflexis breviori tempore absolvetur, quam in solo priori plano elevato, vel quam in altero tantum ex illis duobus, nempe in inferiori.

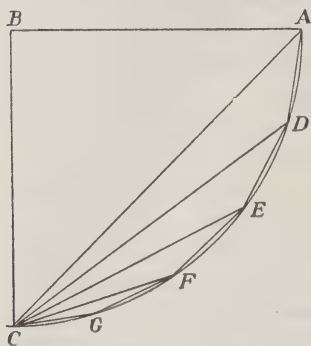
Sit circuli ad horizontem erecti ab imo puncto C *circumferentia* C B D, *non maior quadrante, in qua sit planum elevatum* C D, *et duo plana a terminis* D, C *inflexa ad quodlibet punctum* B, *in circumferentia sumptum: dico, tempus descensus per ambo plana* D B C *brevius esse tempore descensus per solum* D C, *vel per unicum* B C *ex quiete in* B. *Ducta sit per* D *horizontalis* MDA. *cui* C B *extensa occurrat in* A; *sintque* DN, M C *ad* MD, *et* BN *ad* BD *perpendiculares, et circa triangulum rectangulum* DBN *semicirculus describatur*

DFBN, *secans* DC *in* F: *et ipsarum* CD, DF *media sit proportionalis* DO, *ipsarum autem* CA, AB *media sit* AV. *Sit autem* PS *tempus quo peragitur tota* DC, *vel* BC *(constat enim, tempore eodem peragi utramque), et quam rationem habet* C D *ad* D O, *hanc habeat tempus* S P *ad tempus* P R: *erit tempus* P R *id, in quo mobile ex* D *peragit* D F; R S *vero id, in quo reliquum* F C. *Cum vero* P S *sit quoque tempus quo mobile ex* B *peragit* B C, *si fiat ut* B C *ad* C D, *ita* S P *ad* P T, *erit* P T *tempus casus ex* A *in* C, *cum* D C *media sit inter* A C, C B, *ex ante demonstratis. Fiat tandem ut* C A *ad* AV, *ita* TP *ad* PG: *erit* P G *tempus quo mobile ex* A *venit in* B, G T *vero tempus residuum motus* B C *consequentis post motum ex* A *in* B. *Cum vero* D N, *circuli* D F N *diameter, ad horizontem sit erecta, temporibus æqualibus peragentur* D F *et* D B *lineæ: quare si demonstratum fuerit, mobile citius permeare* BC *post casum* DB, *quam* FC *post peractam*

DF, *habebimus intentum. At eadem temporis celeritate conficit mobile veniens ex* D *per* DB *ipsam* BC, *ac si venerit ex* A *per* AB, *cum ex utroque casu* DB, AB *æqualia accipiat velocitatis momenta: ergo demonstrandum erit, breviori tempore peragi* BC *post* AB, *quam* FC *post* DF. *Explicatum est autem, tempus quo peragitur* BC *post* AB, *esse* GT; *tempus vero ipsius* FC *post* DF *esse* RS: *ostendendum itaque est,* RS *maius esse quam* GT. *Quod sic ostenditur: quia ut SP ad* PR, *ita* CD *ad* DO, *per conversionem rationis et convertendo, ut* RS *ad* SP, *ita* OC *ad* CD, *ut autem* SP *ad* PT, *ita* DC *ad* CA; *et quia est ut* TP *ad* PG, *ita* CA *ad* AV, *per conversionem rationis erit quoque ut* PT *ad* TG, *ita* AC *ad* CV; *ergo, ex æquali, ut* RS *ad* GT, *ita* OC *ad* CV: *est autem* OC *maior quam* CV, *ut mox demonstrabitur: ergo tempus* RS *maius est tempore* GT: *quod demonstrare oportebat. Cum vero* CF *maior sit* CB, FD *vero minor* BA, *habebit* CD *ad* DF *maiorem rationem quam* CA *ad* AB; *ut autem* CD *ad* DF, *ita quadratum* CO *ad quadratum* OF, *cum sint* CD, DO, DF *proportionales; ut vero* CA *ad* AB, *ita quadratum* CV *ad quadratum* VB; *ergo* CO *ad* OF *maiorem rationem habet quam* CV *ad* VB: *igitur, ex lemmate prædicto,* CO *maior est quam* CV. *Constat insuper, tempus per* DC *ad tempus per* DBC *esse ut* DOC *ad* DO *cum* CV.

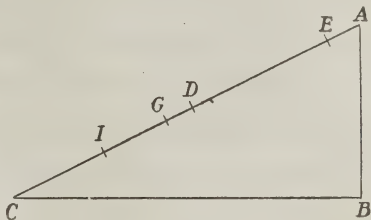
SCHOLIUM.

Ex his quæ demonstrata sunt, colligi posse videtur, lationem omnium velocissimam ex termino ad terminum non per brevissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem, fieri. In quadrante enim BAEC, *cuius latus* BC *sit ad horizontem erectum, divisus sit arcus* AC *in quotcunque partes æquales,* AD, DE, EF, FG,

GC, *et ductæ sint rectæ ex* C *ad puncta* A, D, E, F, G, *et iunctæ sint rectæ quoque* AD, DE, EF, FG, GC: *manifestum est, lationem per duas* ADC *citius absolvi quam per unam* AC, *vel* DC *ex quiete in* D. *Sed ex quiete in* A *citius absolvitur* DC *quam duæ* ADC: *sed per duas* DEC *ex quiete in* A *verisimile est, citius absolvi descensum quam per solam* CD: *ergo descensus per tres* ADEC *absolvitur citius quam per duas* ADC. *Verum similiter, præcedente descensu per* ADE, *citius fit latio per duas* EFC *quam per solam* EC; *ergo per quatuor* ADEFC *citius fit motus quam per tres* ADEC. *Ac tandem per duas* FGC, *post præcedentem descensum per* ADEF, *citius absolvitur latio quam per solam* FC; *ergo per quinque* ADEFGC *breviori adhuc tempore fit descensus quam per quatuor* ADEFC. *Quo igitur per inscriptos polygonos magis ad circumferentiam accedimus, eo citius absolvitur motus inter duos terminos signatos A, C.*

Quod autem in quadrante explicatum est, contingit etiam in circumferentia quadrante minori; et idem est ratiocinium.

PROBLEMA XV, PROPOSITIO XXXVII.

Dato perpendiculo et plano inclinato, quorum eadem sit elevatio, partem in inclinato reperire, quæ sit æqualis perpendiculo et conficiatur eodem tempore ac ipsum perpendiculum.

Sint A B *perpendiculum et* A C *planum inclinatum: oportet, in inclinato partem reperire æqualem perpendiculo* A B, *quæ post quietem in* A *conficiatur tempore æquali tempori quo conficitur perpendiculum. Ponatur* A D *æqualis* A B, *et reliqua* D C *bifariam secetur in* I; *et ut* A C *ad* C I, *ita fiat* C I *ad aliam* A E, *cui ponatur æqualis* D G: *patet,* E G *æqualem esse* AD *et* AB. *Dico insuper, hanc* E G *eam esse, quæ conficitur a mobili, veniente ex quiete in* A, *tempore æquali tempori quo mobile cadit per* AB. *Quia, enim, ut* AC *ad* CI, *ita* C I *ad* A E, *seu* I D *ad* D G, *erit, per conversionem rationis, ut* C A *ad* A I, *ita* D I *ad* I G: *cum itaque sit ut totum* C A *ad totum* A I, *ita ablatum* C I *ad ablatum* I G, *erit reliquum* IA *ad reliquum* AG *ut totum* CA *ad totum* A I. *Est itaque* A I *media inter* C A, A G, *et* C I *media inter* CA, AE. *Si itaque ponatur, tempus per* AB *esse ut* AB, *erit* AC *tempus per* AC, *et* CI, *seu* ID, *tempus per* A E; *cumque* A I *media sit inter* C A, A G, *sitque* C A *tempus per totam* A C; *erit* A I *tempus per* A G, *et reliquum* I C *per reliquum* G C: *fuit autem* D I *tempus per* A E: *sunt itaque* D I, IC *tempora per utrasque* A E, C G: *ergo reliquum* D A *erit tempus per* E G, *æquale nempe tempori per* A B. *Quod faciendum fuit.*

COROLLARIUM.

Ex his constat, spatium quæsitum esse intermedium inter partes superam et inferam, quæ temporibus æqualibus conficiuntur.

PROBLEMA XVI, PROPOSITIO XXXVIII.

Datis duobus planis horizontalibus a perpendiculo sectis, in perpendiculo punctum sublime reperire, ex quo cadentia mobilia, et in planis horizontalibus reflexa, conficiant, in temporibus æqualibus temporibus casuum, in iisdem horizontalibus, in superiore nempe atque in inferiore, spatia quæ inter se habeant quamcumque datam rationem minoris ad maiorem.

Secta sint plana horizontalia CD, BE *a perpendiculo* ACB, *sitque data ratio minoris ad maiorem,* N *ad* FG: *oportet, in perpendiculo* AB *punctum sublime reperire, ex quo mobile cadens, et in plano* CD *reflexum, tempore æquali tempori sui casus spatium conficiat, quod ad spatium confectum ab altero mobili, ex eodem puncto sublimi veniente, tempore æquali tempori sui casus, motu reflexo per* BE *planum, habeat rationem eamdem cum data* N *ad* FG. *Ponatur* GH *æqualis ipsi* N; *et ut* FH *ad* HG, *ita fiat* BC *ad* CL: *dico,* L *esse punctum sublime quæsitum. Accepta enim* CM *dupla ad* CL, *ducatur* LM, *plano* BE *occurrens in* O; *erit* BO *dupla* BL: *et quia ut* FH *ad* HG, *ita* BC *ad* CL, *erit, componendo et convertendo, ut* HG, *hoc est* N, *ad* GF, *ita* CL *ad* LB, *hoc est* CM *ad* BO. *Cum autem* CM *dupla sit ad* LC, *patet, spatium* CM *esse illud quod a mobili veniente ex* L *post casum* LC *conficitur in plano* CD, *et eadem ratione* BO *esse illud quod conficitur post casum* LB *in tempore æquali tem-*

pori casus per LB, *cum* BO *sit dupla ad* BL. *Ergo patet propositum.*

SAGR. Parmi veramente che conceder si possa al nostro Accademico, che egli senza iattanza abbia nel principio di questo suo trattato potuto attribuirsi di arrecarci una nuova scienza intorno a un suggetto antichissimo. Ed il vedere con quanta facilitá e chiarezza da un solo semplicissimo principio ei deduca le dimostrazioni di tante proposizioni, mi fa non poco maravigliare come tal materia sia passata intatta da Archimede, Apollonio, Euclide e tanti altri matematici e filosofi illustri, e massime che del moto si trovano scritti volumi grandi e molti.

SAL. Si vede un poco di fragmento d'Euclide intorno al moto, ma non vi si scorge vestigio che egli s'incaminasse all'investigazione della proporzione dell'accelerazione e delle sue diversitá sopra le diverse inclinazioni. Tal che veramente si può dire, essersi non prima che ora aperta la porta ad una nuova contemplazione, piena di conclusioni infinite ed ammirande, le quali ne i tempi avenire potranno esercitare altri ingegni.

SAGR. Io veramente credo, che sí come quelle poche passioni (dirò per esempio) del cerchio, dimostrate nel terzo de' suoi Elementi da Euclide, sono l'ingresso ad innumerabili altre piú recondite, cosí le prodotte e dimostrate in questo breve trattato, quando passasse nelle mani di altri ingegni specolativi, sarebbe strada ad altre ed altre piú maravigliose; ed è credibile che cosí seguirebbe, mediante la nobiltá del soggetto sopra tutti gli altri naturali.

Lunga ed assai laboriosa giornata è stata questa d'oggi, nella quale ho gustato piú delle semplici proposizioni che delle loro dimostrazioni, molte delle quali credo che, per

ben capirle, mi porteranno via piú d'un'ora per ciascheduna: studio che mi riserbo a farlo con quiete, lasciandomi V. S. il libro nelle mani, dopo che avremo veduto questa parte che resta intorno al moto de i proietti; che sará, se cosí gli piace, nel seguente giorno.

SAL. Non mancherò d'esser con lei.

FINISCE LA TERZA GIORNATA.

GIORNATA QUARTA.

SAL. Attempo arriva ancora il Sig. Simplicio; però, senza interpor quiete, venghiamo al moto: ed ecco il testo del nostro Autore.

DE MOTU PROIECTORUM.

Quæ in motu æquabili contingunt accidentia, itemque in motu naturaliter accelerato super quascunque planorum inclinationes, supra consideravimus. In hac, quam modo aggredior, contemplatione, præcipua quædam symptomata, eaque scitu digna, in medium afferre conabor, eademque firmis demonstrationibus stabilire, quæ mobili accidunt dum motu ex duplici latione composito, æquabili nempe et naturaliter accelerata, movetur: huiusmodi autem videtur esse motus ille, quem de proiectis dicimus; cuius generationem talem constituo.

Mobile quoddam super planum horizontale proiectum mente concipio, omni secluso impedimento: iam constat, ex his quæ fusius alibi dicta sunt, illius motum æquabilem et perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur; si vero terminatum et in sublimi positum intelligamus, mobile, quod gravitate præditum concipio, ad plani terminum delatum, ulterius progrediens, æquabili atque indelebili priori lationi superaddet illam quam a propria gravitate habet deorsum propensionem, indeque motus quidam emerget compositus ex æquabili horizontali et ex deorsum naturaliter accelerato, quem proiectionem voco. Cuius accidentia nonnulla demonstrabimus: quorum primum sit.

THEOREMA I, PROPOSITIO I.

Proiectum, dum fertur motu composito ex horizontali æquabili et ex naturaliter accelerato deorsum, lineam semiparabolicam describit in sua latione.

SAGR. È forza, Sig. Salviati, in grazia di me, ed anco, credo io, del Sig. Simplicio, far qui un poco di pausa; avvenga che io non mi son tanto inoltrato nella geometria, che io abbia fatto studio in Apollonio, se non in quanto so ch'ei tratta di queste parabole e dell'altre sezzioni coniche, senza la cognizione delle quali e delle lor passioni non credo che intendersi possano le dimostrazioni di altre proposizioni a quelle aderenti. E perché giá nella bella prima proposizione ci vien proposto dall'Autore, doversi dimostrare, la linea descritta dal proietto esser parabolica, mi vo imaginando che, non dovendosi trattar d'altro che di tali linee, sia assolutamente necessario avere una perfetta intelligenza, se non di tutte le passioni di tali figure dimostrate da Apollonio, almeno di quelle che per la presente scienza son necessarie.

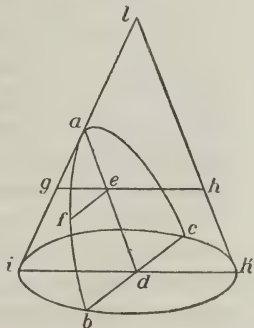
SAL. V. S. si umilia molto, volendosi far nuovo di quelle cognizioni le quali non è gran tempo che ammesse come ben sapute, allora, dico, che nel trattato delle resistenze avemmo bisogno della notizia di certa proposizione d'Apollonio, sopra la quale ella non mosse difficoltá.

SAGR. Può essere o che io la sapessi per ventura o che io la supponessi per una volta tanto che ella mi bisognò in tutto quel trattato: ma qui, dove mi imagino d'avere a sentir tutte le dimostrazioni circa tali linee, non bisogna, come si dice, bever grosso, buttando via il tempo e la fatica.

SIMPL. E poi, rispetto a me, quando bene, come credo, il Sig. Sagredo fusse ben corredato di tutti i suoi bisogni,

a me cominciano giá a giugner come nuovi gli stessi primi termini; perché, se bene i nostri filosofi hanno trattata questa materia del moto de' proietti, non mi sovvien che si siano ristretti a definire quali siano le linee da quelli descritte, salvo che assai generalmente sian sempre linee curve, eccetto che nelle proiezzioni perpendicolari *sursum*. Però, quando quel poco di geometria che io ho appreso da Euclide, da quel tempo in qua che noi avemmo altri discorsi, non sia bastante per rendermi capace delle cognizioni necessarie per l'intelligenza delle seguenti dimostrazioni, mi converrá contentarmi delle sole proposizioni credute, ma non sapute.

SAL. Anzi voglio io che le sappiate mercé dell'istesso Autor dell'opera, il quale, quando giá mi concesse di veder questa sua fatica, perché io ancora in quella volta non aveva in pronto i libri di Apollonio, s'ingegnò di dimostrarmi due passioni principalissime di essa parabola, senza veruna altra precognizione, delle quali sole siamo bisognosi nel presente trattato: le quali son ben anco provate da Apollonio, ma dopo molte altre, che lungo sarebbe a vederle; ed io voglio che abbreviamo assai il viaggio, cavando la prima immediatamente dalla pura e semplice generazione di essa parabola, e da questa poi pure immediatamente la dimostrazione della seconda. Venendo dunque alla prima:

Intendasi il cono retto, la cui base sia il cerchio *i b k c*, e vertice il punto *l*, nel quale, segato con un piano parallelo al lato *l k*, nasca la sezzione *b a c*, detta *parabola*; la cui base *b c* seghi ad angoli retti il diametro *i k* del cerchio *i b k c*, e sia l'asse della parabola *a d* parallelo al lato *l k*; e preso qualsivoglia punto *f* nella linea *b f a*, tirisi la retta *f e*

parallela alla *b d*: dico che il quadrato della *b d* al quadrato della *f e* ha la medesima proporzione che l'asse *d a* alla parte *a e*. Per il punto *e* intendasi passare un piano parallelo al cerchio *i b k c*, il quale fará nel cono una sezzione circolare, il cui diametro sia la linea *g e h*: e perché sopra il diametro *i k* del cerchio *i b k* la *b d* è perpendicolare, sará il quadrato della *b d* eguale al rettangolo fatto dalle parti *id*, *dk*; e parimente nel cerchio superiore, che s'intende passare per i punti *g*, *f*, *h*, il quadrato della linea *f e* è eguale al rettangolo delle parti *g e h*; adunque il quadrato della *b d* al quadrato della *f e* ha la medesima proporzione che il rettangolo *i d k* al rettangolo *g e h*. E perché la linea *e d* è parallela alla *h k*, sará la *e h* eguale alla *d k*, che pur son parallele: e però il rettangolo *i d k* al rettangolo *g e h* ará la medesima proporzione che la *i d* alla *g e*, cioè che la *d a* alla *a e*: adunque il rettangolo *i d k* al rettangolo *g e h*, cioè il quadrato *bd* al quadrato *fe*, ha la medesima proporzione che l'asse *d a* alla parte *a e*; che bisognava dimostrare.

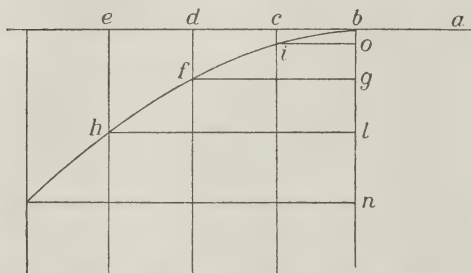
L'altra proposizione, pur necessaria al presente trattato, cosí faremo manifesta. Segniamo la parabola, della quale sia prolungato fuori l'asse *c a* in *d*, e preso qualsivoglia punto *b*, per esso intendasi prodotta la linea *b c*, parallela alla base di essa parabola; e posta la *d a* eguale alla parte dell'asse *c a*, dico che la retta tirata per i punti *d*, *b* non cade dentro alla parabola, ma fuori, sí che solamente la tocca nell'istesso punto *b*. Imperò che, se è possibile, caschi dentro, segandola sopra, o, prolungata, segandola sotto, ed in essa sia preso qualsivoglia punto *g*, per il quale passi la retta *f g e*. E perché il quadrato *f e* è maggiore del quadrato *g e*, maggior proporzione avrá esso quadrato *f e* al quadrato *b c* che 'l qua-

drato *ge* al medesimo *bc*; e perché, per la precedente, il quadrato *fe* al quadrato *bc* sta come la *ea* alla *ac*, adunque maggior proporzione ha la *ea* alla *ac* che 'l quadrato *ge* al quadrato *bc*, cioè che 'l quadrato *ed* al quadrato *dc* (essendo che nel triangolo *dge* come la *ge* alla parallela *bc*, cosí sta *ed* a *dc*): ma la linea *ea* alla *ac*, cioè alla *ad*, ha la medesima proporzione che 4 rettangoli *ead* a 4 quadrati di *ad*, cioè al quadrato *cd* (che è eguale a 4 quadrati di *ad*): adunque 4 rettangoli *ead* al quadrato *cd* aranno maggior proporzione che il quadrato *ed* al quadrato *dc*: adunque 4 rettangoli *ead* saranno maggiori del quadrato *ed*: il che è falso, perché son minori; imperò che le parti *ea*, *ad* della linea *ed* non sono eguali. Adunque la linea *db* tocca la parabola in *b*, e non la sega: il che si doveva dimostrare.

SIMPL. Voi procedete nelle vostre dimostrazioni troppo alla grande, ed andate sempre, per quanto mi pare, supponendo che tutte le proposizioni di Euclide mi siano cosí familiari e pronte, come gli stessi primi assiomi, il che non è. E pur ora l'uscirmi addosso, che 4 rettangoli *ead* son minori del quadrato *de*, perché le parti *ea*, *ad* della linea *ed* non sono equali, non mi quieta, ma mi lascia sospeso.

SAL. Veramente tutti i matematici non vulgari suppongono che il lettore abbia prontissimi al meno gli Elementi di Euclide: e qui, per supplire al vostro bisogno, basterá ricordarvi una proposizione del secondo, nella quale si dimostra, che quando una linea è segata in parti eguali ed in diseguali, il rettangolo delle parti diseguali è minore del rettangolo delle parti eguali (cioè del quadrato della metá) quanto è il quadrato della linea compresa tra i segamenti; onde è manifesto che il quadrato di tutta, il quale contiene 4 quadrati della metá, è maggiore di 4 rettangoli delle parti diseguali. Ora, di queste

due proposizioni dimostrate, prese da gli elementi conici, conviene che tenghiamo memoria per l'intelligenza delle cose seguenti nel presente trattato: ché di queste sole, e non di piú, si serve l'Autore. Ora possiamo ripigliare il testo, per vedere in qual maniera ei vien dimostrando là sua prima proposizione, dove egli intende di provarci la linea descritta dal mobile grave, che mentre ci descende con moto composto dell'equabile orizzontale e del naturale descendente, sia una semiparabola.

Intelligatur horizontalis linea seu planum a b *in sublimi positum, super quo ex* a *in* b *motu æquabili feratur mobile; deficiente vero plani fulcimento in* b, *superveniat ipsi mobili, a propria gravitate, motus naturalis deorsum iuxta perpendicularem* b n. *Intelligatur insuper plano* a b *in directum posita linea* b e, *tanquam temporis effluxus seu mensura, super qua ad libitum notentur partes quotlibet temporis æquales,* b c, c d, d e; *atque ex punctis* b, c, d, e *intelligantur productæ lineæ perpendiculo* b n *æquidistantes: in quarum prima accipiatur quælibet pars* c i; *cuius quadrupla sumatur in sequenti,* d f; *nonupla,* e h; *et consequenter in reliquis secundum rationem quadratorum ipsarum* c b, d b, e b *seu dicamus in ratione earundem linearum duplicata. Quod si mobili ultra* b *versus* c *æquabili latione lato descensum perpendicularem secundum quantitatem* c i *superadditum intelligamus, reperietur tempore* b c *in termino* i *constitutum. Ulterius autem procedendo, tempore* d b, *duplo*

scilicet b c, *spatium descensus deorsum erit spatii primi* c i *quadruplum; demonstratum enim est in primo tractatu, spatia peracta a gravi, motu naturaliter accelerato, esse in duplicata ratione temporum: pariterque consequenter spatium* e h, *peractum tempore* b e, *erit ut 9: adeo ut manifeste constet, spatia* e h, d f, c i *esse inter se ut quadrata linearum* e b, d b, c b. *Ducantur modo a punctis* i, f, h *rectæ* i o, f g, h l, *ipsi* e b *æquidistantes: erunt* h l, f g, i o *lineæ lineis* e b, d b, c b, *singulæ singulis, æquales; nec non ipsæ* b o, b g, b l, *ipsis* c i, d f, e h *æquales; eritque quadratum* h l *ad quadratum* f g *ut linea* l b *ad* b g, *et quadratum* f g *ad quadratum* i o *ut* g b *ad* b o; *ergo puncta* i, f, h *sunt in una eademque linea parabolica. Similiterque demonstrabitur, assumptis quibuscunque temporis particulis æqualibus cuiuslibet magnitudinis, loca mobilis simili motu composito lati iisdem temporibus in eadem linea parabolica reperiri. Ergo patet propositum.*

SAL. Questa conclusione si raccoglie dal converso della prima delle due proposizioni poste di sopra. Imperò che, descritta, per esempio, la parabola per li punti *b*, *h*, se alcuno delli 2 *f*, *i* non fusse nella descritta linea parabolica, sarebbe dentro o fuori, e, per conseguenza, la linea *f g* sarebbe o minore o maggiore di quella che andasse a terminare nella linea parabolica; onde il quadrato della *h l* non al quadrato della *f g*, ma ad altro maggiore o minore, arebbe la medesima proporzione che ha la linea *l b* alla *b g*; ma la ha al quadrato della *f g*: adunque il punto *f* è nella parabolica: e cosí tutti gli altri, etc.

SAGR. Non si può negare che il discorso sia nuovo, ingegnoso e concludente, argomentando *ex suppositione*, supponendo cioè che il moto traversale si mantenga sempre equabile, e che il naturale *deorsum* parimente mantenga il suo tenore, d'andarsi sempre accelerando secondo la proporzion duplicata de i tempi, e che tali moti

e loro velocitá, nel mescolarsi, non si alterino perturbino ed impedischino, sí che finalmente la linea del proietto non vadia, nella continuazion del moto, a degenerare in un'altra spezie: cosa che mi si rappresenta come impossibile. Imperò che, stante che l'asse della parabola nostra, secondo 'l quale noi supponghiamo farsi il moto naturale de i gravi, essendo perpendicolare all'orizonte, va a terminar nel centro della terra; ed essendo che la linea parabolica si va sempre slargando dal suo asse; niun proietto andrebbe giá mai a terminar nel centro, o, se vi andrebbe, come par necessario, la linea del proietto tralignerebbe in altra, diversissima dalla parabolica.

SIMPL. Io a queste difficoltá ne aggiungo dell'altre: una delle quali è, che noi supponghiamo che il piano orizontale, il quale non sia né acclive né declive, sia una linea retta, quasi che una simil linea sia in tutte le sue parti egualmente distante dal centro, il che non è vero; perché, partendosi dal suo mezo, va verso le estremitá sempre piú e piú allontanandosi dal centro, e però ascendendo sempre; il che si tira in conseguenza, essere impossibile che il moto si perpetui, anzi che né pur per qualche spazio si mantenga equabile, ma ben sempre vadia languendo. In oltre, è, per mio credere, impossibile lo schivar l'impedimento del mezo, sí che non levi l'equabilitá del moto trasversale e la regola dell'accelerazione ne i gravi cadenti. Dalle quali tutte difficoltá si rende molto improbabile che le cose dimostrate con tali supposizioni incostanti possano poi nelle praticate esperienze verificarsi.

SAL. Tutte le promosse difficoltá e instanze son tanto ben fondate, che stimo essere impossibile il rimuoverle, ed io, per me, le ammetto tutte, come anco credo che il nostro Autore esso ancora le ammetterebbe; e concedo che le conclusioni cosí in astratto dimostrate si alterino in concreto, e si falsifichino a segno tale, che né il moto

trasversale sia equabile, né l'accelerazione del naturale sia con la proporzion supposta, né la linea del proietto sia parabolica, etc.: ma ben, all'incontro, domando che elle non contendano al nostro Autor medesimo quello che altri grandissimi uomini hanno supposto, ancor che falso. E la sola autoritá d'Archimede può quietare ogn'uno, il quale, nelle sue Mecaniche e nella prima Quadratura della parabola, piglia come principio vero, l'ago della bilancia o stadera essere una linea retta in ogni suo punto equalmente distante dal centro commune de i gravi, e le corde alle quali sono appesi i gravi esser tra di loro parallele: la qual licenza viene da alcuni scusata, perché nelle nostre pratiche gli strumenti nostri e le distanze le quali vengono da noi adoperate, son cosí piccole in comparazione della nostra gran lontananza dal centro del globo terrestre, che ben possiamo prendere un minuto di un grado del cerchio massimo come se fusse una linea retta, e due perpendicoli che da i suoi estremi pendessero, come se fussero paralleli. Che quando nelle opere praticali si avesse a tener conto di simili minuzie, bisognerebbe cominciare a riprendere gli architetti, li quali col perpendicolo suppongono d'alzar le altissime torri tra linee equidistanti. Aggiungo qui, che noi possiamo dire che Archimede e gli altri supposero nelle loro contemplazioni, esser costituiti per infinita lontananza remoti dal centro, nel qual caso i loro assunti non erano falsi, e che però concludevano con assoluta dimostrazione. Quando poi noi vogliamo praticar in distanza terminata le conclusioni dimostrate col suppor lontananza immensa, doviamo diffalcar dal vero dimostrato quello che importa il non esser la nostra lontananza dal centro realmente infinita, ma ben tale che domandar si può immensa in comparazione della piccolezza de gli artificii praticati da noi: il maggior de i quali sará il tiro de i proietti, e di questi quello solamente dell'artiglierie, il quale, per

grande che sia, non passerá 4 miglia di quelle delle quali noi siamo lontani dal centro quasi altrettante migliara; ed andando questi a terminar nella superficie del globo terrestre, ben potranno solo insensibilmente alterar quella figura parabolica, la quale si concede che sommamente si trasformerebbe nell'andare a terminar nel centro.

Quanto poi al perturbamento procedente dall'impedimento del mezo, questo è piú considerabile, e, per la sua tanto moltiplice varietá, incapace di poter sotto regole ferme esser compreso e datone scienza; atteso che, se noi metteremo in considerazione il solo impedimento che arreca l'aria a i moti considerati da noi, questo si troverá perturbargli tutti, e perturbargli in modi infiniti, secondo che in infiniti modi si variano le figure, le gravitá e le velocitá de i mobili. Imperò che, quanto alla velocitá, secondo che questa sará maggiore, maggiore sará il contrasto fattogli dall'aria; la quale anco impedirá piú i mobili, secondo che saranno men gravi: talché, se bene il grave descendente dovrebbe andare accelerandosi in duplicata proporzione della durazion del suo moto, tuttavia, per gravissimo che fusse il mobile, nel venir da grandissime altezze sará tale l'impedimento dell'aria, che gli torrá il poter crescere piú la sua velocitá, e lo ridurrá ad un moto uniforme ed equabile; e questa adequazione tanto piú presto ed in minori altezze si otterrá, quanto il mobile sará men grave. Quel moto anco che nel piano orizontale, rimossi tutti gli altri ostacoli, devrebbe essere equabile e perpetuo, verrá dall'impedimento dell'aria alterato, e finalmente fermato: e qui ancora tanto piú presto, quanto il mobile sará piú leggiero. De i quali accidenti di gravitá, di velocitá, ed anco di figura, come variabili in modi infiniti, non si può dar ferma scienza: e però, per poter scientificamente trattar cotal materia, bisogna astrar da essi, e ritrovate e dimostrate le conclusioni astratte da gl'impedimenti, servircene, nel praticarle, con

quelle limitazioni che l'esperienza ci verrá insegnando. E non però piccolo sará utile, perché le materie e lor figure saranno elette le men soggette a gl'impedimenti del mezo, quali sono le gravissime e le rotonde, e gli spazii e le velocitá per lo piú non saranno sí grandi, che le loro esorbitanze non possano con facil tara esser ridotte a segno; anzi pure ne i proietti praticabili da noi, che siano di materie gravi e di figura rotonda, ed anco di materie men gravi e di figura cilindrica, come frecce, lanciati con frombe o archi, insensibile sará del tutto lo svario del lor moto dall'esatta figura parabolica. Anzi (e voglio pigliarmi alquanto piú di licenza), che ne gli artifizii da noi praticabili la piccolezza loro renda pochissimo notabili gli esterni ed accidentarii impedimenti, tra i quali quello del mezo è il piú considerabile, vi posso io con due esperienze far manifesto. Io farò considerazione sopra i movimenti fatti per l'aria, ché tali son principalmente quelli de i quali noi parliamo; contro i quali essa aria in due maniere esercita la sua forza: l'una è coll'impedir piú i mobili men gravi che i gravissimi; l'altra è nel contrastar piú alla velocitá maggiore che alla minore dell'istesso mobile. Quanto al primo, il mostrarci l'esperienza che due palle di grandezza eguali, ma di peso l'una 10 o 12 volte piú grave dell'altra, quali sarebbero, per esempio, una di piombo e l'altra di rovere, scendendo dall'altezza di 150 o 200 braccia, con pochissimo differente velocitá arrivano in terra, ci rende sicuri che l'impedimento e ritardamento dell'aria in amendue è poco: che se la palla di piombo, partendosi nell'istesso momento da alto con l'altra di legno, poco fusse ritardata, e questa molto, per assai notabile spazio devrebbe il piombo, nell'arrivare in terra, lasciarsi a dietro il legno, mentre è 10 volte piú grave; il che tutta via non accade, anzi la sua anticipazione non sará né anco la centesima parte di tutta l'altezza; e tra una palla di piombo ed una

di pietra, che di quella pesasse la terza parte o la metá, appena sarebbe osservabile la differenza del tempo delle lor giunte in terra. Ora, perché l'impeto che acquista una palla di piombo nel cadere da un'altezza di 200 braccia (il quale è tanto, che continuandolo in moto equabile scorrerebbe braccia 400 in tanto tempo quanto fu quello della sua scesa) è assai considerabile rispetto alle velocitá che noi con archi o altre machine conferiamo a i nostri proietti (trattone gl'impeti dependenti dal fuoco), possiamo senza errore notabile concludere e reputar come assolutamente vere le proposizioni che si dimostreranno senza il riguardo dell'alterazion del mezo. Circa poi all'altra parte, che è di mostrare, l'impedimento che l'istesso mobile riceve dall'aria, mentre egli con gran velocitá si muove, non esser grandemente maggiore di quello che gli contrasta nel muoversi lentamente, ferma certezza ce ne porge la seguente esperienza. Sospendansi da due fili egualmente lunghi, e di lunghezza di 4 o 5 braccia, due palle di piombo eguali, e attaccati i detti fili in alto, si rimuovano amendue le palle dallo stato perpendicolare; ma l'una si allontani per 80 o piú gradi, e l'altra non piú che 4 o 5: sí che, lasciate in libertá, l'una scenda e, trapassando il perpendicolo, descriva archi grandissimi di 160, 150, 140 gradi, etc., diminuendogli a poco a poco; ma l'altra, scorrendo liberamente, passi archi piccoli di 10, 8, 6, etc., diminuendogli essa ancora a poco a poco: qui primieramente dico, che in tanto tempo passerá la prima li suoi gradi 180, 160, etc., in quanto l'altra li suoi 10, 8, etc. Dal che si fa manifesto, che la velocitá della prima palla sará 16 e 18 volte maggiore della velocitá della seconda; sí che, quando la velocitá maggiore piú dovesse essere impedita dall'aria che la minore, piú rade devriano esser le vibrazioni ne gli archi grandissimi di 180 o 160 gradi, etc., che ne i piccolissimi di 10, 8, 4, ed anco di 2 e di 1: ma a questo

repugna l'esperienza; imperò che se due compagni si metteranno a numerare le vibrazioni, l'uno le grandissime e l'altro le piccolissime, vedranno che ne numereranno non pur le decine, ma le centinaia ancora, senza discordar d'una sola, anzi d'un sol punto. E questa osservazione ci assicura congiuntamente delle 2 proposizioni, cioè che le massime e le minime vibrazioni si fanno tutte a una a una sotto tempi eguali, e che l'impedimento e ritardamento dell'aria non opera piú ne i moti velocissimi che ne i tardissimi; contro a quello che pur dianzi pareva che noi ancora comunemente giudicassimo.

SAGR. Anzi, perché non si può negare che l'aria impedisca questi e quelli, poi che e questi e quelli vanno languendo e finalmente finiscono, convien dire che tali ritardamenti si facciano con la medesima proporzione nell'una e nell'altra operazione. Ma che? L'avere a far maggior resistenza una volta che un'altra, da che altro proced'egli fuor che dall'esser assalito una volta con impeto e velocitá maggiore, ed un'altra con minore? E se questo è, la quantitá medesima della velocitá del mobile è cagione ed insieme misura della quantitá della resistenza. Adunque tutti i moti, siano tardi o veloci, son ritardati e impediti con l'istessa proporzione: notizia, par a me, non disprezzabile.

SAL. Possiam per tanto anco in questo secondo caso concludere, che le fallacie nelle conclusioni le quali astraendo da gli accidenti esterni si dimostreranno, siano ne gli artifizii nostri di piccola considerazione, rispetto a i moti di gran velocitá, de i quali per lo piú si tratta, ed alle distanze, che non sono se non piccolissime in relazione alla grandezza del semidiametro e de i cerchi massimi del globo terrestre.

SIMPL. Io volentieri sentirei la cagione per la quale V. S. sequestra i proietti dall'impeto del fuoco, cioè, come credo, dalla forza della polvere, da gli altri proietti con

frombe archi o balestre, circa 'l non essere nell'istesso modo soggetti all'alterazione ed impedimento dell'aria.

SAL. Muovemi l'eccessiva e, per via di dire, furia soprannaturale con la quale tali proietti vengono cacciati; ché bene anco fuora d'iperbole mi par che la velocitá con la quale vien cacciata la palla fuori d'un moschetto o d'una artiglieria, si possa chiamar sopranaturale. Imperò che, scendendo naturalmente per l'aria da qualche altezza immensa una tal palla, la velocitá sua, mercé del contrasto dell'aria, non si andrá accrescendo perpetuamente: ma quello che ne i cadenti poco gravi si vede in non molto spazio accadere, dico di ridursi finalmente a un moto equabile, accaderá ancora, dopo la scesa di qualche migliara di braccia, in una palla di ferro o di piombo; e questa terminata ed ultima velocitá si può dire esser la massima che naturalmente può ottener tal grave per aria: la qual velocitá io reputo assai minor di quella che alla medesima palla viene impressa dalla polvere accesa. Del che una assai acconcia esperienza ci può render cauti. Sparisi da un'altezza di cento o piú braccia un archibuso con palla di piombo all'in giú perpendicolarmente sopra un pavimento di pietra, e col medesimo si tiri contro una simil pietra in distanza d'un braccio o 2, e veggasi poi qual delle 2 palle si trovi esser piú ammaccata: imperò che, se la venuta da alto si troverá meno schiacciata dell'altra, sará segno che l'aria gli avrá impedita e diminuita la velocitá conferitagli dal fuoco nel principio del moto, e che, per conseguenza, una tanta velocitá non gli permetterebbe l'aria che ella guadagnasse giá mai venendo da quanto si voglia subblime altezza; ché quando la velocitá impressagli dal fuoco non eccedesse quella che per se stessa, naturalmente scendendo, potesse acquistare, la botta all'ingiú devrebbe piú tosto esser piú valida che meno. Io non ho fatto tale esperienza, ma inclino a credere che una palla d'archibuso o

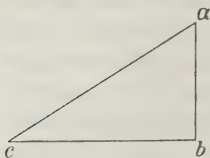
d'artiglieria, cadendo da un'altezza quanto si voglia grande, non fará quella percossa che ella fa in una muraglia in lontananza di poche braccia, cioè di cosí poche, che 'l breve sdrucito, o vogliam dire scissura, da farsi nell'aria non basti a levar l'eccesso della furia sopranaturale impressagli dal fuoco. Questo soverchio impeto di simili tiri sforzati può cagionar qualche deformitá nella linea del proietto, facendo 'l principio della parabola meno inclinato e curvo del fine; ma questo, poco o niente può esser di progiudizio al nostro Autore nelle praticali operazioni: tra le quali principale è la composizione d'una tavola per i tiri che dicono di volata, la quale contenga le lontananze delle cadute delle palle tirate secondo tutte le diverse elevazioni; e perché tali proiezzioni si fanno con mortari, e con non molta carica, in questi non essendo sopranaturale l'impeto, i tiri segnano le lor linee assai esattamente.

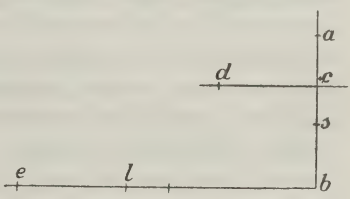
Ma in tanto procediamo avanti nel trattato, dove l'Autore ci vuole introdurre alla contemplazione ed investigazione dell'impeto del mobile, mentre si muove con moto composto di due; e prima, del composto di due equabili, l'uno orizontale e l'altro perpendicolare.

THEOREMA II, PROPOSITIO II.

Si aliquod mobile duplici motu æquabili moveatur, nempe horizontali et perpendiculari, impetus seu momentum lationis ex utroque motu compositæ erit potentia æqualis ambobus momentis priorum motuum.

Moveatur enim aliquod mobile æquabiliter duplici latione, et mutationi perpendiculari respondeat spatium a b, *lationi vero horizontali eodem tempore confectæ respondeat* b c. *Cum igitur per motus æquabiles conficiantur eodem tempore spatia* a b, b c, *erunt harum lationum mo-*

menta inter se ut ipsæ a b, b c: *mobile vero, quod secundum hasce duas mutationes movetur, describit diagonalem* a c; *erit momentum suæ velocitatis ut* a c. *Verum* a c *potentia æquatur ipsis* a b, b c; *ergo momentum compositum ex utrisque momentis* a b, b c *est potentia tantum illis simul sumptis æquale: quod erat ostendendum.*

SIMPL. È necessario levarmi un poco di scrupolo che qui mi nasce, parendomi che questo, che ora si conclude, repugni ad un'altra proposizione del trattato passato, nella quale si affermava, l'impeto del mobile venente dall'*a* in *b* essere eguale al venente dall'*a* in *c*; ed ora si conclude, l'impeto in *c* esser maggiore che in *b*.

SAL. Le proposizioni, Sig. Simplicio, sono amendue vere, ma molto diverse tra di loro. Qui si parla d'un sol mobile, mosso d'un sol moto, ma composto di due, amendue equabili; e lá si parla di 2 mobili, mossi di moti naturalmente accelerati, uno per la perpendicolare *ab*, e l'altro per l'inclinata *a c*. In oltre, i tempi quivi non si suppongono eguali, ma il tempo per l'inclinata *a c* è maggiore del tempo per la perpendicolare *a b;* ma nel moto del quale si parla al presente, i moti per le *a b*, *b c*, *a c* s'intendono equabili e fatti nell'istesso tempo.

SIMPL. Mi scusino, e seguano avanti, ché resto acquietato.

SAL. Séguita l'Autore per incaminarci a intender quel che accaggia intorno all'impeto d'un mobile mosso pur d'un moto composto di 2, uno cioè orizontale ed equabile, e l'altro perpendicolare ma naturalmente accelerato, de i quali finalmente è composto il moto del proietto e si descrive la linea parabolica, in ciaschedun punto della quale si cerca di determinare quanto sia l'impeto del proietto. Per la cui intelligenza ci dimostra l'Autore il modo, o

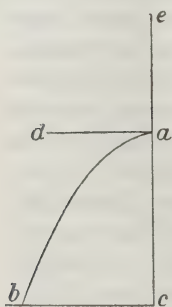
vogliàn dir metodo, di regolare e misurar cotale impeto sopra l'istessa linea nella quale si fa il moto del grave descendente con moto naturalmente accelerato, partendosi dalla quiete, dicendo:

THEOREMA III, PROPOSITIO III.

Fiat motus per lineam a b *ex quiete in* a, *et accipiatur in ea quodlibet punctum* c; *et ponatur ipsamet* a c *esse tempus, seu temporis mensura, casus ipsius per spatium* a c, *nec non mensura quoque impetus seu momenti in puncto* c *ex descensu* a c *acquisiti. Modo sumatur in eadem linea* a b *quodcunque aliud punctum, utputa* b, *in quo determinandum est de impetu acquisito a mobili per descensum* a b, *in ratione ad impetum quem obtinuit in* c, *cuius mensura posita est* a c. *Ponatur* a s *media proportionalis inter* b a, a c: *demonstrabimus, impetum in* b *ad impetum in* c *esse ut lineam* s a *ad* a c. *Sumantur horizontales* c d, *dupla ipsius* a c, b e *vero dupla* b a: *constat, ex demonstratis, cadens per* a c, *conversum in horizonte* c d, *atque iuxta impetum in* c *acquisitum motu æquabili delatum, conficere spatium* c d *æquali tempore, atque ipsum* a c *motu accelerato confecit; similiterque,* b e *confici eodem tempore atque* a b: *sed tempus ipsius descensus* a b *est* a s: *ergo horizontalis* b e *conficitur tempore* a s. *Fiat ut tempus* s a *ad tempus* a c, *ita* e b *ad* b l; *cumque motus per* b e *sit æquabilis, erit spatium* b l *peractum tempore* a c *secundum momentum celeritatis in* b: *sed tempore eodem* a c *conficitur spatium* c d *secundum momentum celeritatis in* c; *momenta autem celeritatis sunt inter se ut spatia, quæ iuxta ipsa momenta eodem con-*

ficiuntur tempore: ergo momentum celeritatis in c *ad momentum celeritatis in* b *est ut* d c *ad* b l. *Quia vero ut* d c *ad* b e, *ita ipsarum dimidia, nempe* c a *ad* a b; *ut autem* e b *ad* b l, *ita* b a *ad* a s; *ergo, ex æquali, ut* d c *ad* b l, *ita* c a *ad* a s: *hoc est, ut momentum celeritatis in* c *ad momentum celeritatis in* b, *ita* c a *ad* a s, *hoc est, tempus per* c a *ad tempus per* a b.

Patet itaque ratio mensurandi impetum seu celeritatis momentum super linea in qua fit motus descensus; qui quidem impetus ponitur augeri pro ratione temporis.

Hic autem, antequam ulterius progrediamur, præmonendum est, quod cum de motu composito ex æquabili horizontali et ex naturaliter accelerato deorsum futurus sit sermo (ex tali enim mixtione conflatur ac designatur linea proiecti, nempe parabola), necesse habemus definire aliquam communem mensuram, iuxta quam utriusque motus velocitatem, impetum, seu momentum, dimetiri valeamus; cumque lationis æquabilis innumeri sint velocitatis gradus, quorum non quilibet fortuito, sed unus ex illis innumeris, cum gradu celeritatis per motum naturaliter acceleratum acquisito sit conferendus et coniungendus, nullam faciliorem viam excogitare potui pro eo eligendo atque determinando, quam alium eiusdem generis assumendo. Ut autem clarius me explicem, intelligatur perpendicularis a c *ad horizontalem* c b; a c *vero esse altitudinem,* c b *autem amplitudinem semiparabolæ* a b, *quæ describitur a compositione duarum lationum, quarum una est mobilis descendentis per* a c *motu naturaliter accelerato ex quiete in* a, *altera est motus transversalis æquabilis iuxta horizontalem* a d. *Impetus acquisitus in* c *per descensum* a c *determinatur a quantitate eiusdem altitudinis* a c: *unus enim atque idem est*

semper impetus mobilis ex eadem altitudine cadentis: verum in horizontali non unus, sed innumeri assignari possunt gradus velocitatis motuum æquabilium. Ex quorum multitudine ut illum quem elegero a reliquis segregare et quasi digito monstrare possim, altitudinem c a *in sublimi extendam, in qua, prout opus fuerit, sublimitatem* a e *firmabo: ex qua si cadens ex quiete in* e *mente concipiam, patet, impetum eius in termino* a *acquisitum, unum esse cum quo idem mobile, per horizontalem* a d *conversum, ferri concepero; eiusque gradum celeritatis esse illum, quo, in tempore descensus per* e a, *spatium in horizontali duplum ipsius* e a *conficiet. Hæc præmonere necessarium visum est.*

Advertatur insuper, semiparabolæ a b *« amplitudinem » a me vocari horizontalem* c b;

« altitudinem », a c *nempe, eiusdem parabolæ axem:*

lineam vero e a, *ex cuius descensu determinatur impetus horizontalis, « sublimitatem » appello.*

His declaratis ac definitis, ad demonstrandum me confero.

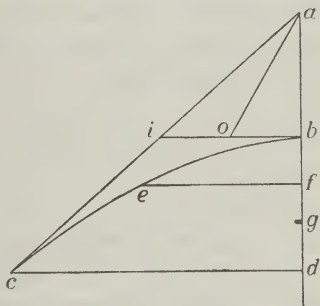
SAGR. Fermate, in grazia, perché qui mi par che convenga adornar questo pensiero dell'Autore con la conformitá del concetto di Platone intorno al determinare le diverse velocitá de i moti equabili delle conversioni de i moti celesti. Il quale, avendo per avventura auto concetto, non potere alcun mobile passare dalla quiete ad alcun determinato grado di velocitá, nel quale ei debba poi equabilmente perpetuarsi, se non col passare per tutti gli altri gradi di velocitá minori, o vogliam dire di tarditá maggiori, che tra l'assegnato grado e l'altissimo di tarditá, cioè della quiete, intercedono, disse che Iddio, dopo aver creati i corpi mobili celesti, per assegnàr loro quelle velocitá con le quali poi dovessero con moto circolare equabile perpetuamente muoversi, gli fece, par-

tendosi loro dalla quiete, muover per determinati spazii di quel moto naturale e per linea retta secondo 'l quale noi sensatamente veggiamo i nostri mobili muoversi dallo stato di quiete accelerandosi successivamente; e soggiugne che, avendogli fatto guadagnar quel grado nel quale gli piacque che poi dovessero mantenersi perpetuamente, convertí il moto loro retto in circolare, il quale solo è atto a conservarsi equabile, rigirandosi sempre senza allontanarsi o avvicinarsi a qualche prefisso termine da essi desiderato. Il concetto è veramente degno di Platone; ed è tanto piú da stimarsi, quanto i fondamenti taciuti da quello e scoperti dal nostro Autore, con levargli la maschera o sembianza poetica, lo scuoprono in aspetto di verace istoria. E mi pare assai credibile, che avendo noi per le dottrine astronomiche assai competente notizia delle grandezze de gli orbi de i pianeti e delle distanze loro dal centro intorno al quale si raggirano, come ancora delle loro velocitá, possa il nostro Autore (al quale il concetto Platonico non era ascosto) aver tal volta per sua curiositá auto pensiero d'andare investigando se si potesse assegnare una determinata sublimitá, dalla quale partendosi, come da stato di quiete, i corpi de i pianeti, e mossisi per certi spazii di moto retto e naturalmente accelerato, convertendo poi la velocitá acquistata in moti equabili, si trovassero corrispondere alle grandezze de gli orbi loro e a i tempi delle loro revoluzioni.

SAL. Mi par sovvenire che egli giá mi dicesse, aver una volta fatto il computo, ed anco trovatolo assai acconciamente rispondere alle osservazioni, ma non averne voluto parlare, giudicando che le troppe novitá da lui scoperte, che lo sdegno di molti gli hanno provocato, non accendessero nuove scintille. Ma se alcuno avrá simil desiderio, potrá per se stesso, con la dottrina del presente trattato, sodisfare al suo gusto. Ma seguitiamo la nostra materia, che è di dimostrare:

PROBLEMA I, PROPOSITIO IV.

Quomodo in datæ parabolæ, a proiecto descriptæ, punctis singulis impetus sit determinandus.

Sit semiparabola b e c, *cuius amplitudo* c d, *altitudo* d b, *quæ extensa in sublimi occurrat tangenti parabolam* c a *in* a; *et per verticem* b *sit horizonti et* c d *parallela* b i. *Quod si amplitudo* c d *sit æqualis toti altitudini* d a, *erit* b i *æqualis* b a *et* b d; *et si temporis casus per* a b, *et momenti velocitatis acquisiti in* b *per descensum* a b *ex quiete in* a, *ponamus mensuram esse ipsammet* a b, *erit* d c (*dupla nempe* b i) *spatium quod per impetum* a b, *per horizontalem conversum, conficiet eodem tempore: sed eodem tempore cadens per* b d *ex quiete in* b *conficit altitudinem* b d: *ergo mobile cadens ex quiete in* a, *per* a b *conversum cum impetu* a b, *per horizontalem conficit spatium æquale* d c. *Superveniente vero casu per* b d, *conficit altitudinem* b d, *et parabola* b c *designatur, cuius impetus in termino* c *est compositus ex æquabili transversali, cuius momentum est ut* a b, *et ex altero momento acquisito in descensu* b d *in termino* d *seu* c; *quæ momenta æqualia sunt. Si ergo intelligamus,* a b *alterius illorum esse mensuram, ut puta transversalis æquabilis:* b i *vero quæ ipsi* b d *est æqualis, esse mensuram impetus acquisiti in* d *seu* c; *subtensa* i a *erit quantitas momenti compositi ex ambobus: erit ergo quantitas seu mensura integri momenti, quo proiectum veniens per parabolam* b c *impetum facit in* c. *His retentis, accipiatur in parabola quodlibet punctum* e, *in quo de impetu proiecti determinandum sit.*

Ducatur horizontalis ef, *et accipiatur* bg *media proportionalis inter* bd, bf; *cumque posita sit* ab, *seu* bd, *esse mensura temporis et momenti velocitatis in casu* bd *ex quiete in* b, *erit* bg *tempus seu mensura temporis et impetus in* f *venientis ex* b. *Si igitur ponatur* bo *æqualis* bg, *iuncta diagonalis* ao *erit quantitas impetus in puncto* e: *est enim* ab *determinatrix posita temporis et impetus in* b, *qui conversus in horizontali semper servatur idem;* bo *vero determinat impetum in* f *seu* e *per descensum ex quiete in* b *in altitudine* bf: *his autem* ab, bo *potentia æquipollet* ao. *Patet ergo quod quærebatur.*

SAGR. La contemplazione del componimento di questi impeti diversi, e della quantitá di quell'impeto che da tal mistione ne risulta, mi giugne tanto nuova, che mi lascia la mente in non piccola confusione: non dico della mistione di due movimenti equabili, benché tra di loro diseguali, fatti uno per la linea orizontale e l'altro per la perpendicolare, ché di questi resto capacissimo farsi un moto in potenza eguale ad amendue i componenti; ma mi nasce confusione nel mescolamento dell'orizontale equabile, e perpendicolare naturalmente accelerato. Però vorrei che insieme digerissimo meglio questa materia.

SIMPL. Ed io tanto piú ne son bisognoso, quanto che non sono ancor totalmente quietato di mente, come bisogna, nelle proposizioni che sono come primi fondamenti dell'altre che gli seguono appresso. Voglio inferire che anco nella mistione de i due moti equabili, orizontale e perpendicolare, vorrei meglio intendere quella potenza del lor composto. Ora, Sig. Salviati, V. S. intende il nostro bisogno e desiderio.

SAL. Il desiderio è molto ragionevole, e tenterò se l'aver io piú lungo tempo potuto pensarvi sopra, può agevolare la vostra intelligenza. Ma converrá comportarmi e

scusarmi, se nel discorrere anderò replicando buona parte delle cose sin qui poste dall'Autore.

Discorrer determinatamente circa i movimenti e lor velocitá o impeti, siano quelli o equabili o naturalmente accelerati, non possiamo noi senza prima determinar della misura che usar vogliamo per misurar tali velocitá, come anco della misura del tempo. Quanto alla misura del tempo, giá abbiamo la comunemente ricevuta per tutto, delle ore, minuti primi e secondi etc.; e come per misura del tempo ci è la detta comune, ricevuta da tutti, cosí bisogna assegnarne una per le velocitá, che appresso tutti sia comunemente intesa e ricevuta, cioè che appresso tutti sia l'istessa. Atta per tale uso ha stimato l'Autore, come si è dichiarato, esser la velocitá de i gravi naturalmente descendenti, de i quali le crescenti velocitá in tutte le parti del mondo serbano l'istesso tenore; sí che quel grado di velocitá che (per esempio) acquista una palla di piombo d'una libra nell'esser, partendosi dalla quiete, scesa perpendicolarmente quanto è l'altezza di una picca, è sempre e in tutti i luoghi il medesimo, e per ciò accomodatissimo per esplicar la quantitá dell'impeto derivante dalla scesa naturale. Resta poi il trovar modo di determinare anco la quantitá dell'impeto in un moto equabile in guisa tale, che tutti coloro che circa di quello discorrino, si formino l'istesso concetto della grandezza e velocitá sua, sí che uno non se lo figuri piú veloce e un altro meno, onde poi nel congiugnere e mescolar questo da sé concepito equabile con lo statuito moto accelerato, da diversi uomini ne vengano formati diversi concetti di diverse grandezze d'impeti. Per determinare e rappresentare cotal impeto e velocitá particolare, non ha trovato il nostro Autore altro mezo piú accomodato, che 'l servirsi dell'impeto che va acquistando il mobile nel moto naturalmente accelerato; del quale qualsivoglia momento acquistato, convertito in moto equabile, ritien la sua ve-

locitá limitata precisamente, e tanta, che in altrettanto tempo quanto fu quello della scesa passa doppio spazio dell'altezza dalla quale è caduto. Ma perché questo è punto principale nella materia che si tratta, è bene con qualche esempio particolare farsi perfettamente intendere.

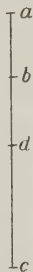
Ripigliando dunque la velocitá e l'impeto acquistato dal grave cadente, come dicemmo, dall'altezza d'una picca, della quale velocitá vogliamo servirci per misura di altre velocitá ed impeti in altre occasioni; e posto, per esempio, che il tempo di tal caduta sia 4 minuti secondi d'ora; per ritrovar da questa tal misura quanto fusse l'impeto del cadente da qualsivoglia altra altezza maggiore o minore, non doviamo dalla proporzione la quale quest'altra altezza avesse con l'altezza d'una picca, argomentare e concludere la quantitá dell'impeto acquistato in questa seconda altezza, stimando, per esempio, che il cadente da quadrupla altezza avesse acquistato quadrupla velocitá, perché ciò è falso: imperò che non cresce o cala la velocitá nel moto naturalmente accelerato secondo la proporzione degli spazii, ma ben secondo quella de i tempi, della quale quella degli spazii è maggiore in duplicata proporzione, come giá fu dimostrato. Però, quando noi avessimo in una linea retta assegnatane una parte per misura della velocitá, ed anco del tempo e dello spazio in tal tempo passato (ché per brevitá tutte tre queste grandezze con un'istessa linea spesse volte vengono rappresentate), per trovar la quantitá del tempo e 'l grado di velocitá che il mobile medesimo in altra distanza arebbe acquistato, ciò otterremo noi non immediatamente da questa seconda distanza, ma dalla linea che tra le due distanze sará media proporzionale. Ma con un esempio meglio mi dichiaro. Nella linea *a c*, perpendicolare all'orizonte, intendasi la parte *a b* essere uno spazio passato da un grave naturalmente descendente di moto accelerato; il tempo del qual passaggio, potendo io rappresen-

tarlo con qualsivoglia linea, voglio per brevitá figurarlo esser quanto la medesima linea *a b*; e parimente per misura dell'impeto e velocitá acquistata per tal moto pongo pur l'istessa linea *a b*: sí che di tutti gli spazii che nel progresso del discorso si hanno a considerare, la misura sia la parte *a b*. Stabilite ad arbitrio nostro sotto una sola grandezza *a b* queste 3 misure di generi di quantitá diversissimi, cioè di spazii, di tempi e di impeti, siaci proposto di dover determinare, nell'assegnato spazio e altezza *a c*, quanto sia per essere il tempo della scesa del cadente da l'*a* in *c*, e quanto l'impeto che in esso termine *c* si troverá avere acquistato, in relazione al tempo ed all'impeto misurati per la *a b*. L'uno e l'altro quesito si determinerá pigliando delle due linee *a c*, *a b* la media proporzionale *a d*; affermando, il tempo della caduta per tutto lo spazio *a c* esser quanto il tempo *a d* in relazione al tempo *a b*, posto da principio per la quantitá del tempo nella scesa *a b*. Diremo parimente, l'impeto o grado di velocitá che otterrá 'l cadente nel termine *c*, in relazione all'impeto che ebbe in *b*, esser quale la medesima linea *a d* in relazione alla *a b*, essendo che la velocitá cresce con la medesima proporzione che cresce il tempo: la qual conclusione se ben fu presa come postulato, pur tuttavia volse l'Autore esplicarne l'applicazione di sopra, alla Proposizion terza.

a

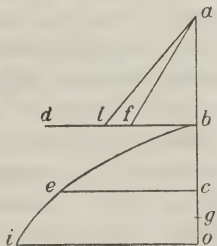
b

d

c

Ben compreso e stabilito questo punto, venghiamo alla considerazione dell'impeto derivante da 2 moti composti; uno de i quali sia composto dell'orizontale e sempre equabile, e del perpendicolare all'orizonte e esso ancora equabile; ma l'altro sia composto dell'orizontale, pur sempre equabile, e del perpendicolare naturalmente accelerato. Se amendue saranno equabili, giá s'è visto come l'impeto resultante dalla composizione di amendue è in potenza equale ad amendue, come per chiara intelligenza

esemplificheremo cosí. Intendasi, il mobile descendente per la perpendicolare *a b* aver, per esempio, 3 gradi d'impeto equabile, ma, trasportato per la *a b* verso *c*, esser tal velocitá ed impeto di 4 gradi, sí che nel tempo medesimo che scendendo passerebbe nella perpendicolare, v. g., 3 braccia, nella orizontale ne passerebbe 4: ma nel composto di amendue le velocitá viene, nel medesimo tempo, dal punto *a* nel termine *c*, caminando sempre per la diagonale *a c*, la quale non è lunga 7, quanto sarebbe la composta delle 2, *a b* 3 e *b c* 4, ma è 5; la qual 5 è in potenza equale alle due 3 e 4. Imperò che, fatti li quadrati del 3 e del 4, che sono 9 e 16, e questi congiunti insieme, fanno 25 per il quadrato di *a c*, il quale alli due quadrati di *a b* e di *b c* è eguale; onde la *a c* sará quanto è il lato, o vogliam dir la radice, del quadrato 25, che è 5. Per regola dunque ferma e sicura, quando si debba assegnare la quantitá dell'impeto resultante da 2 impeti dati, uno orizontale e l'altro perpendicolare ed amendue equabili, si deve di amendue fare i quadrati, e, componendogli insieme, estrar la radice del composto, la quale ci dará la quantitá dell'impeto composto di amendue quelli. E cosí nell'esempio posto, quel mobile che in virtú del moto perpendicolare arebbe percosso sopra l'orizonte con 3 gradi di forza, e col moto solo orizontale arebbe percosso in *c* con gradi 4, percotendo con amendue gl'impeti congiunti, il colpo sará come quello del percuziente mosso con gradi 5 di velocitá e di forza: e questa tal percossa sarebbe del medesimo valore in tutti i punti della diagonale *a c*, per esser sempre gl'impeti composti i medesimi, non mai cresciuti o diminuiti.

Veggiamo ora quello che accaschi nel comporre il moto orizontale equabile con un moto perpendicolare all'orizonte, il quale, cominciando dalla quiete, vadia natu-

ralmente accelerandosi. Giá è manifesto che la diagonale, che è la linea del moto composto di questi due, non è una linea retta, ma semiparabolica, come si è dimostrato; nella quale l'impeto va sempre crescendo, mercé del continuo crescimento della velocitá del moto perpendicolare. Lá onde, per determinar qual sia l'impeto in un assegnato punto di essa diagonale parabolica, prima bisogna assegnar la quantitá dell'impeto uniforme orizontale, e poi investigar qual sia l'impeto del cadente nell'assegnato punto, il che non si può determinare senza la considerazione del tempo decorso dal principio della composizione de i 2 moti, la qual considerazione di tempo non si richiede nella composizione de i moti equabili, le velocitá ed impeti de i quali son sempre i medesimi; ma qui, dove entra nella mistione un moto che, cominciando dalla somma tarditá, va crescendo la velocitá conforme alla continuazion del tempo, è necessario che la quantitá del tempo ci manifesti la quantitá del grado di velocitá nell'assegnato punto: ché quanto al resto poi, l'impeto composto di questi 2 è (come nei moti uniformi) eguale in potenza ad amendue i componenti. Ma qui ancora meglio mi dichiaro con un esempio. Sia nella perpendicolare all'orizonte *a c* presa qualsivoglia parte *a b*, la quale figuro che serva per misura dello spazio del moto naturale fatto in essa perpendicolare, e parimente sia misura del tempo ed anco del grado di velocitá, o vogliam dire de gl'impeti: è primieramente manifesto, che se l'impeto del cadente in *b* dalla quiete in *a* si convertirá sopra la *b d*, parallela all'orizonte, in moto equabile, la quantitá della sua velocitá sará tanta, che nel tempo *a b* passerá uno spazio doppio dello spazio *a b*; e tanta sia la linea *b d*. Posta poi la *b c* eguale

alla *b a*, e tirata la parallela *c e* alla *b d*, e ad essa eguale, descriveremo per i punti *b*, *e* la linea parabolica *b e i*. E perché nel tempo *a b* con l'impeto *a b* si passa l'orizontale *b d* o *c e*, doppia della *a b*, e passasi ancora in altrettanto tempo la perpendicolare *b c* con acquisto d'impeto in *c* eguale al medesimo orizontale; adunque il mobile, in tanto tempo quanto è *a b*, si troverá dal *b* giunto in *e* per la parabola *b e* con un impeto composto di due, ciascheduno eguale all'impeto *a b*: e perché l'uno di essi è orizontale e l'altro perpendicolare, l'impeto composto di essi sará in potenza eguale ad amendue, cioè doppio di uno; onde, posta la *b f* eguale alla *b a* e tirata la diagonale *a f*, l'impeto e la percossa in *e* sará maggiore della percossa in *b* del cadente dall'altezza *a*, o vero della percossa dell'impeto orizontale per la *b d*, secondo la proporzione di *a f* ad *a b*. Ma quando, ritenendo pur sempre la *b a* per misura dello spazio della caduta dalla quiete in *a* sino in *b* e per misura del tempo e dell'impeto del cadente acquistato in *b*, l'altezza *b o* non fusse eguale, ma maggiore della *a b*, presa la *b g* media proporzionale tra esse *a b*, *b o*, sarebbe essa *b g* misura del tempo e dell'impeto in *o*, per la caduta nell'altezza *b o* acquistato in *o*: e lo spazio per l'orizontale, il quale passato con l'impeto *a b* nel tempo *a b* sarebbe doppio della *a b*, sará in tutta la durazion del tempo *b g* tanto maggiore, quanto a proporzione la *b g* è maggiore della *b a*. Posta dunque la *l b* eguale alla *b g*, e tirata la diagonale *a l*, avremo da essa la quantitá composta delli 2 impeti orizontale e perpendicolare, da i quali si descrive la parabola; de i quali l'orizontale ed equabile è l'acquistato in *b* per la caduta *a b*, e l'altro è l'acquistato in *o*, o vogliam dire in *i*, per la caduta *b o*, il cui tempo fu *b g*, come anco la quantitá del suo momento. E con simil discorso investigheremo l'impeto nel termine estremo della parabola, quando l'altezza sua fusse

minore della sublimitá *a b*, prendendo tra amendue la media; la quale posta nell'orizontale in luogo della *b f*, e congiunta la diagonale, come *a f*, aremo da questa la quantitá dell'impeto nell'estremo termine della parabola.

A quanto sin qui si è considerato circa questi impeti, colpi o vogliam dir percosse, di tali proietti, convien aggiugnere un'altra molto necessaria considerazione: e questa è, che non basta por mente alla sola velocitá del proietto per ben determinare della forza ed energia della percossa, ma convien chiamare a parte ancora lo stato e condizione di quello che riceve la percossa, nell'efficacia della quale esso per piú rispetti ha gran participazione e interesse. E prima, non è chi non intenda che la cosa percossa intanto patisce violenza dalla velocitá del percuziente, in quanto ella se gli oppone, e frena in tutto o in parte il moto di quello: ché se il colpo arriverá sopra tale che ceda alla velocitá del percuziente senza resistenza alcuna, tal colpo sará nullo; e colui che corre per ferir con lancia il suo nimico, se nel sopraggiugnerlo accaderá che quello si muova fuggendo con pari velocitá, non fará colpo, e l'azzione sará un semplice toccare senza offendere. Ma se la percossa verrá ricevuta in un oggetto che non in tutto ceda al percuziente, ma solamente in parte, la percossa danneggerá, ma non con tutto l'impeto, ma solo con l'eccesso della velocitá di esso percuziente sopra la velocitá della ritirata e cedenza del percosso: sí che, se, v. g., il percuziente arriverá con 10 gradi di velocitá sopra 'l percosso, il quale, cedendo in parte, si ritiri con gradi 4, l'impeto e percossa sará come di gradi 6. E finalmente, intera e massima sará la percossa, per la parte del percuziente, quando il percosso nulla ceda, ma interamente si opponga, e fermi tutto 'l moto del percuziente; se però questo può accadere. Ed ho detto *per la parte del percuziente*, perché quando il percosso si movesse con moto contrario verso 'l percuziente, il colpo e l'incontro

si farebbe tanto piú gagliardo, quanto le 2 velocitá contrarie unite son maggiori che la sola del percuziente. Di piú, conviene anco avvertire che il ceder piú o meno può derivare non solamente dalla qualitá della materia piú o men dura, come se sia di ferro, di piombo o di lana etc., ma dalla positura del corpo che riceve la percossa: la qual positura se sará tale che 'l moto del percuziente la vadia a investire ad angoli retti, l'impeto del colpo sará il massimo; ma se 'l moto verrá obbliquamente e, come diciam noi, a scancío, il colpo sará piú debole, e piú e piú secondo la maggiore obbliquitá; perché in oggetto in tal modo situato, ancor che di materia sodissima, non si spegne e ferma tutto l'impeto e moto del percuziente, il quale, sfuggendo, passa oltre, continuando almeno in qualche parte a muoversi sopra la superficie del resistente opposto. Quando dunque si è di sopra determinato della grandezza dell'impeto del proietto nell'estremitá della linea parabolica, si deve intendere della percossa ricevuta sopra una linea ad angoli retti ad essa parabolica o vero alla tangente la parabola nel detto punto; perché, se ben quel moto è composto d'un orizontale e d'un perpendicolare, l'impeto né sopra l'orizontale né sopra 'l piano eretto all'orizonte è il massimo, venendo sopra amendue ricevuto obbliquamente.

SAGR. Il ricordar V. S. questi colpi e queste percosse mi ha risvegliato nella mente un problema o vogliam dire questione mecanica, della quale non ho trovato appresso autore alcuno la soluzione, né cosa che mi scemi la maraviglia o al meno in parte mi quieti l'intelletto. E 'l dubbio e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa derivare, e da qual principio possa dependere, l'energia e la forza immensa che si vede consistere nella percossa, mentre col semplice colpo d'un martello, che non abbia peso maggiore d'8 o 10 libbre, veggiamo superarsi resistenze tali, le quali non cederanno al peso

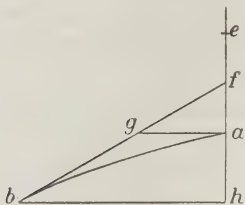
d'un grave che, senza percossa, vi faccia impeto, solamente calcando e premendo, benché la gravitá di quello passi molte centinaia di libre. Io vorrei pur trovar modo di misurar la forza di questa percossa; la quale non penso però che sia infinita, anzi stimo che ella abbia il suo termine da potersi pareggiare e finalmente regolare con altre forze di gravitá prementi, o di leve o di viti o di altri strumenti mecanici, de i quali io a sodisfazione resto capace della multiplicazione della forza loro.

SAL. V. S. non è solo, nella maraviglia dell'effetto e nella oscuritá della cagione di cosí stupendo accidente. Io vi pensai per alcun tempo in vano, accrescendo sempre la confusione, sin che finalmente, incontrandomi nel nostro Academico, da esso ricevei doppia consolazione: prima, nel sentire come egli ancora era stato lungo tempo nelle medesime tenebre; e poi nel dirmi che, dopo l'avervi in vita sua consumate molte migliara di ore specolando e filosofando, ne aveva conseguite alcune cognizioni lontane dai nostri primi concetti, e però nuove e per la novitá ammirande. E perché ormai so che la curiositá di V. S. volentieri sentirebbe quei pensieri che si allontanano dall'opinabile, non aspetterò la sua richiesta, ma gli do parola che, spedita che avremo la lettura di questo trattato de i proietti, gli spiegherò tutte quelle fantasie, o vogliân dire stravaganze, che de i discorsi dell'Accademico mi son rimaste nella memoria. In tanto seguitiamo le proposizioni dell'Autore.

PROPOSITIO V, PROBLEMA.

In axe extenso datæ parabolæ punctum sublime reperire, ex quo cadens parabolam ipsam describit.

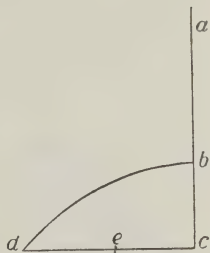
Sit parabola a b, *cuius amplitudo* h b, *et axis extensus* h e, *in quo reperienda sit sublimitas, ex qua cadens, et*

impetum in a *conceptum in horizontalem convertens, parabolam* a b *describat. Ducatur horizontalis* a g, *quæ erit parallela ipsi* b h, *et posita* a f *æquali* a h, *ducatur recta* f b, *quæ parabolam tanget in* b, *et horizontalem* a g *in* g *secabit; accipiaturque ipsarum* f a, a g *tertia proportionalis* a e: *dico,* e *esse punctum sublime quæsitum, ex quo cadens ex quiete in* e, *et conceptum impetum in* a *in horizontalem convertens, superveniente impetu descensus in* h *ex quiete in* a, *parabolam* a b *describet. Si enim intelligamus,* e a *esse mensuram temporis descensus ex* e *in* a, *nec non impetus acquisiti in* a, *erit* a g *(media nempe inter* e a, a f) *tempus et impetus venientis ex* f *in* a, *seu ex* a *in* h: *et quia veniens ex* e, *tempore* e a, *cum impetu acquisito in* a, *conficit in latione horizontali, motu æquabili, duplam* e a, *ergo etiam latum eodem impetu conficiet in tempore* a g *duplam* g a, *mediam nempe* b h *(spatia enim confecta eodem motu æquabili sunt inter se ut eorundem motuum tempora), et in perpendiculari motu ex quiete, eodem tempore* g a, *conficitur* a h; *ergo eodem tempore conficiuntur a mobili amplitudo* h b *et altitudo* a h. *Describitur ergo parabola* a b *ex casu venientis a sublimitate* e: *quod quærebatur.*

COROLLARIUM.

Hinc constat, dimidiam basim, seu amplitudinem, semiparabolæ (quæ est quarta pars amplitudinis integræ parabolæ) esse mediam proportionalem inter altitudinem eius et sublimitatem ex qua cadens eam designat.

PROPOSITIO VI, PROBLEMA.

Data sublimitate et altitudine semiparabolæ, amplitudinem reperire.

Sit ad horizontalem lineam d c *perpendicularis* a c, *in qua data sit altitudo* c b *et sublimitas* b a: *oportet, in horizontali* c d *amplitudinem semiparabolæ reperire, quæ ex sublimitate* b a *cum altitudine* b c *designatur. Accipiatur media proportionalis inter* c b, b a, *cuius* c d *ponatur dupla: dico,* c d *esse amplitudinem quæsitam. Id autem ex præcedenti manifestum est.*

THEOREMA, PROPOSITIO VII.

In proiectis a quibus semiparabolæ eiusdem amplitudinis describuntur, minor requiritur impetus in eo quod describit illam cuius amplitudo suæ altitudinis est dupla, quam in quolibet alio.

Sit enim semiparabola b d, *cuius amplitudo* c d *dupla sit altitudinis suæ* c b, *et in axe in sublimi extenso ponatur* b a *altitudini* b c *æqualis, et iungatur* a d, *quæ semiparabolam tanget in* d *et horizontalem* b e *secabit in* e, *eritque* b e *ipsi* b c, *seu* b a, *æqualis: constat, ipsam describi a proiecto, cuius impetus æquabilis horizontalis sit qualis est in* b *cadentis ex quiete in* a, *impetus vero naturalis deorsum qualis est venientis in* c *ex quiete in* b; *ex quo constat, impetum ex istis compositum, quodque in termino* d *impingit, esse ut diagonalem* a e, *potentia nempe ipsis ambobus æqualem. Sit modo quælibet alia semiparabola* g d, *cuius amplitudo eadem* c d, *altitudo vero* c g *minor vel maior altitudine* b c, *eamque tangat* h d, *secans horizontalem per* g *ductam in puncto* k; *et*

fiat ut h g *ad* g k, *ita* k g *ad* g l: *erit, ex antedemonstratis, altitudo* g l, *ex qua cadens describet parabolam* g d. *Inter* a b *et* g l *media proportionalis sit* g m: *erit* g m *tempus et momentum, sive impetus, in* g *cadentis ex* l *(positum enim est,* a b *esse mensuram temporis et impetus). Sit rursus inter* b c, c g *media* g n, *quæ erit temporis et impetus mensura cadentis ex* g *in* c. *Si igitur iungatur* m n, *erit ipsa impetus mensura proiecti per parabolam* d g, *illidentis in termino* d: *quem quidem impetum, maiorem esse dico impetu proiecti per parabolam* b d, *cuius quantitas erat ut* a e. *Quia enim* g n *posita est media inter* b c, c g; *est autem* b c *æqualis* b e, *hoc est* k g *(est enim unaquæque subdupla* d c); *erit ut* c g *ad* g n, *ita* n g *ad* g k, *et ut* c g, *seu* h g, *ad* g k, *ita quadratum* n g *ad quadratum* g k; *ut autem* h g *ad* g k, *ita facta est* k g *ad* g l: *ergo ut* n g *ad quadratum* g k, *ita* k g *ad* g l. *Sed ut* k g *ad* g l, *ita quadratum* k g *ad quadratum* g m; *media enim est* g m *inter* k g, g l: *ergo tria quadrata* n g, k g, g m *sunt continue proportionalia, et duo extrema* n g, g m *simul sumpta, id est quadratum* m n, *maius quam duplum quadrati* k g, *cuius quadratum* a e *duplum est: ergo quadratum* m n *maius est quadrato* a e, *et linea* m n *maior linea* e a: *quod erat demonstrandum.*

COROLLARIUM.

Hinc apparet, quod, conversim, in proiecto ex termino d *per semiparabolam* d b *minor impetus requiritur, quam*

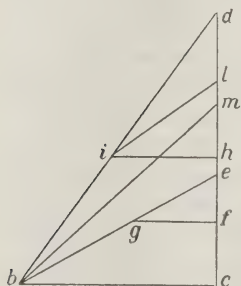
per quamcunque aliam iuxta elevationem maiorem seu minorem elevatione semiparabolæ b d, *quæ est iuxta tangentem* a d, *angulum semirectum supra horizonte continentem. Quod cum ita sit, constat quod, si cum eodem impetu fiant proiectiones ex termino* d *iuxta diversas elevationes, maxima proiectio, seu amplitudo semiparabolæ sive integræ parabolæ, erit quæ consequitur ad elevationem anguli semirecti; reliquæ vero iuxta maiores sive minores angulos factæ, minores erunt.*

SAGR. Piena di maraviglia e di diletto insieme è la forza delle dimostrazioni necessarie, quali sono le sole matematiche. Giá sapevo io, per fede prestata alle relazioni di piú bombardieri, che di tutti i tiri di volata dell'artiglieria, o del mortaro, il massimo, cioè quello che in maggior lontananza caccia la palla, era il fatto all'elevazione di mezo angolo retto, che essi dicono del sesto punto della squadra; ma l'intender la cagione onde ciò avvenga, supera d'infinito intervallo la semplice notizia auta dalle altrui attestazioni, ed anco da molte replicate esperienze.

SAL. V. S molto veridicamente discorre: e la cognizione d'un solo effetto acquistata per le sue cause ci apre l'intelletto a 'ntendere ed assicurarci d'altri effetti senza bisogno di ricorrere alle esperienze, come appunto avviene nel presente caso; dove, guadagnata per il discorso dimostrativo la certezza dell'essere il massimo di tutti i tiri di volata quello dell'elevazione dell'angolo semiretto, ci dimostra l'Autore quello che forse per l'esperienza non è stato osservato: e questo è, che de gli altri tiri, quelli sono tra di loro eguali, le elevazioni de i quali superano o mancano per angoli eguali dalla semiretta; sí che le palle tirate dall'orizonte, una secondo l'elevazione di 7 punti e l'altra di 5, andranno a ferir su l'orizonte in lontananze eguali, e cosí eguali saranno i tiri di 8 e di 4 punti, di 9 e di 3, etc. Or sentiamone la dimostrazione.

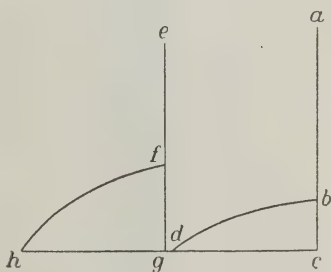
THEOREMA, PROPOSITIO VIII.

Amplitudines parabolarum a proiectis eodem impetu explosis factarum, iuxta elevationes per angulos æquales supra et infra a semirecto distantes, æquales sunt inter se.

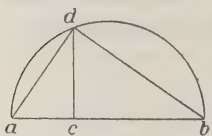
Trianguli m c b *circa angulum rectum* c *sint horizontalis* b c *et perpendicularis* c m *æquales; sic enim angulus* m b c *semirectus erit: et extensa* c m *in* d, *supra et infra diagonalem* m b *constituantur in* b *duo anguli æquales,* m b e, m b d: *demonstrandum est, amplitudines parabolarum a proiectis explosis eodem impetu ex termino* b *iuxta elevationes angulorum* e b c, d b c, *esse æquales. Quia enim angulus externus* b m c *internis* m d b, d b m *est æqualis, iisdem æquabitur quoque angulus* m b c: *quod si loco anguli* d b m *ponamus* m b e, *erit idem angulus* m b c *duobus* m b e, b d c *æqualis; et dempto communi* m b e, *reliquus* bdc *reliquo* ebc *erit æqualis: sunt igitur trianguli* dcb, bce *similes. Dividantur rectæ* dc, ec *bifariam in* h *et* f, *et ducantur* hi, fg *horizontali* cb *æquidistantes, et ut* dh *ad* hi, *ita fiat* ih *ad* hl: *erit triangulus* ihl *similis triangulo* ihd, *cui etiam similis est* egf; *cumque* ih, gf *sint æquales (dimidiæ nempe ipsius* bc), *erit* fe, *idest* fc, *æqualis* hl; *et addita communi* fh, *erit* ch *ipsi* fl *æqualis. Si itaque intelligamus, per* h *et* b *semiparabolam esse descriptam, cuius altitudo erit* hc, *sublimitas vero* hl, *erit amplitudo eius* cb, *quæ dupla est ad* hi, *media scilicet inter* dh, *seu* ch, *et* hl; *eamque tanget* db, *æqualibus existentibus* ch, hd. *Quod si, rursus, parabolam per* fb *descriptam concipiamus a sublimitate* fl *cum altitudine* fc, *quarum media proportio-*

nalis est f g, *cuius dupla est horizontalis* c b, *erit pariter* c b *eius amplitudo, illamque tanget* e b, *cum* e f, f c *sint æquales: distant autem anguli* d b c, e b c *(elevationes scilicet ipsarum) æqualiter a semirecto: ergo patet propositum.*

THEOREMA, PROPOSITIO IX.

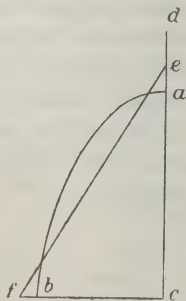
Æquales sunt amplitudines parabolarum, quarum altitudines et sublimitates e contrario sibi respondent.

Parabolæ f h *altitudo* g f *ad altitudinem* c b *parabolæ* b d *eandem habeat rationem, quam sublimitas* b a *ad sublimitatem* f e: *dico, amplitudinem* h g *amplitudini* d c *esse æqualem. Cum enim prima* g f *ad secundam* c b *eandem habeat rationem quam tertia* b a *ad quartam* f e, *rectangulum* g f e, *primæ et quartæ, æquale erit rectangulo* c b a, *secundæ et tertiæ; ergo quadrata quæ hisce rectangulis æqualia sunt, æqualia erunt inter se: rectangulo vero* g f e *æquale est quadratum dimidiæ* g h; *rectangulo autem* c b a *æquale quadratum dimidiæ* c d: *ergo quadrata hæc, et eorum latera, et laterum dupla, æqualia erunt. Hæc autem sunt amplitudines* g h, c d: *ergo patet propositum.*

LEMMA PRO SEQUENTI.

Si recta linea secta fuerit utcumque, quadrata mediarum inter totam et partes æqualia sunt quadrato totius.

Secta sit a b *utcunque in* c: *dico, quadrata linearum mediarum inter totam* a b *et partes* a c, c b, *simul sumpta, æqualia esse quadrato totius* a b. *Id autem constat, descripto semicirculo super tota* b a, *et ex* c *erecta perpendiculari* c d, *iunctisque* d a, d b. *Est enim* d a *media inter* b a, a c, *estque* d b *media inter* a b, b c; *suntque quadrata linearum* d a, d b, *simul sumpta, æqualia quadrato totius* a b, *recto existente angulo* a d b *in semicirculo. Ergo patet propositum.*

THEOREMA, PROPOSITIO X.

Impetus seu momentum cuiuslibet semiparabolæ æquatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem, quæ tanta sit quanta est composita ex sublimitate cum altitudine semiparabolæ.

Sit semiparabola a b, *cuius sublimitas* d a, *altitudo vero* a c, *ex quibus componitur perpendicularis* d c: *dico, impetum semiparabolæ in* b *esse æqualem momento naturaliter descendentis ex* d *in* c. *Ponatur ipsamet* d c *mensura esse temporis et impetus, et accipiatur media proportionalis inter* c d, d a, *cui æqualis ponatur* c f; *sit insuper inter* d c, c a *media* c e: *erit iam* c f *mensura temporis et momenti descendentis per* d a *ex quiete in* d; c e *vero tempus erit et momentum descendentis per* a c *ex quiete in* a; *et diagonalis* e f *erit momentum ex illis compositum, hoc est semiparabolæ in* b. *Et quia* d c *secta est utcunque in* a, *suntque* c f, c e *mediæ inter totam* c d *et partes* d a, a c, *erunt harum*

LA CALAMITA NATURALE DI GALILEO

(Firenze, Museo Nazionale di Storia della Scienza)

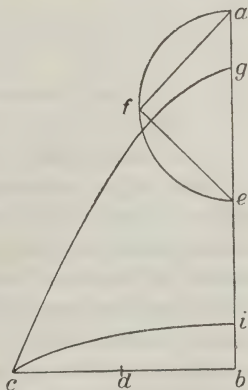
quadrata, simul sumpta, æqualia quadrato totius, ex lemmate superiori: vero iisdem quadratis æquatur quoque quadratum ipsius e f: *ergo et linea* e f *ipsi* d c *æqualis est. Ex quo constat, momenta per* d c *et per semiparabolam* a b, *in* c *et* b, *esse æqualia: quod oportebat.*

COROLLARIUM.

Hinc constat, semiparabolarum omnium, quarum altitudines cum sublimitatibus iunctæ pares sunt, impetus quoque æquales esse.

PROBLEMA, PROPOSITIO XI.

Dato impetu et amplitudine semiparabolæ, altitudinem eius reperire.

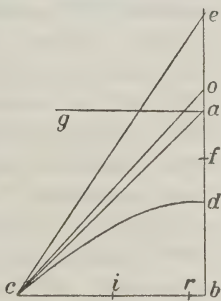
Impetus datus definitus sit a perpendiculo ad horizontem a b; *amplitudo vero in horizontali sit* b c: *oportet, sublimitatem semiparabolæ reperire, cuius impetus sit* a b, *amplitudo vero* b c. *Constat ex iam demonstratis, dimidiam amplitudinem* b c *futuram esse mediam proportionalem inter altitudinem et sublimitatem ipsius semiparabolæ, cuius impetus, ex præcedenti, est idem cum impetu cadentis ex quiete in* a *per totam* a b: *est propterea* b a *ita secanda, ut rectangulum a partibus eius contentum æquale sit quadrato dimidiæ* b c, *quæ sit* b d. *Hinc apparet, necessarium esse quod* d b *dimidiam* b a *non superet: rectangulorum enim a partibus contentorum maximum est, cum tota linea in partes secatur æquales. Dividatur*

itaque b a *bifariam in* e: *quod si ipsa* b d *æqualis fuerit* b e, *absolutum est opus, eritque semiparabolæ altitudo* b e, *sublimitas vero* e a *(et ecce parabolæ elevationis semirectæ amplitudinem, ut supra demonstratum est, omnium esse maximam ab eodem impetu descriptarum). At minor sit* b d *quam dimidia* b a, *quæ ita secanda est, ut rectangulum sub partibus quadrato* b d *sit æquale. Supra* e a *semicirculus describatur, in quo ex* a *applicetur* a f, *æqualis* b d, *et iungatur* f e, *cui secetur pars æqualis* e g: *erit iam rectangulum* b g a *cum quadrato* e g *æquale quadrato* e a, *cui quoque æqualia sunt duo quadrata* a f, f e. *Demptis itaque quadratis* g e, f e *æqualibus, remanet rectangulum* b g a *æquale quadrato* a f, *nempe* b d, *et linea* b d *media proportionalis inter* b g, g a: *ex qui patet, semiparabolæ cuius amplitudo* b c, *impetus vero* a b, *altitudinem esse* b g, *sublimitatem* g a. *Quod si ponatur inferius* b i *æqualis* g a, *erit hæc altitudo,* i a *vero sublimitas semiparabolæ* i c.

Ex demonstratis hucusque possumus:

PROBLEMA, PROPOSITIO XII.

Semiparabolarum omnium amplitudines calculo colligere, atque in tabulas exigere, quæ a proiectis eodem impetu explosis describuntur.

Constat ex prædemonstratis, tunc parabolas a proiectis eodem impetu designari, cum illarum sublimitates, cum altitudinibus iunctæ, æquales conficiunt perpendiculares supra horizontem: inter easdem ergo parallelas horizontales hæc perpendiculares comprehendi debent. Ponatur itaque horizontali c b *perpendicularis* b a *æqualis, et connectatur diagonalis* a c: *erit angulus* a c b *semirectus, gr. 45; divisaque perpendiculari* b a *bifariam in* d, *semiparabola* d c *erit ea, quæ a sublimitate* a d *cum altitudine* d b *designatur, et impetus eius in* c *tantus erit, quantus*

est in b *mobilis venientis ex quiete in* a *per lineam* a b; *et si ducatur* a g *æquidistans* b c, *reliquarum omnium semiparabolarum quarum impetus futurus sit idem cum modo explicato, altitudines cum sublimitatibus iunctæ spatium inter parallelas* a g, b c *explere debent. Insuper, cum iam demonstratum sit, semiparabolarum quarum tangentes æqualiter, sive supra sive infra, ab elevatione semirecta distant, amplitudines æquales esse, calculus quem pro maioribus elevationibus compilabimus, pro minoribus quoque deserviet. Eligimus præterea numerum partium decem milia, 10000, pro maxima amplitudine proiectionis semiparabolæ ad elevationem gr. 45 factæ: itaque tanta supponatur esse linea* b a *et amplitudo semiparabolæ* b c. *Eligimus autem numerum 10000, quia utimur in calculis tabula tangentium, cuius hic numerus congruit cum tangente gr. 45. Iam, ad opus accedendo, ducatur* c e, *angulum* e c b *angulo* a c b *maiorem (acutum tamen) comprehendens, sitque semiparabola designanda, quæ a linea* e c *tangatur, et cuius sublimitas cum altitudine iuncta ipsam* b a *adæquet.*

Ex tabula tangentium, per angulum datum b c e *tangens ipsa* b e *accipiatur, quæ bifariam dividatur in* f; *deinde ipsarum* b f, b i *(dimidiæ* b c) *tertia proportionalis reperiatur, quæ necessario maior erit quam* f a. *Sit igitur illa* f o. *Semiparabolæ igitur in triangulo* e c b *inscriptæ iuxta tangentem* c e, *cuius amplitudo est* c b, *reperta est altitudo* b f *et sublimitas* f o. *Verum tota* b o *supra parallelas* a g, c b *attollitur, cum nobis opus sit inter easdem contineri; sic enim tum ipsa, tum semiparabola* d c, *describentur a proiectis ex* c *impetu eodem explosis: reperienda igitur est altera huic similis (innumeræ enim intra angulum* b c e,

maiores et minores, inter se similes, designari possunt), cuius composita sublimitas cum altitudine (homologa scilicet ipsi b c) *æquatur* b a. *Fiat igitur ut* o b *ad* b a, *ita amplitudo* b c *ad* c r, *et inventa erit* c r, *amplitudo scilicet semiparabolæ iuxta elevationem anguli* b c e, *cuius sublimitas cum altitudine iuncta spatium a parallelis* g a, c b *contentum adæquat: quod quærebatur. Operatio itaque talis erit:*

Anguli dati b c e *tangens accipiatur, cuius medietati adiungatur tertia proportionalis ipsius et medietatis* b c, *quæ sit* f o; *fiat deinde ut* o b *ad* b a, *ita* b c *ad aliam, quæ sit* c r, *amplitudo nempe quæsita.*

Exemplum ponamus. Sit angulus e c b *gr. 50; erit eius tangens 11918, cuius dimidium, nempe* b f, *5959; dimidia* b c *5000; harum dimidiarum tertia proportionalis 4195, quæ addita ipsi* b f *conficit 10154 pro ipsa* b o. *Fiat rursus ut* o b *ad* b a, *nempe ut 10154 ad 10000, ita* b c, *nempe 10000 (utraque enim gr. 45 est tangens), ad aliam, et habebimus quæsitam amplitudinem* r c *9848, qualium* b c *(maxima amplitudo) est 10000. Harum autem duplæ sunt amplitudines integrarum parabolarum, nempe 19696 et 20000; tantaque est etiam amplitudo parabolæ iuxta elevationem gr. 40, cum æqualiter distet a gr. 45.*

SAGR. Mi manca, per l'intera intelligenza di questa dimostrazione, il saper come sia vero che la terza proporzionale delle *b f*, *i b* sia (come dice l'Autore) necessariamente maggiore della *f a*.

SAL. Tal conseguenza mi par che si possa dedurre in tal modo. Il quadrato della media di tre linee proporzionali è eguale al rettangolo dell'altre due; onde il quadrato della *b i*, o della *b d* ad essa eguale, deve esser eguale al rettangolo della prima *f b* nella terza da ritrovarsi: la qual terza è necessario che sia maggiore della *f a*, perché il rettangolo della *b f* in *f a* è minore del quadrato *b d*, ed il

mancamento è quanto il quadrato della *d f*, come dimostra Euclide in una del secondo. Devesi anco avvertire che il punto *f*, che divide la tangente *e b* in mezo, altre molte volte cadrá sopra 'l punto *a*, ed una volta anco nell'istesso *a*; ne i quali casi è per sé noto che la terza proporzionale della metá della tangente e della *b i* (che dá la subblimitá) è tutta sopra la *a*. Ma l'Autore ha preso il caso dove non era manifesto che la detta terza proporzionale fusse sempre maggiore della *f a*, e che però, aggiunta sopra 'l punto *f*, passasse oltre alla parallela *a g*. Or seguitiamo.

Non erit inutile, ope huius tabulæ, alteram componere, complectentem altitudines earundem semiparabolarum proiectorum ab eodem impetu. Constructio autem talis erit.

Amplitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum.

Gradus elevationum

gr.		*gr.*
45	10000	
46	9994	44
47	9976	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25

Altitudines semiparabolarum quarum impetus sit idem.

Gradus elevationum

gr.		*gr.*	
1	3	46	5173
2	13	47	5346
3	28	48	5523
4	50	49	5698
5	76	50	5868
6	108	51	6038
7	150	52	6207
8	194	53	6379
9	245	54	6546
10	302	55	6710
11	365	56	6873
12	432	57	7033
13	506	58	7190
14	585	59	7348
15	670	60	7502
16	760	61	7649
17	855	62	7796
18	955	63	7939
19	1060	64	8078
20	1170	65	8214
21	1285	66	8346

Gradus elevationum

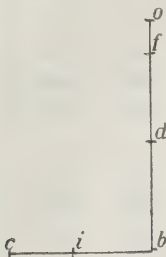
gr.		gr.
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1736	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

Gradus elevationum

gr.		gr.	
22	1402	67	8474
23	1527	68	8597
24	1685	69	8715
25	1786	70	8830
26	1922	71	8940
27	2061	72	9045
28	2204	73	9144
29	2351	74	9240
30	2499	75	9330
31	2653	76	9415
32	2810	77	9493
33	2967	78	9567
34	3128	79	9636
35	3289	80	9698
36	3456	81	9755
37	3621	82	9806
38	3793	83	9851
39	3962	84	9890
40	4132	85	9924
41	4302	86	9951
42	4477	87	9972
43	4654	88	9987
44	4827	89	9998
45	5000	90	10000

PROBLEMA, PROPOSITIO XIII.

Ex datis semiparabolarum amplitudinibus, in præcedenti tabula digestis, retentoque communi impetu quo unaquæque describitur, singularum semiparabolarum altitudines elicere.

Sit amplitudo data b c; *impetus vero, qui semper idem intelligatur, mensura sit* o b, *aggregatum nempe altitudinis et sublimitatis: reperienda est ac distinguenda ipsamet altitudo; quod quidem tunc consequemur, cum* b o *ita divisa fuerit, ut rectangulum sub eius partibus contentum æquale sit quadrato dimidiæ amplitudinis* b c. *Incidat talis divisio in* f; *et utraque* o b, b c *secetur bifariam in* d, i. *Est igitur quadratum* i b *æquale rectangulo* b f o; *quadratum vero* d o *æquatur eidem rectangulo cum quadrato* f d: *si igitur ex quadrato* d o *auferatur quadratum* b i, *quod rectangulo* b f o *est æquale, remanebit quadratum* f d, *cuius latus* d f *additum lineæ* b d *dabit quæsitam altitudinem* b f. *Componitur itaque sic ex datis:*

Ex quadrato dimidiæ b o *notæ aufer quadratum* b i, *pariter notæ; residui sume radicem quadratam, quam adde notæ* b d, *et habebis altitudinem quæsitam* b f.

Exemplum. Invenienda sit altitudo semiparabolæ ad elevationem gr. 55 descriptæ. Amplitudo, ex præcedenti tabula, est 9396; eius dimidium est 4698; quadratum ipsius 22071204; hoc dempto ex quadrato dimidiæ b o, *quod semper idem est, nempe 25000000, residuum est 2928796, cuius radix quadrata 1710 proxime. Hæc dimidiæ* b o, *nempe 5000, addita, exhibet 6710; tantaque est altitudo* b f.

Non erit inutile, tertiam exponere tabulam, altitudines et sublimitates continentem semiparabolarum, quarum eadem futura sit amplitudo.

SAGR. Questa vedrò io molto volentieri, mentre che per essa potrò venir in cognizione della differenza de gl'impeti e delle forze che si ricercano per cacciar il proietto nella medesima lontananza con tiri che chiamano di volata; la qual differenza credo che sia grandissima secondo le diverse elevazioni: sí che, per esempio, se altri volesse alla elevazione di 3 o 4 gradi, o di 87 o 88, far cader la palla dove fu cacciata alla elevazione di 45 (dove si è mostrato ricercarsi l'impeto minimo), credo si ricercherebbe un eccesso immenso di forza.

SAL. V. S. stima benissimo; e vedrá che per eseguire l'opera intera in tutte l'elevazioni, bisogna andar a gran passo verso l'impeto infinito. Or veggiamo la costruzzione della tavola.

Tabula continens altitudines et sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines eadem sint, partium scilicet 10000, ad singulos gradus elevationis calculata.

gr.	alt.	subl.	gr.	alt.	subl.
1	87	286533	22	2020	12376
2	175	142450	23	2123	11778
3	262	95802	24	2226	11230
4	349	71531	25	2332	10722
5	437	57142	26	2439	10253
6	525	47573	27	2547	9814
7	614	40716	28	2658	9404
8	702	35587	29	2772	9020
9	792	31565	30	2887	8659
10	881	28367	31	3008	8336
11	972	25720	32	3124	8001
12	1063	23518	33	3247	7699
13	1154	21701	34	3373	7413
14	1246	20056	35	3501	7141
15	1339	18663	36	3633	6882
16	1434	17405	37	3768	6635
17	1529	16355	38	3906	6395
18	1624	15389	39	4049	6174
19	1722	14522	40	4196	5959
20	1820	13736	41	4346	5752
21	1919	13024	42	4502	5553

gr.	*alt.*	*subl.*	*gr.*	*alt.*	*subl.*
43	4662	5362	67	11779	2122
44	4828	5177	68	12375	2020
45	5000	5000	69	13025	1919
46	5177	4828	70	13237	1819
47	5363	4662	71	14521	1721
48	5553	4502	72	15388	1624
49	5752	4345	73	16354	1528
50	5959	4196	74	17437	1433
51	6174	4048	75	18660	1339
52	6399	3906	76	20054	1246
53	6635	3765	77	21657	1154
54	6882	3632	78	23523	1062
55	7141	3500	79	25723	972
56	7413	3372	80	28356	881
57	7699	3247	81	31569	792
58	8002	3123	82	35577	702
59	8332	3004	83	40222	613
60	8600	2887	84	47572	525
61	9020	2771	85	57150	437
62	9403	2658	86	71503	349
63	9813	2547	87	95405	262
64	10251	2438	88	143181	174
65	10722	2331	89	286499	87
66	11230	2226	90	*infinita*	

PROPOSITIO XIV.

Altitudines atque sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines æquales futuræ sint, per singulos elevationis gradus reperire.

Hæc omnia facili negotio consequemur: posita enim semiparabolæ amplitudine partium semper 10000, medietas tangentis cuiuslibet gradus elevationis altitudinem exhibet. Ut, exempli gratia, semiparabolæ, cuius elevatio sit gr. 30, amplitudo vero, ut ponitur, partium 10000, altitudo erit 2887; tanta enim est proxime medietas tangentis. Inventa autem altitudine, sublimitatem eliciemus tali pacto. Cum demonstratum sit, dimidiam amplitudinem semiparabolæ mediam esse proportionalem inter altitudinem et sublimitatem, sitque altitudo iam reperta, medietas vero amplitudinis sempre eadem, partium scilicet 5000, si huius quadratum per altitudinem datam diviserimus, sublimitas quæsita exurget. Ut, in exemplo, altitudo reperta fuit 2887; quadratum partium 5000 est 25000000; quod divisum per 2887, dat 8659 proxime pro sublimitate quæsita.

SAL. Or qui si vede, primieramente, come è verissimo il concetto accennato di sopra, che nelle diverse elevazioni, quanto piú si allontanano dalla media, o sia nelle piú alte o nelle piú basse, tanto si ricerca maggior impeto e violenza per cacciar il proietto nella medesima lontananza. Jmperò che, consistendo l'impeto nella mistione de i due moti, orizontale equabile e perpendicolare naturalmente accelerato, del qual impeto vien ad esser misura l'aggregato dell'altezza e della sublimitá, vedesi dalla proposta tavola, tale aggregato esser minimo nell'elevazione di gr. 45, dove l'altezza e la sublimitá sono eguali, cioè 5000 ciascheduna, e l'aggregato loro 10000: che se noi cercheremo ad altra maggiore altezza, come,

per esempio, di gr. 50, troveremo l'altezza esser 5959, e la sublimitá 4196, che giunti insieme sommano 10155; e tanto troveremo parimente esser l'impeto di gr. 40, essendo questa e quella elevazione egualmente lontane dalla media. Dove doviamo secondariamente notare, esser vero che eguali impeti si ricercano a due a due delle elevazioni distanti egualmente dalla media, con questa bella alternazione di piú, che l'altezze e le sublimitá delle superiori elevazioni contrariamente rispondono alle sublimitá ed altezze delle inferiori; sí che dove, nell'esempio proposto, nell'elevazione di 50 gr. l'altezza è 5969 e la sublimitá 4196, nell'elevazione di gr. 40 accade all'incontro l'altezza esser 4196 e la sublimitá 5959: e l'istesso accade in tutte l'altre senza veruna differenza, se non in quanto, per fuggir il tedio del calcolare, non si è tenuto conto di alcune frazzioni, le quali in somme cosí grandi non sono di momento né di progiudizio alcuno.

SAGR. Io vo osservando, come delli due impeti orizontale e perpendicolare, nelle proiezzioni, quanto piú sono sublimi, tanto meno vi si ricerca dell'orizontale, e molto del perpendicolare; all'incontro, nelle poco elevate grande bisogna che sia la forza dell'impeto orizontale, che a poca altezza deve cacciar il proietto. Ma se ben io capisco benissimo, che nella totale elevazione di gr. 90, per cacciar il proietto un sol dito lontano dal perpendicolo, non basta tutta la forza del mondo, ma necessariamente deve egli ricadere nell'istesso luogo onde fu cacciato; non però con simil sicurezza ardirei di affermare, che anco nella nulla elevazione, cioè nella linea orizontale, non potesse da qualche forza, ben che non infinita, esser in alcuna lontananza spinto il proietto, sí che, per esempio, né anco una colubrina sia potente a spignere una palla di ferro orizontalmente, come dicono, di punto bianco, cioè di punto niuno, che è dove non si dá elevazione. Io dico che in questo caso resto con

qualche ambiguitá: e che io non neghi resolutamente il fatto, mi ritiene un altro accidente, che par non meno strano, e pure ne ho la dimostrazione concludente necessariamente. E l'accidente è l'esser impossibile distendere una corda sí, che resti tesa dirittamente e parallela all'orizonte; ma sempre fa sacca e si piega, né vi è forza che basti a tenderla rettamente.

SAL. Adunque, Sig. Sagredo, in questo caso della corda cessa in voi la maraviglia circa la stravaganza dell'effetto, perché ne avete la dimostrazione; ma se noi ben considereremo, forse troveremo qualche corrispondenza tra l'accidente del proietto e questo della corda. La curvitá della linea del proietto orizontale par che derivi dalle due forze, delle quali una (che è quella del proiciente) lo caccia orizontalmente, e l'altra (che è la propria gravitá) lo tira in giú a piombo. Ma nel tender la corda vi sono le forze di coloro che orizontalmente la tirano, e vi è ancora il peso dell'istessa corda, che naturalmente inclina al basso. Son dunque queste due generazioni assai simili. E se voi date al peso della corda tanta possanza ed energia di poter contrastare e vincer qual si voglia immensa forza che la voglia distendere drittamente, perché vorrete negarla al peso della palla? Ma piú voglio dirvi, recandovi insieme maraviglia e diletto, che la corda cosí tesa, e poco o molto tirata, si piega in linee, le quali assai si avvicinano alle paraboliche: e la similitudine è tanta, che se voi segnerete in una superficie piana ed eretta all'orizonte una linea parabolica, e tenendola inversa, cioè col vertice in giú e con la base parallela all'orizonte, facendo pendere una catenella sostenuta nelle estremitá della base della segnata parabola, vedrete, allentando piú o meno la detta catenuzza, incurvarsi e adattarsi alla medesima parabola, e tale adattamento tanto piú esser preciso, quanto la segnata parabola sará men curva, cioè piú distesa; sí che nelle parabole descritte con elevazioni

sotto a i gr. 45, la catenella camina quasi *ad unguem* sopra la parabola.

SAGR. Adunque con una tal catena sottilmente lavorata si potrebbero in un subito punteggiar molte linee paraboliche sopra una piana superficie.

SAL. Potrebbesi, ed ancora con qualche utilitá non piccola, come appresso vi dirò.

SIMPL. Ma prima che passar piú avanti, vorrei pur io ancora restar assicurato almeno di quella proposizione della quale voi dite essercene dimostrazione necessariamente concludente; dico dell'esser impossibile, per qualunque immensa forza, fare star tesa una corda drittamente ed equidistante all'orizonte.

SAGR. Vedrò se mi sovviene della dimostrazione; per intelligenza della quale bisogna, Sig. Simplicio, che voi supponghiate per vero quello che in tutti gli strumenti mecanici, non solo con l'esperienza, ma con la dimostrazione ancora, si verifica: e questo è, che la velocitá del movente, ben che di forza debole, può superare la resistenza, ben che grandissima, di un resistente che lentamente debba esser mosso, tutta volta che maggior proporzione abbia la velocitá del movente alla tarditá del resistente, che non ha la resistenza di quel che deve esser mosso alla forza del movente.

SIMPL. Questo mi è notissimo, e dimostrato da Aristotele nelle sue Quistioni Mecaniche; e manifestamente si vede nella leva e nella stadera, dove il romano, che non pesi piú di 4 libbre, leverá un peso di 400, mentre che la lontananza di esso romano dal centro, sopra 'l quale si volge la stadera, sia piú di cento volte maggiore della distanza dal medesimo centro di quel punto dal quale pende il gran peso: e questo avviene, perché, nel calar che fa il romano, passa spazio piú di cento volte maggiore dello spazio per il quale nel medesimo tempo monta il gran peso; che è l'istesso che dire, che il piccolo

romano si muove con velocitá piú che cento volte maggiore della velocitá del gran peso.

SAGR. Voi ottimamente discorrete, e non mettete dubbio alcuno nel concedere, che per piccola che sia la forza del movente, supererá qualsivoglia gran resistenza, tutta volta che quello piú avanzi di velocitá, ch'ei non cede di vigore e gravitá. Or venghiamo al caso della corda: e segnando un poco di figura, intendete per ora, questa linea *a b*, passando sopra i due punti fissi e stabili *a*, *b*, aver nelle estremitá sue pendenti, come vedete, due immensi pesi *c*, *d*, li quali, tirandola con grandissima forza, la facciano star veramente tesa dirittamente, essendo essa una semplice linea, senza veruna gravitá. Or qui vi soggiungo e dico, che se dal mezo di quella, che sia il punto *e*, voi sospenderete qualsivoglia piccolo peso, quale sia questo *h*, la linea *a b* cederá, ed inclinandosi verso il punto *f*, ed in consequenza allungandosi, costrignerá i due gravissimi pesi *c*, *d* a salir in alto: il che in tal guisa vi dimostro. Intorno a i due punti *a*, *b*, come centri, descrivo 2 quadranti, *eig*, *elm*; ed essendo che li due semidiametri *ai*, *bl* sono eguali alli due *ae*, *eb*, gli avanzi *fi*, *fl* saranno le quantitá de gli allungamenti delle parti *af*, *fb* sopra le *ae*, *eb*, ed in conseguenza determinano le salite de i pesi *c*, *d*, tutta volta però che il peso *h* avesse auto facoltá di calare in *f*: il che al-

lora potrebbe seguire, quando la linea *ef*, che è la quantitá della scesa di esso peso *h*, avesse maggior proporzione alla linea *f i*, che determina la salita de i due pesi *c*, *d*, che non ha la gravitá di amendue essi pesi alla gravitá del peso *h*. Ma questo necessariamente avverrá, sia pur quanto si voglia massima la gravitá de i pesi *c*, *d*, e minima quella dell'*h*: imperò che non è sí grande l'eccesso de i pesi *c*, *d* sopra 'l peso *h*, che maggiore non possa essere a proporzione l'eccesso della tangente *e f* sopra la parte della segante *f i*. Il che proveremo cosí. Sia il cerchio, il cui diametro *g a i*; e qual proporzione ha la gravitá de i pesi *c*, *d* alla gravitá di *h*, tale la abbia la linea *b o* ad un'altra, che sia *c*, della quale sia minore la *d*, sí che maggior proporzione ará la *b o* alla *d* che alla *c*. Prendasi delle due *o b*, *d* la terza proporzionale *b e*, e come *o e* ad *e b*, cosí si faccia il diametro *g i* (prolungandolo) all'*i f*, e dal termine *f* tirisi la tangente *f n*; e perché si è fatto, come *o e* ad *e b*, cosí *g i* ad *i f*, sará, componendo, come *o b* a *b e*, cosí *g f* ad *f i*: ma tra *o b* e *b e* media la *d*, e tra *g f*, *f i* media la *n f*: adunque *n f* alla *f i* ha la medesima proporzione che la *o b* alla *d*, la qual proporzione è maggiore di quella de i pesi *c*, *d* al peso *h*. Avendo dunque maggior proporzione la scesa o velocitá del peso *h* alla salita o velocitá dei pesi *c*, *d*, che non ha la gravitá di essi pesi *c*, *d* alla gravitá del peso *h*; resta manifesto che il peso *h* descenderá, cioè la linea *a b* partirá dalla rettitudine orizontale. E quel che avviene alla retta *a b* priva di gravitá, mentre si attacchi in *e* qualsivoglia minimo peso *h*, avviene all'istessa corda *a b* intesa di materia pesante, senza l'aggiunta di alcun altro grave; poiché vi si sospende il peso istesso della materia componente essa corda *a b*.

SIMPL. Io resto satisfatto a pieno: però potrá il Sig. Salviati, conforme alla promessa, esplicarci qual sia l'utilitá che da simile catenella si può ritrarre, e, dopo

questo, arrecarci quelle specolazioni che dal nostro Accademico sono state fatte intorno alla forza della percossa.

SAL. Assai per questo giorno ci siamo occupati nelle contemplazioni passate: l'ora, che non poco è tarda, non ci basterebbe a gran segno per disbrigarci dalle nominate materie; però differiremo il congresso ad altro tempo piú opportuno.

SAGR. Concorro col parere di V. S., perché da diversi ragionamenti auti con amici intrinseci del nostro Accademico ho ritratto, questa materia della forza della percossa essere oscurissima, né di quella sin ora esserne, da chiunque ne ha trattato, penetrato i suoi ricetti, pieni di tenebre ed alieni in tutto e per tutto dalle prime immaginazioni umane; e tra le conclusioni sentite profferire me ne resta in fantasia una stravagantissima, cioè che la forza della percossa è interminata, per non dir infinita. Aspetteremo dunque la commoditá del Sig. Salviati. Ma intanto dicami che materie sono queste, che si veggono scritte dopo il trattato de i proietti.

SAL. Queste sono alcune proposizioni attenenti al centro di gravitá de i solidi, le quali in sua gioventú andò ritrovando il nostro Accademico, parendogli che quello che in tal materia aveva scritto Federigo Comandino non mancasse di qualche imperfezzione. Credette dunque con queste proposizioni, che qui vedete scritte, poter supplire a quello che si desiderava nel libro del Comandino; ed applicossi a questa contemplazione ad instanza dell'Illustrissimo Sig. Marchese Guid'Ubaldo Dal Monte, grandissimo matematico de' suoi tempi, come le diverse sue opere publicate ne mostrano, ed a quel Signore ne dette copia, con pensiero di andar seguitando cotal materia anco ne gli altri solidi non tocchi dal Comandino; ma incontratosi, dopo alcun tempo, nel libro del Sig. Luca Valerio, massimo geometra, e veduto come egli risolve tutta questa materia senza niente lasciar in dietro, non

seguitò piú avanti, ben che le aggressioni sue siano per strade molto diverse da quelle del Sig. Valerio.

SAGR. Sará bene dunque che in questo tempo che s'intermette tra i nostri passati ed i futuri congressi, V. S. mi lasci nelle mani il libro, che io tra tanto anderò vedendo e studiando le proposizioni conseguentemente scrittevi.

SAL. Molto volentieri eseguisco la vostra domanda, e spero che V. S. prenderá gusto di tali proposizioni.

APPENDIX

in qua continentur theoremata eorumque demonstrationes, quæ ab eodem Autore circa centrum gravitatis solidorum olim conscripta fuerunt.

POSTULATUM.

Petimus, æqualium ponderum similiter in diversis libris dispositorum, si horum quidem compositorum centrum gravitatis libram secundum aliquam rationem diviserit et illorum etiam gravitatis centrum libram secundum eandem rationem dividere.

LEMMA.

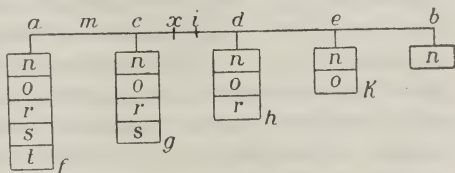
Sit linea ab bifariam in c secta, cuius medietas ac divisa sit in e; ita ut quam rationem habet be ad ea, hanc habeat ae ad ec. Dico, be ipsius ea duplam esse.

a e c b

Quia enim ut be ad ea, ita ea ad ec, erit, componendo et permutando, ut ba ad ac, ita ae ad ec; est autem ut ae ad ec, nempe ut ba ad ac, ita be ad ea: quare be ipsius ea dupla est.

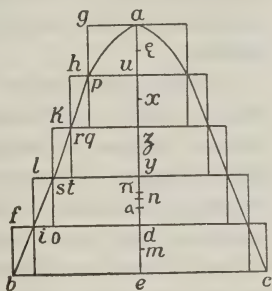
His positis demonstratur: *Si magnitudines quotcunque sese æqualiter excedentes, et quarum excessus earum minimæ sint æquales, ita in libra disponantur, ut ex distantiis æqualibus pendeant, centrum gravitatis omnium libram ita dividere, ut pars versus minores reliquæ sit dupla.*

In libra itaque ab ex distantiis æqualibus pendeant quotcunque numero magnitudines f, g, h, k, n, quales dictum est, quarum minima sit n; sintque puncta suspensionum a, c, d, e, b, sitque omnium magnitudinum sic dispositarum gravitatis centrum x. Ostendendum est, partem libræ bx, versus minores magnitudines, reliquæ xa duplam esse.

Dividatur libra bifariam in puncto d, quod vel in aliquo puncto suspensionum, vel in duarum suspensionum medio cadet necessario; reliquæ vero suspensionum distantiæ, quæ inter a et d intercipiuntur, omnes bifariam dividantur punctis m, i; magnitudines deinde omnes in partes ipsi n æquales dividantur: erunt iam partes ipsius f tot numero, quot sunt quæ ex libra pendent magnitudines; partes vero ipsius g erunt una pauciores; et sic de reliquis. Sint itaque ipsius f partes n, o, r, s, t; ipsius g vero, n, o, r, s; ipsius h quoque, n, o, r; ipsius denique k sint n, o: eruntque magnitudines omnes in quibus n, ipsi f æquales; magnitudines vero omnes in quibus o, ipsi g æquales; et magnitudines in quibus r, ipsi h; illæ autem in quibus s, ipsi k; et magnitudo t ipsi n æqualis est. Quia igitur magnitudines omnes, in quibus n, inter se sunt æquales, æque ponderabunt in signo d, quod libram ab bifariam dividit; et eandem ob causam omnes magnitudines, in quibus o, æque ponderant in i; illæ autem, in quibus r, in c; et in quibus s, in m æque ponderant; t autem in a suspenditur. Sunt igitur in libra ad, ex distantiis æqualibus d, i, c, m, a, suspensæ magnitudines sese æqualiter excedentes, et quarum excessus minimæ æquatur: maxima autem, quæ est composita ex omnibus n,

pendet ex d; minima, quæ est t, pendet ex a; et reliquæ ordinate dispositæ sunt. Estque rursus alia libra $a\,b$; in qua magnitudines aliæ, prædictis numero et magnitudine æquales, eodem ordine dispositæ sunt: quare libræ $a\,b$, $a\,d$ a centris omnium magnitudinum secundum eandem rationem dividentur. Est autem centrum gravitatis dictarum magnitudinum x: quare x dividit libras $b\,a$, $a\,d$ sub eadem ratione, ita ut sicut $b\,x$ ad $x\,a$, ita $x\,a$ ad $x\,d$; quare $b\,x$ dupla est ipsius $x\,a$, ex lemmate supra posito. Quod erat probandum.

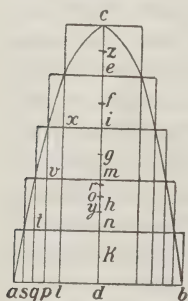
Si conoidi parabolico figura inscribatur, et altera circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, et axis dicti conoidis dividitur ita ut pars ad verticem partis ad basin sit dupla; centrum gravitatis inscriptæ figuræ basi portionis, dicto puncto divisionis, erit propinquius; centrum autem gravitatis circumscriptæ a basi conoidis eodem puncto erit remotius; eritque utrorumque centrorum a tali puncto distantia æqualis lineæ, quæ sit pars sexta altitudinis unius cylindri ex quibus figuræ constant.

Sit itaque conoidale parabolicum, et figuræ quales dictæ sunt: altera sit inscripta, altera circumscripta; et axis conoidis, qui sit $a\,e$, dividatur in n, ita ut $a\,n$ ipsius $n\,e$ sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis inscriptæ figuræ esse in linea $n\,e$, circumscriptæ autem centrum esse in $a\,n$. Secentur figuræ ita dispositæ plano per axem, et sit sectio parabolæ $b\,a\,c$; plani autem secantis, et basis conoidis, sectio sit $b\,c$ linea; cylindrorum autem sectiones sint rectangulæ figuræ: ut in descriptione apparet. Primus itaque cylindrus inscriptorum cuius axis est $d\,e$, ad cylindrum cuius axis est $d\,y$, eandem habet rationem quam quadratum $i\,d$ ad quadratum $s\,y$, hoc est quam $d\,a$ ad $a\,y$; cylindrus autem cuius axis est $d\,y$ ad cylindrum $y\,z$ est ut $s\,y$ ad $r\,z$ potentia, hoc est ut $y\,a$ ad

a z; et eadem ratione cylindrus cuius axis est *z y*; ad eum, cuius axis est *z u*, est ut *z a* ad *a u*. Dicti itaque cylindri sunt inter se ut lineæ *d a*, *a y*, *z a*, *a u*: istæ autem sunt sese æqualiter excedentes, et est excessus æqualis minimæ, ita ut *a z* dupla sit ad *a u*; *a y* autem eiusdem est tripla, et *d a* quadrupla. Sunt igitur dicti cylindri magnitudines quædam sese ad invicem æqualiter excedentes, quarum excessus æquantur earum minimæ; et est linea *x m*, in qua ex distantiis æqualibus suspensæ sunt (unumquodque enim cylindrorum centrum gravitatis habet in medio axis): quare, per ea quæ superius demonstrata sunt, centrum gravitatis magnitudinis ex omnibus compositæ dividet lineam *x m*, ita ut pars ad *x* reliquæ sit dupla. Dividatur itaque, et sit *x* α ipsius α *m* dupla; est ergo α centrum gravitatis inscriptæ figuræ. Dividatur *a u* bifariam in ε; erit ε *x* dupla ipsius *m e*: est autem *x* α dupla ipsius α *m*; quare ε *e* tripla erit *e* α. Est autem *a e* tripla ipsius *e n*; constat ergo, *e n* maiorem esse quam *e* α, et ideo α quod est centrum figuræ inscriptæ, magis accedere ad basin conoidis quam *n*. Et quia est ut *a e* ad *e n* ita ablatum ε *e* ad ablatum *e* α, erit et reliquum ad reliquum, idest *a* ε ad *n* α, *ut a e* ad *e n*. Est ergo α *n* tertia pars ipsius *a* ε, et sexta ipsius *a u*. Eodem autem pacto cylindri circumscriptæ figuræ demonstrabuntur esse sese æqualiter excedentes, et esse excessus æquales minimo, et habere in linea ε *m* centra gravitatum in distantiis æqualibus. Si itaque dividatur ε *m* in π, ita ut $\varepsilon\,\pi$ reliquæ π *m* sit dupla, erit π centrum gravitatis totius circumscriptæ magnitudinis: et, cum $\varepsilon\,\pi$ dupla sit ad π *m*, *a* ε autem minor sit quam dupla ad *e m* (cum ei sit

æqualis), erit tota *a e* minor quam tripla ipsius *e π*; quare *e π* maior erit ipsa *e n*. Et cum *ε m* tripla sit ad *m π*, et *m e* cum duabus *ε a* similiter tripla sit ad *m e*, erit tota *a e* cum *a ε* tripla ad *e π*. Est autem *a e* tripla ad *e n*; quare reliqua *a ε* reliquæ *π n* tripla erit. Est igitur *n π* sexta pars ipsius *a u*. Hæc autem sunt, quæ demonstranda fuerunt.

Ex his manifestum est, posse conoidi parabolico figuram inscribi, et alteram circumscribi, ita ut centra gravitatum earum a puncto *n* minus quacunque proposita linea distent. Si enim sumatur linea propositæ lineæ sexcupla, fiantque cylindrorum axes, ex quibus figuræ componuntur, hac sumpta linea minores; erunt, quæ inter harum figurarum centra gravitatum et signum *n* cadunt lineæ, proposita linea minores.

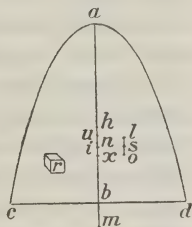
ALITER IDEM.

Axis conoidis, qui sit *c d*, dividatur in *o*, ita ut *c o* ipsius *o d* sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis inscriptæ figuræ esse in linea *o d*; circumscriptæ vero centrum esse in *c o*. Secentur figuræ plano per axem et *c*, ut dictum est. Quia igitur cylindri, *s n*, *t m*, *v i*, *x e* sunt inter se ut quadrata linearum *s d*, *t n*, *v m*, *x i*; hæc autem sunt inter se ut lineæ *n c*, *c m*, *c i*, *c e;* hæ autem sunt sese æqualiter excedentes, et excessus æquantur minimæ, nempe *c e*; estque cylindrus *t m* cylindro *q n* æqualis; cylindrus autem *v i* ipsi *p n*, et *x e* ipsi *l n* æquatur; ergo cylindri *s n*, *q n*, *p n*, *l n* sunt sese æqualiter excedentes, et excessus æquantur minimo eorum, nempe cylindro *l n*. Est autem excessus cylindri *s n* super cylindrum *q n* anulus, cuius altitudo

est qt, hoc est nd, latitudo autem sq; excessus autem cylindri qn super pn est anulus, cuius latitudo est qp; excessus autem cylindri pn super ln est anulus, cuius latitudo pl. Quare dicti anuli sq, qp, pl sunt inter se æquales et cylindro ln. Anulus igitur st æquatur cylindro xe; anulus qv, qui ipsius st est duplus, æquatur cylindro vi, qui similiter cylindri xe duplus est; et eamdem ob causam anulus px cylindro tm, et cylindrus le cylindro sn æqualis erit. In libra itaque kf, puncta media rectarum ei, dn connectente, et in partes æquales punctis h, g secta, sunt magnitudines quædam, nempe cylindri sn, tm, vi, xe; et gravitatis centrum primi cylindri est k, secundi vero est h, tertii g, quarti f. Habemus autem et aliam libram mk, quæ est ipsius fk dimidia, totidemque punctis in partes æquas distributa, nempe mh, hn, nk; et in ea aliæ magnitudines, illis quæ sunt in libra fk numero et magnitudine æquales, et centra gravitatum in signis m, h, n, k habentes, et eodem ordine dispositæ, sunt. Cylindrus enim le centrum gravitatis habet in m, et æquatur cylindro sn centrum habenti in k; anulus vero px centrum habet h, et æquatur cylindro tm cuius centrum est h; et anulus qv, centrum habens n, æquatur cylindro vi, cuius centrum est g; et denique anulus st, centrum habens k, æquatur cylindro xe, cuius centrum est f. Igitur centrum gravitatis dictarum magnitudinum libram dividet in eadem ratione: earumdem vero unum est centrum, ac propterea punctum aliquod utrique libræ commune, quod sit y. Itaque fy ad yk erit ut ky ad ym; est ergo fy dupla ipsius yk; et, divisa ce bifariam in z, erit zf dupla ipsius kd, ac propterea zd tripla ipsius dy. Rectæ vero do tripla est cd: maior est ergo recta do, quam dy; ac propterea y centrum inscriptæ magis ad basin accedit, quam punctum o. Et, quia ut cd ad do, ita est ablatum zd ad ablatum dy, erit et reliquum cz

ad reliquum $y\,o$, ut $c\,d$ ad $d\,o$: nempe $y\,o$ tertia pars erit ipsius $c\,z$, hoc est pars sexta ipsius $c\,e$. Eadem prorsus ratione demonstrabimus, cylindros circumscriptæ figuræ sese æqualiter excedere, et esse excessus æquales minimo, et ipsorum centra gravitatum in distantiis æqualibus libræ $k\,z$ constituta; et, pariter, anulos iisdem cylindris æquales similiter disponi in altera libra $k\,g$, ipsius $k\,z$ dimidia; ac propterea circumscriptæ gravitatis centrum, quod sit r, libras ita dividere, ut $z\,r$ ad $r\,k$ sit ut $k\,r$ ad $r\,g$. Erit ergo $z\,r$ dupla ipsius $r\,k$; $c\,z$ vero rectæ $k\,d$ æqualis est, et non dupla; erit tota $c\,d$ minor quam tripla ipsius $d\,r$; quare recta $d\,r$ maior est quam $d\,o$: scilicet centrum circumscriptæ a basi magis recedit, quam punctum o. Et quia $z\,k$ tripla est ad $k\,r$, et $k\,d$ cum duabus $z\,c$ tripla ad $k\,d$, erit tota $c\,d$ cum $c\,z$ tripla ipsius $d\,r$. Est autem $c\,d$ tripla ad $d\,o$: quare reliqua $c\,z$ reliquæ $r\,o$ tripla erit; scilicet $o\,r$ sexta pars est ipsius $e\,c$. Quod est propositum.

His autem prædemonstratis, demonstratur, centrum gravitatis parabolici conoidis axem ita dividere, ut pars ad verticem reliquæ ad basin sit dupla.

Esto parabolicum conoidale, cuius axis sit $a\,b$, divisus in n ita ut $a\,n$ ipsius $n\,b$ sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis conoidis esse n punctum. Si enim non est n, aut infra ipsum, aut supra ipsum, erit. Sit, primum, infra, sitque x; et exponatur linea $l\,o$ ipsi $n\,x$ æqualis, et $l\,o$ contingenter dividatur in s; et quam rationem habet utraque simul $b\,x$, $o\,s$ ad $o\,s$, hanc habeat conoidale ad solidum r; et inscribatur conoidi figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut quæ inter illius centrum gravitatis et punctum n intercipitur, minor sit quam $l\,s$; excessus autem, quo a conoide superatur, minor sit solido r. Hoc autem fieri posse, clarum est. Sit itaque inscripta, cuius gravitatis centrum sit i: erit iam $i\,x$ maior $s\,o$; et quia est, ut $x\,b$ cum $s\,o$ ad $s\,o$, ita conoidale ad r

(est autem r maius excessu quo conoidale figuram inscriptam superat), erit conoidalis ad dictum excessum proportio, maior quam utriusque bx, os ad so; et, dividendo, figura inscripta ad dictum excessum maiorem rationem habebit quam bx ad so. Habet autem bx ad xi proportionem adhuc minorem quam ad so: inscripta igitur figura ad reliquas portiones multo maiorem proportionem habebit quam bx ad xi. Quam igitur proportionem habet inscripta figura ad reliquas portiones, alia quædam linea habebit ad xi: quæ necessario maior erit quam bx. Sit igitur mx. Habemus itaque centrum gravitatis conoidis x; figuræ autem in ipso inscriptæ centrum gravitatis est i: reliquarum ergo portionum, quibus conoidale inscriptam figuram excedit, gravitatis centrum erit in linea xm, atque in eo ipsius puncto in quo sic terminata fuerit ut, quam proportionem habet inscripta figura ad excessum quo a conoidale superatur, eandem ipsam habeat ad xi. Ostensum autem est, hanc proportionem esse illam quam habet mx ad xi; erit ergo m gravitatis centrum earum portionum quibus conoidale excedit inscriptam figuram: quod certe esse non potest; nam, si per m ducatur planum basi conoidis æquidistans, erunt omnes dictæ portiones versus eandem partem, nec ab eo dividentur. Non est igitur gravitatis centrum ipsius conoidis infra punctum n. Sed neque supra. Sit enim, si fieri potest, h; et rursus, ut supra, exponatur linea lo æqualis ipsi hn, et contingenter divisa in s; et quam proportionem habet utraque simul bn, so ad sl, hanc habeat conoidale ad r; et conoidali circumscribatur figura ex cylindris, ut dictum est, a qua minori quantitate excedatur, quam sit solidum r; et linea inter centrum gravitatis circumscriptæ et signum n sit minor quam so: erit

residua *u h* maior quam *l s*; et quia est, ut utraque *b n*, *o s* ad *s l*, ita conoidale ad *r* (est autem *r* maius excessu quo conoidale a circumscripta superatur), ergo *b n*, *s o* ad *s l* minorem rationem habet quam conoidale ad dictum excessum. Est autem *b u* minor quam utraque *b n*, *s o*; *u h* autem, maior quam *s l*: multo igitur maiorem rationem habet conoidale ad dictas portiones, quam *b u* ad *u h*. Quam igitur rationem habet conoidale ad easdem portiones, hanc habebit ad *u h* linea maior ipsa *b u*. Habeat, sitque ea *m u*; et, quia centrum gravitatis circumscriptæ figuræ est *u*, centrum vero conoidis est *h*, atque est ut conoidale ad residuas portiones ita *m u* ad *u h*, erit *m* centrum gravitatis residuarum portionum: quod similiter est impossibile. Non est ergo centrum gravitatis conoidis supra punctum *n*: sed demonstratum est, quod neque infra: restat ergo ut in ipso *n* sit necessario. Et eadem ratione demonstrabitur de conoide plano super axe non erecto secto. Aliter, idem, ut constat in sequenti, centrum gravitatis conoidis parabolici inter centrum circumscriptæ figuræ et centrum inscriptæ cadit.

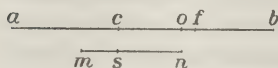
Sit conoidale, cuius axis *ab*; et centrum circumscriptæ sit *c*, inscriptæ vero sit *o*. Dico, centrum conoidis inter *c*, *o* puncta esse. Nam, si non, infra vel supra vel in altero eorum erit. Sit infra, ut in *r*: et, quia *r* est centrum gravitatis totius conoidis, inscriptæ autem figuræ est gravitatis centrum *o*, reliquarum ergo portionum, quibus inscripta figura a conoide superatur, centrum gravitatis erit in linea *o r* ad partes *r* extensa, atque in eo puncto in quo sic terminatur, ut quam rationem habent dictæ portiones ad inscriptam, eandem habeat *o r* ad lineam inter *r* et punctum illud cadentem. Sit hæc ratio illa quam habet *o r* ad *r x*. Aut igitur *x* cadet extra conoidem, aut intra, aut in ipsa basi. Si vel extra, vel in basi cadat, iam

manifestum est absurdum. Cadat intra: et, quia *x r* ad *r o* est ut inscripta figura ad excessum quo a conoide superatur, rationem illam quam habet *b r* ad *r o*, eandem habeat inscripta figura ad solidum *k*, quod necessario minus erit dicto excessu; et inscribatur alia figura, quæ a conoide superetur minori quantitate quam sit *k*, cuius gravitatis centrum cadet intra *o c*. Sit *u*: et, quia prima figura ad *k* est ut *b r* ad *r o*, secunda autem figura, cuius centrum *u*, maior est prima, et a conoide exceditur minori quantitate quam sit *k*, quam rationem habet secunda figura ad excessum quo a conoide superatur, hanc habebit ad *r u* linea maior ipsa *b r*. Est autem *r* centrum gravitatis conoidis; inscriptæ autem secundæ, *u*: centrum ergo reliquarum portionum erit extra conoidem, infra *b*; quod est impossibile. Et eodem pacto demonstrabitur, centrum gravitatis eiusdem conoidis non esse in linea *c a*. Quod autem non sit alterum punctorum *c, o,* manifestum est. Si enim dicas esse, descriptis aliis figuris, inscripta quidem maiori illa cuius centrum *o*, circumscripta vero minore ea cuius centrum *c*, centrum conoidis extra harum figurarum centrum caderet; quod nuper, impossibile esse, conclusum est. Restat ergo ut inter centrum circumscriptæ et inscriptæ figuræ sit. Quod si ita est, necessario erit in signo illo, quod axem dividit ut pars ad verticem reliquæ sit dupla. Cum enim circumscribi et inscribi possint figuræ, ita ut quæ inter ipsarum centrum et dictum signum cadunt lineæ, quacunque linea sint minores, aliter dicentem ad impossibile deduceremus: quod, scilicet, centrum conoidis non intra inscriptæ et circumscriptæ centra caderet.

Si fuerint tres lineæ proportionales, et quam proportionem habet minima ad excessum quo maxima minimam superat, eandem habeat linea quædam sumpta ad duas tertias excessus quo maxima mediam superat; et, item,

quam proportionem habet composita ex maxima et dupla mediæ ad compositam ex tripla maximæ et mediæ, eandem habuerit alia linea sumpta ad excessum quo maxima mediam excedit; erunt ambæ lineæ sumptæ simul, tertia pars maximæ proportionalium.

Sint tres lineæ proportionales ab, bc, bf: et quam proportionem habet bf ad af, hanc habeat ms ad duas tertias ipsius ca; quam vero proportionem habet composita ex ab et dupla bc ad compositam ex tripla utriusque ab, bc, eandem habeat alia, nempe sn, ad ac. Demonstrandum est, mn tertiam esse partem ipsius ab.

a c of b
m s n

Quia itaque ab, bc, bf sunt proportionales, erunt etiam ac, cf in eadem ratione: est igitur ut ab ad bc, ita ac ad cf; et ut tripla ab ad triplam bc, ita ac ad cf. Quam itaque rationem habet tripla ab cum tripla bc ad triplam cb, hanc habebit ac ad lineam minorem ipsa cf. Sit illa co. Quare, componendo et per conversionem proportionis, oa ad ac eandem habebit rationem, quam tripla ab cum sexcupla bc ad triplam ab cum tripla bc: habet autem ac ad sn eandem rationem quam tripla ab cum tripla bc ad ab cum dupla bc: ex æquali igitur oa ad ns eandem habebit rationem, quam tripla ab cum sexcupla bc ad ab cum dupla bc. Verum tripla ab cum sexcupla bc triplæ sunt ad ab cum dupla bc; ergo ao tripla est ad sn.

Rursus: quia oc ad ca est ut tripla cb ad triplam ab cum tripla cb; est autem sicut ca ad cf, ita tripla ab ad triplam bc; ex æquali, ergo, in proportione perturbata, ut oc ad cf, ita erit tripla ab ad triplam ab cum tripla bc, et, per conversionem rationis, ut of ad fc, sic tripla bc ad triplam ab cum tripla bc. Est autem, sicut cf ad fb, ita ac ad cb, et tripla ac ad triplam bc; ex æquali igitur, in proportione perturbata, ut of ad fb ita

tripla ac ad triplam utriusque simul ab, bc. Tota igitur ob ad bf erit ut sexcupla ab ad triplam utriusque ab, bc; et, quia fc, ca in eadem sunt ratione et cb, ba, erit sicut fc ad ca, ita bc ad ba, et, componendo, ut fa ad ac, ita utraque ba, bc ad ba, et sic tripla ad triplam: ergo ut fa ad ac, ita composita ex tripla ba et tripla bc ad triplam ab; quare, sicut fa ad duas tertias ipsius ac, sic composita ex tripla ba et tripla bc ad duas tertias triplæ ba, hoc est ad duplam ba. Sed sicut fa ad duas tertias ipsius ac, ita fb ad ms; sicut ergo fb ad ms, ita composita ex tripla ba et tripla bc ad duplam ba. Verum sicut ob ad fb, ita erat sexcupla ab ad triplam utriusque ab, bc: ergo, ex æquali, ob ad ms eandem habebit rationem quam sexcupla ab ad duplam ba; quare ms erit tertia pars ipsius ob. Et demonstratum est, sn tertiam esse partem ipsius ao: constat ergo, mn ipsius ab tertiam similiter esse partem. Et hoc est quod demonstrandum fuit.

Cuiuslibet frusti a conoide parabolico abscissi centrum gravitatis est in linea recta quæ frusti est axis; qua in tres æquas partes divisa, centrum gravitatis in media existit, eamque sic dividit, ut pars versus minorem basim ad partem versus maiorem basim, eandem habeat rationem quam maior basis ad basim minorem.

A conoide, cuius axis rb, abscissum sit solidum, cuius axis be, et planum abscindens sit basi æquidistans; secetur autem altero plano per axem super basin erectum, sitque sectio parabolæ urc; huius autem et plani secantis et basis sectiones sint lineæ rectæ lm, uc: erit rb diameter proportionis, vel diametro æquidistans; lm, uc erunt ordinatim applicatæ. Dividatur itaque eb in tres partes æquales, quarum media sit qy; hæc autem signo i ita dividatur, ut, quam rationem habet basis cuius diameter uc, ad basin cuius diameter lm, hoc est quam habet quadratum uc ad quadratum lm, eandem habeat

q i ad *i y*. Demonstrandum est, *i* centrum gravitatis esse frusti *l m c*. Exponatur linea *n s* æqualis ipsi *b r*, et *s x* æqualis sit *e r*; ipsarum autem *n s*, *s x* sumatur tertia proportionalis *s g*; et quam proportionem habet *n g* ad *g s*, hanc habeat linea *b q* ad *i o*. Nihil autem refert, si punctus *o* supra vel infra *l m* cadat. Et quia in sectione *u r c* lineæ *l m*, *u c* ordinatim sunt applicatæ, erit ut quadratum *u c* ad quadratum *l m*, ita linea *b r* ad *r e*: est autem ut quadratum *u c* ad quadratum *l m*, ita *q i* ad *i y*, et ut *b r* ad *r e*, ita *n s* ad *s x*; ergo *q i* ad *i y* est ut *n s* ad *s x*. Quare ut *q y* ad *y i*, ita erit utraque *n s*, *s x* ad *s x*, et ut *e b* ad *y i*, ita composita ex tripla *n s* et tripla *s x* ad *s x*: est autem ut *e b* ad *b y*, ita composita ex tripla utriusque simul *n s*, *s x* ad compositam ex *n s*, *s x*: ergo ut *e b* ad *b i*, ita composita ex tripla *n s* et tripla *s x* ad compositam ex *n s* et dupla *s x*. Sunt igitur tres lineæ proportionales, *n s*, *s x*, *g s*; et quam proportionem habet *s g* ad *g n*, hanc habet quædam sumpta *o i* ad duas tertias ipsius *e b*, hoc est ipsius *n x*; quam autem proportionem composita ex *n s* et dupla *s x*, ad compositam ex tripla *n s* et tripla *s x*, eandem habet alia quædam sumpta *i b* ad *b e*, hoc est ad *n x*. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, erunt lineæ illæ simul sumptæ tertia pars ipsius *n s*, hoc est ipsius *r b*; est ergo *r b* tripla ipsius *b o*: quare *o* erit centrum gravitatis conoidis *u r c*. Sit autem *a* centrum gravitatis conoidis *l r m*; frusti ergo *u l m c* centrum gravitatis est in linea *o b*, atque in eo puncto qui illam sic terminat, ut quam rationem habet *ulmc* frustum ad *l r m* portionem, eam habeat linea *a o* ad eam quæ inter

o et dictum punctum intercedit. Et quia *r o* est duæ tertiæ ipsius *r b*, *r a* vero duæ tertiæ ipsius *r e*; erit reliqua *a o* duæ tertiæ reliquæ *e b*. Et quia est, ut frustum *u l m c* ad portionem *l r m*, ita *n g* ad *g s*; ut autem *n g* ad *g s*, ita duæ tertiæ *e b* ad *o i*; duabus autem tertiis ipsius *e b* æqualis est linea *ao*; erit ut frustum *ulmc* ad portionem *l r m*, ita *a o* ad *o i*. Constat igitur, frusti *u l m c* gravitatis centrum esse punctum *i*, et axem ita dividere, ut pars versus minorem basin ad partem versus maiorem sit ut dupla maioris basis una cum minori ad duplam minoris una cum maiori. Quod est propositum elegantius explicatum.

Si magnitudines quotcunque ita inter se dispositæ, ut secunda addat super primam duplum primæ, tertia addat secundam triplum primæ, quarta vero addat super tertiam quadruplum primæ, et sic unaquæque sequentium super sibi proximam addat magnitudinem primæ multiplicem secundum numerum quem ipsa in ordine retinuerit; si, inquam, hæ magnitudines ordinatim in libra ex distantiis æqualibus suspendantur; centrum æquilibrii omnium compositarum libram ita dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit tripla.

Esto libra L T; et magnitudines, quales dictum est, in ea pendeant, et sint A, F, G, H, K, quarum A ex T suspensa sit prima. Dico, centrum æquilibrii libram T L ita secare, ut pars versus T reliquæ sit tripla. Sit T L tripla ad L I, et S L tripla L P, et Q L ipsius L N, et L P ipsius L O; erunt I P, P N, N O, O L æquales. Et accipiatur in F magnitudo ipsius A dupla, in G vero alia eiusdem tripla, in H eiusdem quadrupla, et sic deinceps; et sint sumptæ magnitudines illæ in quibus *a*. Et idem fiat in magnitudinibus F, G, H, K: quum enim in F reliqua magnitudo, nempe *b*, sit æqualis A, sumatur in G

ipsius dupla, in H tripla, etc.; et sint hæ magnitudines sumptæ, in quibus *b*: et eodem pacto sumantur illæ, in quibus *c*, et in quibus *d*, et *e*. Erunt iam omnes in quibus *a*, æquales ipsi K; composita vero ex omnibus *b* æquabitur ipsi H; composita ex *c*, ipsi G; ex omnibus *d* vero composita æquabitur F; et *e*, ipsi A. Et, quia T I dupla est I L, erit I punctum æquilibrii magnitudinis compositæ ex omnibus *a*; et, similiter, cum SP ipsius P L sit dupla, erit P punctum æquilibrii compositæ ex omnibus *b*; et. eamdem ob causam, N erit punctum æquilibrii compositæ ex omnibus *c*; O, vero, compositæ ex *d*; et L ipsius *e*. Est igitur libra quædam T L, in qua ex distantiis æqualibus pendent magnitudines quædam K, H, G, F, A; et, rursus, est alia libra L I, in qua ex distantiis similiter æqualibus pendent totidem numero magnitudines, et eodem ordine prædictis æquales: est enim composita ex omnibus *a*, quæ pendet ex I, æqualis K pendenti ex L; et composita ex omnibus *b*, quæ pendet ex P, æquatur H pendenti ex P; et, similiter, composita ex *c*, quæ pendet ex N, æquatur G; et composita ex *d*, quæ pendet ex O, æquatur F; et *e*, pendens ex L, æqualis est A. Quare libræ eadem ratione a centro compositarum magnitudinum dividentur: unum est autem centrum compositæ ex dictis magnitudinibus: erit ergo punctum commune rectæ T L et rectæ L I, centrum; quod sit X. Itaque ut T X ad X L, ita erit L X ad X I, et tota T L ad L I: est autem T L ipsius L I tripla: quare et T X ipsius X L tripla erit.

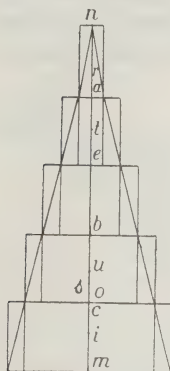
Si magnitudines quotcumque ita sumantur, ut secunda addat super primam triplum primæ, tertia vero super secundam addat quintuplum primæ, quarta autem super tertiam addat septuplum primæ, et sic deinceps uniuscuiusque augmentum super sibi proximam procedat multiplex primæ magnitudinis secundum numeros consequenter impares, sicuti procedunt quadrata linearum sese æqualiter excedentium, quarum excessus minimæ sit æqualis; et in libra ex distantiis æqualibus suspendantur; omnium compositarum centrum æquilibrii libram dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit maior quam tripla, eadem vero, dempta una distantia, eiusdem minor sit quam tripla.

B	FOD		G	E
a	a	a	a	a
a	a	a	a	
a	a	a	a	
a	a	a	c	
a	a	a		
a	a	a		
a	a	c		
a	a	c		
a	a	c		
a	a			
a	c			
a	c			
a	c			
a	c			
a	c			
c	c			
c				
c				
c				
c				
c				
c				
c				
c				
c				

Sint in libra B E magnitudines, quales dictum est, a quibus auferantur magnitudines aliquæ inter se ut quæ in præcedenti dispositæ fuerunt; et sint compositæ ex omnibus *a*; erunt reliquæ, in quibus *c*, eodem ordine distributæ, sed deficientes maxima. Sit E D tripla D B, et G F tripla F B; erit D centrum æquilibrii compositæ ex omnibus *a*; F vero, compositæ ex omnibus *c*: quare compositæ ex omnibus *a*, *c*, centrum cadet inter D et F. Sit O. Manifestum itaque est, E O ipsius O B maiorem esse quam triplam; G O vero eiusdem O B minorem esse quam triplam. Quod demonstrandum erat.

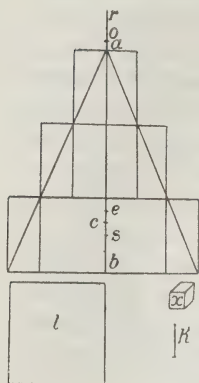
Si cuicumque cono, vel coni portioni, ex cylindris æqualem altitudinem habentibus figura una inscribatur, et altera circumscribatur; itemque axis eius ita divi-

datur, ut pars quæ inter punctum divisionis et verticem intercipitur, reliquæ sit tripla; erit inscriptæ figuræ gravitatis centrum propinquius basi coni quam punctum illud divisionis; circumscriptæ vero centrum gravitatis eodem puncto erit vertici propinquius.

Sit itaque conus, cuius axis nm dividatur in s ita ut ns reliquæ sm sit tripla. Dico, cuiuscumque figuræ cono, ut dictum est, inscriptæ centrum gravitatis in axe nm consistere, et ad basin coni magis accedere quam s punctum; circumscriptæ vero gravitatis centrum similiter in axe nm esse, et vertici propinquius quam sit s. Intelligatur itaque inscripta figura ex cylindris, quorum axes mc, cb, be, ea æquales sint. Primus itaque cylindrus, cuius axis mc, ad cylindrum, cuius axis cb, camdem habet rationem quam sua basis ad basin alterius (sunt enim eorum altitudines æquales); hæc autem ratio eadem est ei quam habet quadratum cn ad quadratum nb. Et similiter ostendetur, cylindrum, cuius axis cb, ad cylindrum, cuius axis be, eandem habere rationem quam quadratum bn ad quadratum ne; cylindrum vero, cuius axis be, ad cylindrum circa axem ea, eam quam habet quadratum en ad quadratum na. Sunt autem lineæ nc, nb, ne, na sese æqualiter excedentes, et earum excessus æquantur minimæ, nempe ipsi na. Sunt igitur magnitudines quædam, nempe inscripti cylindri, eam inter se consequenter rationem habentes, quam quadrata linearum sese æqualiter excedentium et quarum excessus minimæ æquantur: suntque ita dispositi in libra ti, ut singulorum centra gravitatum in ea, et in distantiis æqualibus, consistant. Per ea igitur quæ supra demonstrata sunt, constat, gravitatis centrum omnium ita compositorum libram ti

ita dividere, ut pars versus *t* sit maior quam tripla reliquæ. Sit hoc centrum *o*; est ergo *t o* maior quam tripla ipsius *o i*. Verum *t n* tripla est ad *i m*; ergo tota *m o* minor erit quam pars quarta totius *m n*, cuius *m s* pars quarta posita est. Constat ergo, signum *o* basi coni magis accedere quam *s*. Verum sit iam circumscripta figura constans ex cylindris, quorum axes *m c, c b, b e, e a, a n* inter se sint æquales. Similiter, ut de inscriptis, ostendetur, esse inter se sicut quadrata linearum *m n, n c, b n, n e, a n,* quæ sese æqualiter excedunt, excessusque æquatur minimæ *a n*; quare, per præmissam, centrum gravitatis omnium cylindrorum ita dispositorum, quod sit *u*, libram *r i* sic dividet, ut pars versus *r*, nempe *r u*, reliquæ *u i* sit maior quam tripla; *t u* vero eiusdem minor erit quam tripla. Sed *n t* tripla est ipsius *i m*; igitur tota *u m* maior est quam pars quarta totius *m n*, cuius *m s* pars quarta posita est. Itaque punctum *u* vertici propinquius est quam punctum *s*. Quod ostendendum erat.

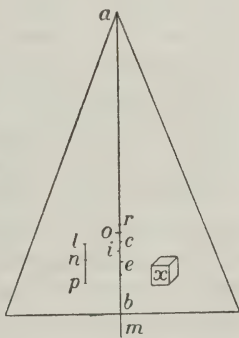
Cono dato potest figura circumscribi et altera inscribi, ex cilindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut linea quæ inter centrum gravitatis circumscriptæ et centrum gravitatis inscriptæ intercipitur, minor sit quacumque linea proposita.

Sit datus conus, cuius axis *a b*; data autem recta sit *k*. Dico: exponatur cylindrus *l* æqualis ei qui in cono inscribitur, altitudinem habens dimidium axis *a b*, et *a b* dividatur in *c*, ita ut *a c* ipsius *c b* tripla sit, et quam rationem habet *ac* ad *k*, hanc habeat cylindrus *l* ad solidum *x*: cono autem circumscribatur figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, et altera inscribatur, ita ut circumscripta excedat inscriptam minori quantitate quam sit solidum *x*; sitque circumscriptæ gravitatis centrum *e*, quod cadet supra *c*; inscriptæ vero centrum sit *s*, cadens sub *c*. Dico iam, *e s* lineam ipsa *k* minorem esse. Nam, si

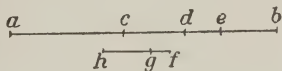
non, ponatur ipsi *c a* æqualis *e o*: quia igitur *o e* ad *k* eandem habet rationem quam *l* ad *x*, inscripta vero figura minor non est cylindro *l*, excessus autem, quo dicta figura a circumscripta superatur, minor est solido *x*; inscripta igitur figura ad dictum excessum maiorem rationem habebit quam *o e* ad *k*. Ratio autem *o e* ad *k* non est minor ea quam habet *o e* ad *e s*, cum *e s* non ponatur minor *k*; igitur inscripta figura ad excessum, quo a circumscripta superatur, maiorem habet rationem quam *o e* ad *e s*. Quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum, hanc habebit ad lineam *e s* linea quædam maior ipsa *e o*. Sit illa *e r*; est autem inscriptæ figuræ centrum gravitatis *s*; circumscriptæ vero centrum est *e*: constat ergo, reliquarum portionum, quibus circumscripta excedit inscriptam, centrum gravitatis esse in linea *r e*, atque in eo puncto, a quo sic terminatur, ut quam rationem habet inscripta ad dictas portiones, eandem habeat linea inter *e* et punctum illud intercepta, ad lineam *e s*. Hanc vero rationem habet *r e* ad *e s*; ergo reliquarum portionum, quibus circumscripta superat inscriptam figuram, gravitatis centrum erit *r*: quod est impossibile; planum enim ductum per *r* basi coni æquidistans dictas portiones non secat. Falsum igitur est, lineam *e s* non esse minorem ipsa *k*; erit ergo minor. Hæc autem, non dissimili modo, in pyramide fieri posse, demonstrabuntur.

Ex his manifestum est, cono dato posse figuram unam circumscribi et alteram inscribi, ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut lineæ, quæ inter earum centra gravitatum, et punctum quod axem coni ita dividit

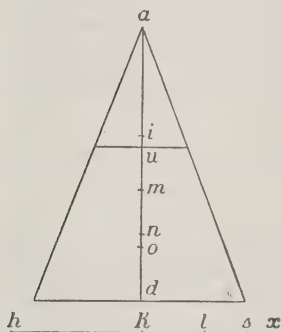
ut pars ad verticem reliquæ sit tripla, intercipiuntur, quacunque data linea sint minores. Cum enim, ut demonstratum est, dictum punctum axem dividens, ut dictum est, semper inter circumscriptæ et inscriptæ gravitatum centra reperiatur; fierique possit, ut quæ inter eadem centra mediat linea, minor sit quacumque linea proposita; multo minor eadem proposita linea sit, quæ inter alterum centrorum et dictum punctum axem dividens intercipitur.

Cuiuslibet coni vel pyramidis centrum gravitatis axem dividit, ut pars ad verticem reliquæ ad basin sit tripla.

Esto conus, cuius axis *a b*, et in *c* dividatur, ita ut *a c* reliquæ *c b* sit tripla: ostendendum est, *c* esse gravitatis centrum coni. Nam si non est, erit coni centrum aut supra, aut infra punctum *c*. Sit prius infra, et sit *e*; et exponatur linea *l p* æqualis *c e*, quæ contingenter dividatur in *n*; et quam rationem habet utraque simul *b e*, *p n* ad *p n*, hanc habeat conus ad solidum *x*; et inscribatur cono solida figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, cuius centrum gravitatis a puncto *c* minus distet quam sit linea *l n*; et excessus, quo a cono superatur, minor sit solido *x*. Hæc enim fieri posse, ex demonstratis manifestum est. Sit iam inscripta figura, qualis petitur, cuius centrum gravitatis sit *i*. Erit igitur *i e* linea maior quam *n p*, cum *l p* sit æqualis *c e*; et *i c*, minor *l n*: et, quia utraque simul *b e*, *n p* ad *n p* est ut conus ad *x*, excessus autem, quo conus inscriptam figuram superat, minor est solido *x*, ergo conus ad dictum excessum maiorem rationem habebit quam utraque *b e*, *n p* ad *n p*;

et, dividendo, inscripta figura ad excessum quo a cono superatur, maiorem rationem habebit quam *b e* ad *n p*. Habet autem *b e* ad *e i* minorem adhuc rationem quam ad *n p*, cum *i e* maior sit *n p*; ergo inscripta figura ad excessum quo a cono superatur, multo maiorem rationem habet quam *b e* ad *e i*. Quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum, hanc habebit ad *e i* linea quædam maior ipsa *b e*. Sit illa *m e*: quia igitur *m e* ad *e i* est ut inscripta figura ad excessum quo a cono superatur, et est *e* centrum gravitatis coni, *i* vero est gravitatis centrum inscriptæ, ergo *m* erit centrum gravitatis reliquarum portionum, quibus conus inscriptam sibi figuram excedit; quod est impossibile. Non est ergo centrum gravitatis coni infra *c* punctum. Sed neque supra. Nam, si potest, sit *r*; et rursus sumatur linea *l p* contingenter in *n* secta; et quam rationem habet utraque simul *b c*, *n p* ad *n l*, hanc habeat conus ad *x*; et circumscribatur similiter cono figura, a qua minori quantitate superetur, quam sit solidum *x*; et linea, quæ inter illius centrum gravitatis et *c* intercipitur, minor sit ipsa *n p*. Sit iam circumscripta, cuius centrum sit *o*: erit reliqua *o r* maior ipsa *n l*. Et quia, ut utraque simul *b c*, *p n* ad *n l*, ita conus ad *x*, excessus vero, quo conus a circumscripta superatur, minor est quam *x*, ipsa vero *b o* minor est quam utraque simul *b c*, *p n*, ipsa autem *o r* maior quam *l n*; conus igitur ad reliquas portiones, quibus a circumscripta superatur, multo maiorem rationem habebit quam *bo* ad *or*. Habeat rationem illam *m o* ad *o r*: erit *m o* maior ipsa *b c*; et *m* erit centrum gravitatis portionum, quibus conus a circumscripta superatur figura; quod est inconveniens. Non est ergo gravitatis centrum ipsius coni supra punctum *c*: sed neque infra, ut ostensum est: ergo erit ipsum *c*. Et idem, eodem prorsus modo, in pyramide quacumque demonstrabitur.

Si fuerint quatuor lineæ continue proportionales; et quam rationem habet minima earum ad excessum quo maxima minimam superat, eandem habuerit linea quædam sumpta ad $^{3}/_{4}$ excessus quo maxima secundam superat; quam autem rationem habet linea his æqualis, maximæ, duplæ secundæ, et triplæ tertiæ, ad lineam æqualem quadruplæ maximæ, quadruplæ secundæ, et quadruplæ tertiæ, eandem habuerit alia quædam sumpta ad excessum quo maxima secundam superat; erunt istæ duæ lineæ, simul sumptæ, quarta pars maximæ proportionalium.

Sint enim quatuor lineæ proportionales *a b, b c, b d, b e*; et quam rationem habet *b e* ad *e a*, eandem habeat *f g* ad $^{3}/_{4}$ ipsius *a c*; quam autem rationem habet linea æqualis *a b* et duplæ *b c* et triplæ *b d*, ad æqualem quadruplæ ipsarum *a b, b c, b d*, hanc habeat *h g* ad *a c*. Ostendendum est, *h f* quartam esse partem ipsius *a b*. Quia igitur *a b, b c, b d, b e* sunt proportionales, in eadem ratione erunt etiam *a c, c d, d e;* et ut quadrupla ipsarum *a b, b c, b d* ad *a b* cum dupla *b c* et tripla *b d*, ita quadrupla ipsarum *a c, c d, d e*, hoc est quadrupla ipsius *a e*, ad *a c* cum dupla *c d* et tripla *d e*; et sic est *a c* ad *h g*: ergo ut tripla ipsius *a e* ad *a c* cum dupla *c d* et tripla *d e*, ita $^{3}/_{4}$ ipsius *a c* ad *h g*. Est autem ut tripla *a e* ad triplam *e b*, ita $^{3}/_{4}$ *a c* ad *g f*: ergo, per conversam vigesimam quartam quinti, ut tripla *a e* ad *a c* cum dupla *c d* et tripla *d b*, ita $^{3}/_{4}$ ipsius *a c* ad *h f*; et ut quadrupla *a e* ad *ac* cum dupla *c d* et tripla *d b*, hoc est ad *a b* cum *c b* et *b d*, ita *a c* ad *h f*; et, permutando, ut quadrupla *a e* ad *a c*, ita *a b* cum *c b* et *b d* ad *h f*; ut autem *a c* ad *a e*, ita *a b* ad *a b* cum *c b* et *b d*: ergo, ex æquali, in proportione perturbata, ut quadrupla *a e* ad *a e*, ita *a b* ad *h f*. Quare constat, *h f* quartam esse partem ipsius *a b*.

Cuiuscumque frusti pyramidis, seu coni, plano basi æquidistante secti, centrum gravitatis in axe consistit; eumque ita dividit, ut pars versus minorem basin ad reliquam sit ut tripla maioris basis cum spacio duplo medii inter basin maiorem et minorem una cum basi minori, ad triplam minoris basis cum eodem duplo spatii medii et cum basi maiori.

A cono vel pyramide, cuius axis $a\,d$, secetur plano basi æquidistante frustum, cuius axis $u\,d$; et quam rationem habet tripla maximæ basis cum dupla mediæ et minima ad triplam minimæ cum dupla mediæ et maxima, hanc habeat $u\,o$ ad $o\,d$. Ostendendum est, o centrum gravitatis frusti existere. Sit $u\,m$ quarta pars ipsius $u\,d$. Exponatur linea $h\,x$ ipsi $a\,d$ æqualis, sitque $k\,x$ æqualis $a\,u$; ipsarum vero $h\,x$, $k\,x$ tertia proportionalis sit $x\,l$, et quarta $x\,s$; et quam rationem habet $h\,s$ ad $s\,x$, hanc habeat $m\,d$ ad lineam sumptam ab o versus a; quæ sit $o\,n$. Et quia maior basis ad eam quæ inter maiorem et minorem est media proportionalis, est ut $d\,a$ ad $a\,u$, hoc est ut $h\,x$ ad $x\,k$, dicta autem media ad minorem est ut $k\,x$ ad $x\,l$; erunt maior, media, et minor basis in eadem ratione et lineæ $h\,x$, $x\,k$, $x\,l$. Quare ut tripla maioris basis cum dupla mediæ et minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ et maxima, hoc est ut $u\,o$ ad $o\,d$, ita tripla $h\,x$ cum dupla $x\,k$ et $x\,l$, ad triplam $x\,l$ cum dupla $x\,k$ et $x\,h$; et, componendo et convertendo, erit $o\,d$ ad $d\,u$, ut $h\,x$ cum dupla $x\,k$ et tripla $x\,l$ ad quadruplam ipsarum $h\,x$, $x\,k$, $x\,l$. Sunt igitur 4 lineæ proportionales,

h x, x k, x l, x s; et quam rationem habet *x s* ad *s h,* hanc habet linea quædam sumpta *n o* ad $^3/_4$ ipsius *d u*, nempe ad *d m,* hoc est ad $^3/_4$ ipsius *h k*; quam autem rationem habet *h x* cum dupla *x k* et tripla *x l* ad quadruplam ipsarum *h x, x k, x l,* eandem habet alia quædam sumpta *o d* ad *d u,* hoc est ad *h k*: ergo (per ea quæ demonstrata sunt) *d n* erit quarta pars ipsius *h x,* hoc est ipsius *a d*; quare punctum *n* erit gravitatis centrum coni, vel pyramidis, cuius axis *a d.* Sit pyramidis, vel coni, cuius axis *a u*, centrum gravitatis *i.* Constat igitur, centrum gravitatis frusti esse in linea *i n* ad partes *n* extensa, in eoque eius puncto qui cum puncto *n* lineam intercipiat, ad quam *i n* eam habeat rationem quam abscissum frustum habet ad pyramidem vel conum, cuius axis *a u.* Ostendendum itaque restat, *i n* ad *n o* eandem habere rationem quam frustum ad conum cuius axis *au.* Est autem ut conus cuius axis *da* ad conum cuius axis *a u,* ita cubus *d a* ad cubum *a u*, hoc est cubus *h x* ad cubum *x k*: hæc autem eadem est proportio quam habet *hx* ad *xs*: quare, dividendo, ut *h s* ad *s x,* ita erit frustum cuius axis *d u,* ad conum vel pyramidem cuius axis *u a.* Est autem ut *h s* ad *s x,* ita etiam *m d* ad *o n*; quare frustum ad pyramidem cuius axis *a u,* est ut *m d* ad *n o.* Et quia *a n* est $^3/_4$ ipsius *a d*; *a i* autem est $^3/_4$ ipsius *a u*; erit reliqua *i n* $^3/_4$ reliquæ *u d*; quare *i n* æqualis erit ipsi *m d.* Et demonstratum est, *m d* ad *n o* esse ut frustum ad conum *a u*: constat ergo, hanc eandem rationem habere etiam *i n* ad *n o.* Quare patet propositum.

FINIS.

DELLA FORZA DELLA PERCOSSA.

PRINCIPIO DI GIORNATA
AGGIUNTA AI DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE
INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE.

[GIORNATA SESTA]

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO E APROINO.

SAGR. L'assenza di V. S., Sig. Salviati, di questi quindici giorni mi ha dato campo di poter vedere le proposizioni attenenti a' centri di gravitá de' solidi, ed anco dare un'altra diligente lettura alle dimostrazioni delle tante e sí nuove proposizioni de' moti naturali e violenti: e perché ne sono tra esse non poche di assai difficile apprensione, di speziale aiuto mi è stata la conferenza di questo gentiluomo, che V. S. qui vede.

SAL. Io voleva appunto domandar V. S. dell'essere appresso di lei questo Signore e del mancarne il nostro Sig. Simplicio.

SAGR. Dell'assenza del Sig. Simplicio mi vo immaginando, anzi lo tengo per fermo, che cagione ne sia stata la grande oscuritá che egli ha incontrata in alcune dimostrazioni di vari problemi attenenti al moto; e piú, di altre sopra le proposizioni del centro di gravitá: parlo di quelle che, per lunghe concatenazioni di varie proposizioni degli elementi della geometria, vengono inapprensibili a quelli che tali elementi non hanno prontissimi alle mani. Questo gentiluomo che qui vede, è il Sig. Paolo Aproino, nobile Trivisano, stato non solamente uditore

del nostro Accademico, mentre lesse in Padova, ma suo intrinsechissimo familiare e di lunga e continuata conversazione, nella quale, insieme con altri (tra' quali fu principalissimo il Sig. Daniello Antonini, nobilissimo d'Udine, d'ingegno e di valore sopraumano, il quale per difesa della Patria e del suo Serenissimo Principe gloriosamente morí, ricevendo onori condegni al suo merito dalla Serenissima Repubblica Veneta), intervenne in particolare a gran numero di esperienze che intorno a diversi problemi, in casa esso Accademico, si facevano. Ora, essendo circa dieci giorni fa venuto questo Signore a Venezia e, conforme al suo solito, a visitarmi, sentendo come aveva appresso di me questi trattati del comune amico, ha preso gusto che gli vediamo insieme: e sentendo l'appuntamento del ritrovarci a parlare sopra il maraviglioso problema della percossa, mi ha detto come ne aveva piú volte discorso, ma sempre irresolutamente ed ambiguamente, con esso Accademico, col quale mi diceva che si era trovato, nel far diverse esperienze attenenti a vari problemi, a farne ancora alcune riguardanti alla forza della percossa ed alla sua esplicazione; ed ora appunto stava in procinto di arrecarne tra l'altre una, per quanto egli dice, assai ingegnosa e sottile.

SAL. Io mi reputo a gran ventura l'essermi incontrato nel Sig. Aproino ed il poterlo conoscere di vista e di presenza, come per fama e per molte relazioni del nostro Accademico giá aveva conosciuto; e di sommo piacere mi sará il poter sentire almeno parte delle varie esperienze che sopra diverse proposizioni furon fatte in casa l'amico nostro, coll'intervento d'ingegni cosí accurati quali sono quelli del Sig. Aproino e del Sig. Antonini, del quale con tante lodi ed ammirazioni mille volte mi parlò detto amico nostro. E perché siamo ora qui per discorrere sopra il particolare della percossa, potrá V. S., Sig. Aproino, dirci quello che in tal materia ne trassero dalle espe-

rienze, con promessa però di arrecarne, con altra occasione, altre fatte sopra altri problemi; ché so che non glie ne mancheranno, per la sicurezza che ho dell'essere l'Accademico nostro stato sempre non meno curioso che diligente sperimentatore.

APR. Se io volessi con i debiti ringraziamenti pagare il debito al quale la cortesia di V. S. mi obbliga, mi converrebbe spendere tante parole, che poco tempo o punto ci avanzerebbe di tutto il giorno per parlare dell'intrapresa materia.

SAGR. No, no, Sig. Aproino: venghiamo pure a dar principio a i discorsi di dottrina, e lasciamo i complimenti di cerimonie a i cortigiani; ed io entro per sicurtá tra amendue loro della scambievole soddisfazione prodotta, per quanto basta, dalle brevi, ma candide e sincere, loro ofiziose parole.

APR. Ancorché io stimi di non essere per produr cosa ignota al Sig. Salviati, e che perciò tutta la carica del discorso doverebbe essere appoggiata sulle sue spalle, tuttavia, se non per altro, almeno per alleggerirlo in parte, andrò toccando quei primi motivi, insieme colla prima esperienza, che mossero l'amico ad internarsi nella contemplazione di questo ammirabile problema della percossa.

Cercando la maniera del poter trovare e misurare la sua gran forza, ed insieme, se fusse possibile, risolvere ne' suoi principî e nelle sue prime cause l'essenza di cotale effetto, il quale molto diversamente par che proceda, nell'acquisto della sua somma potenza, dal modo nel quale procede la moltiplicazione di forza in tutte le altre macchine meccaniche (dico *meccaniche* per escludere l'immenso vigore del fuoco), nelle quali si scorge ed assai concludentemente s'intende come la velocitá d'un debile movente compensa la gagliardia di un forte resistente che lentamente venga mosso; ma perché si scorge pur

anco nella operazione della percossa intervenire il movimento del percuziente, congiunto colla sua velocitá, contro al movimento del resistente ed il suo poco o molto dovere essere mosso; fu il primo concetto dell'Accademico di cercar d'investigare qual parte abbia nell'effetto ed operazione della percossa, v. g., il peso del martello, e quale la velocitá maggiore o minore colla quale vien mosso, cercando, se fusse possibile, di trovare una misura la quale comunemente ci misurasse ed assegnasse l'una e l'altra energia: e per arrivare a tal cognizione s'immaginò, per quanto a me parve, una ingegnosa esperienza. Accomodò un'asta assai gagliarda, e di lunghezza di circa tre braccia, volubile sopra un perno, a guisa dell'ago di una bilancia; sospese poi nell'estremitá delle braccia di cotal bilancia due pesi eguali ed assai gravi, uno de' quali era il composto di due vasi di rame, cioè di due secchie, l'una delle quali, appesa all'estremitá detta dell'ago, si teneva piena d'acqua, e dalle orecchie di tale secchia pendevano due corde di lunghezza circa due braccia l'una, alle quali era, per gli orecchi, attaccata un'altra simil secchia, ma vota, la quale veniva a piombo a risponder sotto alla prima secchia giá detta e piena d'acqua; nell'estremo poi dell'altro braccio della bilancia si faceva pendere un contrappeso di pietra o di qual si fusse altra materia grave, il quale equilibrasse giustamente la gravitá di tutto il composto delle due secchie, dell'acqua e delle corde. La secchia superiore era forata nel fondo con foro largo alla grossezza di un uovo o poco meno, e questo tal foro si poteva aprire e serrare. Fu la prima immaginazione e concetto comune di amendue noi, che fermata la bilancia in equilibrio, essendo preparato il tutto nella maniera detta, quando poi si sturasse la secchia superiore e si desse l'andare all'acqua, la quale precipitando andasse a percuotere nella secchia da basso, l'aggiunta di cotal percossa dovesse aggiugnere tal mo-

mento in questa parte, che bisogno fusse, per restituire l'equilibrio, aggiugnere nuovo peso alla gravitá del contrappeso dell'altro braccio, la quale aggiunta è manifesto che ristorerebbe e adeguerebbe la nuova forza della percossa dell'acqua; sicché potessimo dire, essere il suo momento equivalente al peso delle 10 o 12 libbre che fusse stato di bisogno aggiugnere all'altro contrappeso.

SAGR. Ingegnoso veramente mi pare cotesto macchinamento, e sto con aviditá attendendo l'esito di tale esperienza.

APR. La riuscita, siccome agli altri fu inopinata, cosí fu maravigliosa: imperocché, subito aperto il foro e cominciato ad uscirne l'acqua, la bilancia inclinò dall'altra parte del contrappeso; ma non tantosto arrivò l'acqua percuotendo nel fondo dell'inferior secchia, che restando di piú inclinarsi il contrappeso, cominciò a sollevarsi, e con un moto placidissimo, mentre l'acqua precipitava, si ricondusse all'equilibrio, e quivi, senza passarlo pur di un capello, si librò e fermossi perpetuamente.

SAGR. Inaspettato veramente m'è stato l'esito di questo caso; e benché il successo sia stato diverso da quello che io mi aspettava, e dal quale pensava di potere imparare quanta fosse la forza di tal percossa, nulladimeno mi par potere conseguire in buona parte la desiderata notizia, dicendo che la forza ed il momento di cotal percossa equivale al momento ed al peso di quella quantitá d'acqua cadente che si trova sospesa in aria tra le due acque delle due secchie, superiore ed inferiore, la qual quantitá d'acqua non gravita punto né contro alla secchia superiore né contro all'inferiore: non contro alla superiore, perché, non essendo le parti dell'acqua attaccate insieme, non possono le basse far forza e tirar giú le superiori, come farebbe, v. g., una materia viscosa, come pece o pania; non contro all'inferiore, perché, andandosi continuamente accelerando il moto

della cadente acqua, non possono le parti piú alte gravitare o premere sopra le piú basse: laonde ne segue che tutta l'acqua contenuta nella troscia è come se non fusse in bilancia. Il che anco piú che chiaramente si manifesta: perché se tal acqua esercitasse sua gravitá sopra le secchie, queste colla giunta della percossa grandemente inclinerebbero a basso, sollevando il contrappeso; il che non si vede seguire. Confermasi anco puntualissimamente questo: perché se noi ci immagineremo tutta quell'acqua repentinamente agghiacciarsi, giá la troscia, fatta un solido di ghiaccio, peserebbe con tutto il resto della macchina, e, cessando il moto, verrebbe tolta la percossa.

APR. Il discorso di V. S. è puntualmente conforme a quello che facemmo noi di subito sopra la veduta esperienza, ed a noi ancora parve di poter concludere che l'operazione della sola velocitá acquistata per la caduta di quella quantitá d'acqua dall'altezza delle due braccia operasse, nell'aggravare, senza il peso dell'acqua quel medesimo appunto che il peso dell'acqua senza l'impeto della percossa; sicché, quando si potesse misurare e pesare la quantitá dell'acqua compresa in aria tra i vasi, si potesse sicuramente affermare, la tal percossa esser potente ad operare, gravitando, quello che opera un peso eguale a 10 o 12 libbre dell'acqua cadente.

SAL. Piacemi molto l'arguta invenzione; e parmi che, senza il partirci dal suo progresso, nel quale ci arreca qualche ambiguitá la difficoltá del misurare la quantitá dell'acqua cadente, potremmo con una non dissimile esperienza agevolarci la strada per arrivare all'intera cognizione che desideriamo. Però, figurandoci, per esempio, uno di quei gran pesi che per ficcare grossi pali nel terreno si lasciano cadere da qualche altezza sopra uno de' detti pali (i quali pesi mi pare che gli addimandino berte), ponghiamo, v. g., il peso di una tal berta esser 100 libbre,

l'altezza dalla quale cade essere quattro braccia, e la fitta del palo nel terreno duro, fatta per una sola percossa, importare 4 dita: e posto che la medesima pressura e fitta delle 4 dita, volendola noi far senza percossa, ricercasse che le fusse soprapposto un peso di mille libbre, il quale, operando colla sola gravitá, senza moto precedente, chiameremo peso morto, domando se noi potremo senza equivocazione o fallacia affermare, la forza ed energia di un peso di 100 libbre, congiunto colla velocitá acquistata nel cadere dall'altezza di quattro braccia, essere equivalente al gravitare di un peso morto di mille libbre; sicché la virtú della sola velocitá importasse quanto la pressura di libbre novecento di peso morto, ché tante ne rimangono trattene dalle mille le cento della berta? Vedo che amendue tardate la risposta, forse perché bene non ho esplicata la mia domanda: però torno a brevemente dire, se possiamo per la detta sperienza asserire, che l'aggravio del peso morto fará sempre il medesimo effetto sopra una resistenza, che fa il peso di 100 libbre cadente dall'altezza di quattro braccia; in guisa tale, che (per piú chiara esplicazione) cadendo l'istessa berta dalla medesima altezza, ma percuotendo sopra un piú resistente palo, non lo cacciasse piú che due dita, se possiamo tenerci sicuri che l'istesso effetto facesse, solo col gravitare, il peso morto delle mille libbre; dico di cacciare il palo le due dita?

APR. Io non penso che, almeno a prima fronte, ciò non fusse conceduto da ciascheduno.

SAL. E voi, Sig. Sagredo, ci mettereste sopra qualche dubbio?

SAGR. Per ora veramente no; ma l'avere per molte e molte esperienze provato quanto sia facile l'ingannarsi, non mi rende cosí baldanzoso, che del tutto mi spogli di timore.

SAL. Ora, poi che V. S., la cui perspicacia ho in mille e mille occasioni conosciuta acutissima, si mostra inclinare ad ammettere la parte falsa, ben posso credere che tra mille difficile sarebbe d'incontrarne uno o due, che in una fallacia tanto simile al vero non incappassero. Ma quello che piú vi fará maravigliare, sará quando vedrete, la fallacia esser sotto cosí sottil velo ricoperta, ch'ogni leggier vento poteva esser bastante a discoprirla e palesarla; e pure ne resta ella velata e ascosa. Torniamo dunque a far cadere nel primo modo sopraddetto la berta sul palo, cacciandolo sotto quattro dita, e sia vero che per ciò fare si ricercassero puntualmente le mille libbre di peso morto; torniamo di poi a sollevare alla medesima altezza l'istessa berta, la quale, cadendo la seconda volta sopra il medesimo palo, lo cacci solamente due dita, per avere, v. g., incontrato il terreno piú sodo: dobbiamo noi stimare che altrettanto lo ricacciasse la pressura dell'istesso peso morto delle mille libbre?

APR. Parmi che sí.

SAGR. Ah, Sig. Paolo, miseri noi; bisogna dire risolutamente che no. Imperocché, se nella prima posata il peso morto delle mille libbre cacciò il palo quattro dita e non piú, perché volete che l'avernelo tolto solamente e poi rimessoglielo sopra torni a cacciarlo due altre dita? e perché non lo cacciò prima che ne fusse levato, mentre giá gli era addosso? volete che lo smontarlo solamente e riposatamente riporvelo gli faccia fare quello che prima non potette?

APR. Io non posso se non arrossire, e dichiararmi d'essere stato in pericolo di sommergermi in un bicchier d'acqua.

SAL. Non vi sbigottite, Sig. Aproino, perché vi assicuro che avete avuto molti compagni in rimanere allacciato in nodi per altro di facilissima scioglitura; e non è dubbio che ogni fallacia sarebbe per sua natura d'age-

vole scoprimento, quando altri ordinatamente l'andasse sviluppando e risolvendo ne' suoi principî, de' quali esser non può che alcun suo contiguo o poco lontano non si scopra apertamente falso. Ed in questa parte, di ridurre con pochissime parole ad assurdi ed inconvenienti palpabili conclusioni false e state sempre credute per vere, ha il nostro Accademico avuto certo particolar genio: ed io ho una raccolta di molte e molte conclusioni naturali, state sempre trapassate per vere, e da esso poi, con brevi e facilissimi discorsi, manifestate false.

SAGR. Questa veramente ne è una; e se l'altre saranno su questo andare, sará bene che a qualche tempo ce le partecipiate. Ma intanto per ora seguitiamo l'intrapresa materia: ed essendo che noi siamo sul cercare il modo (se alcuno ve ne ha) di regolare ed assegnare misura giusta e nota alla forza della percossa, questo non mi par che conseguir si possa col mezzo dell'assegnata sperienza. Imperocché, reiterando i colpi della berta sopra il palo, e per ciascheduno ricacciandolo continuamente piú e piú, come la sensata esperienza ne mostra, si fa chiaro che ciascheduno de' conseguenti colpi lavora: il che non accade nel peso morto, il quale, avendo operato quello che fece la prima pressura, non séguita di fare l'effetto della seconda, cioè di cacciare ancor di nuovo il palo, quando vi si riponga sopra; anzi apertamente si vede che per la seconda rifitta ci vuol peso maggiore di mille libbre, e se si vorranno pareggiare con pesi morti le fitte del terzo, quarto e quinto colpo etc., ci vorranno le gravitá di pesi morti continuamente maggiori e maggiori. Or quale di queste doveremo noi prendere per ferma e certa misura della forza del colpo, che pur, quanto a se stesso, è sempre il medesimo?

SAL. Questa è delle prime maraviglie che indubitabilmente credo che debbano avere tenuti perplessi ed irresoluti gl'ingegni speculativi. E veramente a chi non

giugnerá nuovo il sentire che la misura della forza della percossa si debba prendere non da quello che percuote, ma piú presto da quello che la percossa riceve? E quanto all'addotta esperienza, pare che da lei ritrar si possa, la forza della percossa essere infinita, o vogliamo dire indeterminata o indeterminabile, e farsi ora minore ed ora maggiore, secondo che ella viene applicata ad una maggiore o minore resistenza.

SAGR. Giá mi pare di comprendere che vero possa essere, la forza della percossa essere immensa o infinita. Imperocché, stando nella proposta esperienza, e dato che il primo colpo cacciasse il palo quattro dita, e il secondo tre, e, continuandosi d'incontrare sempre il terreno piú duro, il colpo terzo vi cacci il palo due dita, il quarto uno e mezzo, e conseguentemente un sol dito, un mezzo, un quarto, etc., pare che quando per la durezza del terreno la resistenza del palo non si faccia infinita, che il colpo reiterato sempre caccierá perpetuamente il palo, ma bene per ispazi minori e minori: ma perché, quanto si voglia lo spazio sia breve, è egli però divisibile e suddivisibile sempre, si continueranno le fitte; e perché la seguente, dovendosi fare coll'aggravio di peso morto, richiede peso maggiore che l'antecedente, potrá essere che per pareggiare le forze dell'ultime percosse si ricerchi peso maggiore e maggiore in immenso.

SAL. Cosí crederei io veramente.

APR. Non potrá dunque essere resistenza alcuna cosí grande, che resti salda e contumace contro al potere di alcuna percossa, benché leggiera?

SAL. Penso di no, se quello in che si percuote non è del tutto immobile, cioè non è la sua resistenza infinita.

SAGR. Mirabili, e per modo di dire prodigiosi, paiono questi asserti, e che l'arte in questo solo effetto superi e defraudi la natura, cosa che nella prima apparenza par che facciano altri strumenti meccanici ancora, alzandosi

gravissimi pesi con poca forza in virtú della leva, della vite, della taglia ed altri; ma in questo effetto della percossa, che pochi colpi di martello, non piú pesante di 10 o 12 libbre, abbiano ad ammaccare, v. g., un dado di rame, il quale non infragnerebbe né ammaccherebbe il carico non solo di una vastissima guglia di marmo, ma né anco una torre altissima che sopra il martello si posasse, eccede, pare a me, ogni natural discorso che tentasse di torne la maraviglia. Però, Sig. Salviati, mettete mano al filo, e cavateci di cosí intrigati laberinti.

SAL. Da quanto essi producono, pare che il nodo principale della difficoltá batta qua, che non bene si comprenda come l'operazione della percossa, che sembra infinita, non debba di necessitá procedere per mezzi diversi da quelli di altre macchine, che con pochissima forza superano resistenze immense: tuttavia io non dispero di poter esplicare come in questa ancora si procede nella medesima maniera. Tenterò di spiegarne il progresso, e benché mi paia assai complicato, forse il mio dire potrebbe, dal vostro dubitare ed opporre, assottigliarsi ed acuirsi tanto, che allargasse almeno, se non del tutto sciogliesse, il nodo.

È manifesto, la facultá della forza del movente e della resistenza del mosso non essere una e semplice, ma composta di due azioni, dalle quali la loro energia dee essere misurata; l'una delle quali è il peso, sí del movente come del resistente, e l'altra è la velocitá, secondo la quale quello dee muoversi e questo esser mosso. E cosí, quando il mosso dee muoversi colla velocitá del movente, cioè che gli spazi passati da amendue nell'istesso tempo sieno eguali, impossibile sará che la gravitá del movente sia minore di quella del mosso, ma sibbene alquanto maggiore, attesoché dalla puntuale egualitá nasce l'equilibrio e la quiete, come si vede nella bilancia di braccia eguali. Ma se noi vorremo con peso minore sollevarne un mag-

giore, bisognerá ordinar la macchina in modo, che il peso movente minore si muova nell'istesso tempo per ispazio maggiore dell'altro peso, che è quanto a dire che quello piú velocemente si muova di questo: e cosí di giá la ragione non meno che l'esperienza ci mostra che, per esempio, nella stadera, acciocché il peso del romano possa alzare un altro 10 o 15 volte di lui piú grave, bisogna che la sua lontananza nell'ago sia lontana dal centro, intorno al quale si fa il moto, 10 o 15 volte piú che la distanza tra il medesimo centro ed il punto della sospensione dell'altro peso; che è il medesimo che dire, che la velocitá del movente sia 10 o 15 volte maggiore della velocitá del mosso. E perché questo si scorge accadere in tutti gli altri strumenti, possiamo con sicurezza stabilire che le gravitá e velocitá coll'istessa proporzione, ma alternatamente prese, si rispondano. Generalmente dunque diciamo, il momento del men grave pareggiare il momento del piú grave, quando la velocitá del minore alla velocitá del maggiore abbia l'istessa proporzione che la gravitá del maggiore a quella del minore; al quale ogni poco vantaggio che si conceda, supera l'equilibrio, e s'introduce il moto.

Fermato questo, io dico che non solamente nella percossa la sua operazione pare infinita circa il superare qualsivoglia somma resistenza, ma tale si mostra ella in qualsivoglia altro meccanico ordigno; perché non è egli manifesto che un piccolissimo peso di una libbra, scendendo, alzerá un peso di 100 e di 1000 e piú quanto ne piace, se noi lo costituiremo nell'ago della stadera cento o mille volte piú lontano dal centro che l'altro peso massimo, cioè se noi faremo che lo spazio, per lo quale scenderá quello, sia cento e mille e piú volte maggiore dello spazio della salita dell'altro, cioè se la velocitá di quello sia cento e mille volte maggiore della velocitá di questo? Ma voglio con uno piú arguto esempio farli toccar

con mano come qualsivoglia piccolissimo peso, scendendo, faccia salire qualsivoglia immensa e gravissima mole. Intenda V. S., un tal vastissimo peso essere attaccato a una corda fermata in luogo stabile e sublime, intorno al quale, come centro, intenda esser descritta la circonferenza di un cerchio che passi pel centro di gravitá della sospesa mole; il qual centro di gravitá è noto che viene a perpendicolo sotto la corda della sospensione, o, per meglio dire, è in quella retta linea che dal punto della sospensione va a terminare nel centro comune di tutti i gravi, cioè nel centro della Terra. Immaginatevi poi un altro filo sottilissimo, al quale sia attaccato qualsivoglia peso, benché minimo, in guisa che il centro di gravitá di questo termini nella giá immaginata circonferenza; e ponete, questo piccolo peso andare a toccare e semplicemente appoggiarsi a quella vasta mole: non credete voi che, aggiunto per fianco questo nuovo peso, spignerá alquanto quel massimo, separando il suo centro di gravitá dalla giá immaginata linea perpendicolare, nella quale prima si trovava, e senza dubbio si moverá per la circonferenza giá detta, e movendovisi si separerá dalla linea orizontale che è la tangente della detta circonferenza nell'imo punto dove si trovava esso centro di gravitá della gran mole? E quanto allo spazio, tanto sará l'arco passato dal gravissimo, quanto il passato dal piccolissimo peso, che al grandissimo si appoggiava; ma non sará giá la salita del centro del peso massimo eguale alla scesa del centro del peso minimo, perché questo scende per un luogo o spazio molto piú inclinato che non è quello della salita dell'altro centro, che vien fatta dal contatto del cerchio in certo modo secondo un angolo minore di ogni acutissimo. Qui, se io avessi a trattare con persone men versate di voi nella geometria, dimostrerei, come partendosi un mobile dall'imo punto del contatto, può benissimo essere che l'alzamento della linea orizon-

tale di qualche punto della circonferenza separato dal contatto sia secondo qualsivoglia proporzione minore dell'abbassamento di un asse a questo eguale, preso in qualsivoglia altro luogo, purché in esso non si contenga il contatto: ma voi son sicuro che in ciò non avete dubbio. E se il semplice appoggiarsi del piccol peso alla gran mole può muoverla ed alzarla, che sará se discostandolo e lasciandolo scorrere per la circonferenza, egli vi anderá a percuotere?

APR. Veramente non mi pare che ci resti piú luogo di dubitare, la forza della percossa essere infinita, per quanto l'addotta esperienza ne dichiara. Ma tal notizia non basta al mio intelletto a schiarirmi molte oscure tenebre, le quali lo tengono offuscato in modo che non discerno come il negozio di queste percosse cammini, sicché io potessi rispondere ad ogni dubbio che mi fusse promosso.

SAL. Ma prima che io passi piú oltre, voglio scoprirvi un certo equivoco che sta nascoso e come in aguato, e ci lascia stimare, tutti quei colpi con i quali nel soprapposto esempio si andava cacciando il palo, esser eguali o vogliamo dire gl'istessi, sendo fatti dalla medesima berta, elevata sopra il palo sempre alla medesima altezza: il che non è vero. Per intelligenza di che, figuratevi di andare ad incontrare colla mano una palla che venga scendendo da alto, e ditemi: se nell'arrivare ella sopra la vostra mano, voi la mano andaste abbassando per la medesima linea e colla medeṣima velocitá che scende la palla, ditemi, dico, qual percossa voi sentireste? certo nessuna. Ma se all'arrivo della palla voi andaste solamente in parte cedendo, con abbassar la mano con minor velocitá di quella della palla, voi bene ricevereste percossa, ma non come da tutta la velocitá della palla, ma solamente come dall'eccesso della velocitá di quella sopra la velocitá della cedenza della mano: sicché quando

la palla scendesse con 10 gradi di velocitá e la mano cedesse con otto, il colpo sarebbe come fatto da due gradi di velocitá della palla; e cedendo la mano con 4, il colpo sarebbe come di 6; ed essendo il cedere come uno, il percuoter sarebbe come di 9; e tutta l'intera percossa della velocitá de' 10 gradi sarebbe quella che percotesse sopra la mano che nulla cedesse. Applicando ora il discorso alle percosse della berta, mentre il palo cede la prima volta 4 dita, e la seconda 2, e la terza un sol dito, all'impeto della berta, le percosse rimangono disuguali, e la prima piú debole della seconda, e la seconda piú della terza, secondo che la cedenza delle 4 dita piú detrae dalla velocitá del primo colpo che la seconda; e questa è piú debole della terza, come quella che toglie il doppio piú di questa dalla medesima velocitá. Se dunque il molto cedere del palo alla prima percossa, ed il meno cedere alla seconda, e meno anco alla terza, e cosí sempre continuatamente, è cagione che men valido sia il primo colpo del secondo, e questo del terzo, che maraviglia è che manco quantitá di peso morto si ricerchi per la prima cacciata delle 4 dita, e che maggiore ne bisogni per la seconda cacciata delle due dita, e maggiore ancora per la terza, e sempre piú e piú continuatamente, secondo che le cacciate si vanno diminuendo nelle diminuzioni delle cedenze del palo, che è quanto a dire nell'augumento delle resistenze?

Da quanto ho detto mi pare che agevolmente si possa raccorre, quanto malagevolmente si possa determinare sopra la forza della percossa fatta sopra un resistente il quale vadia variando la cedenza, quale è il palo che indeterminatamente va piú e piú resistendo; laonde stimo che sia necessario l'andar contemplando sopra tale, che, ricevendo le percosse, a quelle sempre colla medesima resistenza si opponga. Ora, per istabilire tal resistente, voglio che ci figuriamo un solido grave, per esempio di

mille libbre di peso, il quale posi sopra un piano che lo sostenti; voglio poi che intendiamo una corda a cotal solido legata, la quale cavalchi sopra una carrucola fermata in alto, per buono spazio, sopra detto solido. Qui è manifesto, che aggiugnendo forza traente in giú all'altro capo della corda, nel sollevar quel peso si averá sempre una egualissima resistenza, cioè il contrasto di mille libbre di gravitá; e quando da quest'altro capo si sospenda un altro solido egualmente pesante come il primo, verrá da essi fatto l'equilibrio; e stando sollevati, senza che sopra alcuno sottoposto sostegno si appoggino, staranno fermi, né scenderá questo secondo grave alzando il primo, salvo che quando egli abbia qualche eccesso di gravitá: e se riposeremo il primo peso sopra il soggetto piano, che lo sostenga, potremo far prova con altri pesi di diversa gravitá (ma ciascheduna minore del peso che riposa in quiete) quali siano le forze di diverse percosse, con legare alcuno di questi pesi all'altro capo della corda, lasciandolo da qualche altezza cadere ed osservando quello che segue nell'altro gran solido nel sentir la strappata dell'altro peso cadente, la quale strappata sará ad esso gran peso come un colpo che lo voglia cacciare in su. Qui, primieramente, mi pare che si raccolga, che per piccola che sia la gravitá del peso cadente, doverá senz'altro superare la resistenza del peso gravissimo ed alzarlo; la qual conseguenza mi par che si tragga molto concludentemente dalla sicurezza che abbiamo, come un peso minore prevalerá ad un altro quanto si voglia maggiore, qualunque volta la velocitá del minore abbia maggior proporzione alla velocitá del maggiore che non ha la gravitá del maggiore alla gravitá del minore: ma ciò segue nel presente caso, nel quale la velocitá del peso cadente supera d'infinito intervallo quella dell'altro peso, la quale è nulla, posando egli in quiete; ma non giá è nulla la gravitá del solido cadente in relazione alla gravitá del-

l'altro, non ponendo noi questa infinita, né quella nulla; supererá dunque la forza di questo percuziente la resistenza di quello in cui si impiega la percossa. Séguita ora che cerchiamo d'investigare, quanto sia per essere lo spazio al quale la ricevuta percossa lo solleverá, e se forse questo risponda a quello delli altri strumenti meccanici: come, per esempio, nella stadera si vede, l'alzamento del peso grave esser quella tal parte dello abbassamento del romano, quale è il peso del romano dell'altro peso maggiore; e cosí nel caso nostro bisogna che vediamo, se essendo la gravitá del gran solido posto in quiete, per esempio, mille volte maggiore della gravitá del peso cadente, il quale caschi dall'altezza, v. g., di un braccio, egli sia alzato da questo minore un centesimo di braccio, ché cosí pare che venisse osservata la regola degli altri istrumenti meccanici. Figuriamoci di fare la prima esperienza col far cadere da qualche altezza, diciamo di un braccio, un peso eguale all'altro, che ponghiamo posare sopra un piano, essendo amendue tali pesi legati, l'uno all'un capo e l'altro all'altro capo dell'istessa corda; che crediamo noi che sia per operare la strappata del peso cadente circa il muovere e sollevar l'altro, che era in quiete? Io volentieri sentirei l'opinione vostra.

APR. Poiché V. S. guarda verso di me, comecché da me ella attenda la risposta, mi pare che, essendo amendue i solidi egualmente gravi, ed avendo il cadente, di piú, l'impeto della velocitá, l'altro ne doverá esser innalzato assai sopra l'equilibrio; imperocché per ridurlo in bilancio la sola gravitá di quello era bastante: sormonterá dunque, per mio credere, il peso ascendente per molto maggiore spazio di un braccio, che è la misura della scesa del cadente.

SAL. Che dice V. S., Sig. Sagredo?

SAGR. Il discorso mi pare assai concludente nel primo aspetto; ma, come poco fa dissi, le molte esperienze mi

hanno insegnato quanto sia facile l'ingannarsi, e però quanto sia necessario l'andar circospetto prima che risolutamente pronunziare ed affermare alcun detto. Dirò dunque (però sempre dubitando) che è vero che il peso, v. g., delle 100 libbre del grave descendente basta per alzare l'altro, che pure pesi 100 libbre, infino allo equilibrio, senza che quello venga instrutto e fornito d'altra velocitá, e basterá solo l'eccesso di mezza oncia; ma vo considerando che questa equilibrazione verrá fatta con gran tarditá, dove che quando il cadente sopraggiunga con gran velocitá, con una simile bisognerá che tiri in alto il suo compagno. Ora, non mi pare che sia dubbio che maggior forza ci voglia a cacciar con gran velocitá un grave all'in su, che a spignervelo con gran lentezza; onde possa accadere che il vantaggio della velocitá, guadagnata dal cadente nella libera caduta di un braccio, possa rimaner consunto, e, per modo di dire, spento, nel cacciar l'altro con altrettanta velocitá ad altrettanta altezza: perloché non sarei lontano dal credere che tali due movimenti in giú ed in su terminassero in quiete immediatamente dopo la salita di un braccio del peso ascendente, che sarebbero due braccia di scesa dell'altro, computandovi il primo braccio che questo scese libero e solo.

SAL. Io veramente inclino a credere questo stesso: perché, sebbene il peso cadente è un aggregato di gravitá e di velocitá, l'operazione della gravitá nel sollevar l'altro è nulla, avendo a sé opposta e renitente altrettanta gravitá dell'altro peso, il quale è manifesto che mosso non sarebbe senza l'aggiunta all'altro di qualche piccola gravitá: l'operazion dunque per la quale il peso cadente dee sollevar l'altro, è tutta della velocitá, la quale altro che velocitá non può conferire; né potendo conferirne altra che quella che egli ha, e non avendo altra che quella che, partendosi dalla quiete, ha guadagnata nello spazio

della scesa di un braccio, per altrettanto spazio e con altrettanta velocitá spignerá l'altro all'in su, conformandosi con quello che in varie esperienze si può riconoscere, che è che il grave cadente, partendosi dalla quiete, si trova in ogni sito aver tant'impeto, che basta per ridur se stesso alla medesima altezza.

SAGR. Sovviemmi che apertamente ciò dimostra un grave pendente da un filo che sia fermato in alto; il qual grave, rimosso dal perpendicolo per un arco di qualsivoglia grandezza, non maggiore di una quarta, lasciato in libertá, scende e trapassa oltre al perpendicolo, salendo altrettanto arco quanto fu quello della scesa: dove è manifesto, la salita derivar tutta dalla velocitá appresa nello scendere; imperocché nel montare in su niuna parte vi può avere la gravitá del mobile, ma bene, repugnando questa alla salita, va spogliando esso mobile di quella velocitá della quale nella scesa lo veste.

SAL. Se l'esempio di quello che fa il solido grave appeso al filo, del quale mi sovviene che parlammo ne' discorsi de' giorni passati, quadrasse e si aggiustasse cosí bene al caso del quale noi di presente trattiamo, come ei si aggiusta alla veritá, molto concludente sarebbe il discorso di V. S.; ma non piccola discrepanza trovo io tra queste due operazioni: dico tra quella del solido grave pendente dal filo, che, lasciato da qualche altezza, scendendo per la circonferenza del cerchio, acquista impeto di trasportare se medesimo ad altrettanta altezza; e l'altra operazione del cadente legato ad un capo della corda per inalzare l'altro a sé eguale in gravitá. Imperocché lo scendente per lo cerchio va acquistando velocitá sino al perpendicolo, favorito dalla propria gravitá, la quale, trapassato il perpendicolo, lo disaiuta nel dovere ascendere (che è moto contrario alla gravitá); sicché dello impeto acquistato nella scesa naturale non piccola ricompensa è il ricondurlo con moto preternaturale o per altezza.

Ma nell'altro caso sopraggiugne il grave cadente al suo eguale, posto in quiete, non solamente colla velocitá acquistata, ma colla sua gravitá ancora, la quale, mantenendosi, leva per sé sola ogni resistenza di essere alzato all'altro suo compagno; perloché la velocitá acquistata non trova contrasto di un grave che allo andare in su faccia resistenza, talché, sí come l'impeto conferito all'in giú ad un grave non trova in esso ragione di annichilarsi o ritardarsi, cosí non si ritrova in quello ascendente, la cui gravitá rimane nulla, essendo contrappesata da altrettanta descendente. E qui mi pare che accada per appunto quello che accade ad un mobile grave e perfettamente rotondo, il quale, se si porrá sopra un piano pulitissimo ed alquanto inclinato, da per se stesso naturalmente vi scenderá, acquistando sempre velocitá maggiore; ma se, per l'opposito, dalla parte bassa si vorrá quello cacciare in su, ci bisognerá conferirgli impeto, il quale si anderá sempre diminuendo e finalmente annichilando; ma se il piano non sará inclinato, ma orizontale, tal solido rotondo, postovi sopra, fará quello che piacerá a noi, cioè, se ve lo metteremo in quiete, in quiete si conserverá, e dandogli impeto verso qualche parte, verso quella si moverá, conservando sempre l'istessa velocitá che dalla nostra mano averá ricevuta, non avendo azione né di accrescerla né di scemarla, non essendo in tal piano né declivitá né acclivitá: ed in simile guisa i due pesi eguali, pendenti da' due capi della corda, ponendogliene in bilancio, si quieteranno, e se ad uno si dará impeto all'in giú, quello si andrá conservando equabile sempre. E qui si dee avvertire che tutte queste cose seguirebbero quando si movessero tutti gli esterni ed accidentari impedimenti, dico di asprezza e gravitá di corda, di girelle e di stropicciamenti nel volgersi intorno al suo asse, ed altri che ve ne potessero essere. Ma perché si è fatta considerazione della velocitá, la quale l'uno de' due pesi

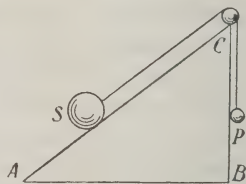
eguali acquista scendendo da qualche altezza, mentre l'altro posi in quiete, è bene determinare quale e quanta sia per essere la velocitá colla quale sieno per muoversi poi amendue, dopo la caduta dell'uno, scendendo questo e salendo quello. Giá, per le cose dimostrate, noi sappiamo che quel grave che partendosi dalla quiete liberamente scende, acquista tuttavia maggiore e maggior grado di velocitá perpetuamente; sicché, nel caso nostro, il grado massimo di velocitá del grave, mentre liberamente scende, è quel che si trova avere nel punto che egli comincia a sollevare il suo compagno; ed è manifesto che tal grado di velocitá non si andrá piú augumentando, essendo tolta la cagione dello augumento, che era la gravitá propria di esso grave descendente, la quale non opera piú, essendo tolta la sua propensione di scendere dalla repugnanza del salire di altrettanto peso del suo compagno. Si conserverá dunque il detto grado massimo di velocitá, ed il moto, di accelerato, si convertirá in equabile: quale poi sia per essere la futura velocitá, è manifesto dalle cose dimostrate e vedute ne' passati giorni, cioè che la velocitá futura sará tale, che in altrettanto tempo quanto fu quello della scesa, si passerá doppio spazio di quello della caduta.

SAGR. Meglio dunque di me aveva filosofato il Sig. Aproino, e sin qui resto molto bene appagato del discorso di V. S., ed ammetto per verissimo quanto mi ha detto; ma per ancora non mi sento aver fatto acquisto tale, che mi basti per levare l'eccessiva maraviglia che sento nel vedere, essere superate resistenze grandissime dalla virtú della percossa del percuziente, ancorché né molta sia la sua gravitá, né eccessiva la sua velocitá; e quello che ne accresce lo stupore è il sentire che ella afferma, nessuna essere la resistenza (salvo che se fusse infinita) che al colpo possa resistere senza cedere, e piú che di tal percossa non si possa in veruna maniera assegnare

una determinata misura. Però il desiderio nostro sarebbe che V. S. mettesse mano a dilucidare queste tenebre.

SAL. Essendo che non si può applicare dimostrazione alcuna sopra una proposizione della quale il dato non sia uno e certo, però, volendo noi filosofare intorno la forza di un percuziente e la resistenza di quello che la percossa riceve, bisogna che prendiamo un percuziente la cui forza sia sempre l'istessa, quale è quella del medesimo grave cadente sempre dalla medesima altezza, e parimente stabilischiamo un ricevitore del colpo, la cui resistenza sia sempre la medesima. E per averlo tale, voglio che (stando su l'esempio di sopra, de i due gravi pendenti da' capi dell'istessa corda) che percuziente sia il piccol grave che si lascia cadere, e che l'altro, quanto si voglia maggiore, sia quello nell'alzamento del quale venga esercitato l'impeto del piccolo cadente: dove è manifesto, la resistenza del grande esser sempre ed in tutti i luoghi la medesima cosa; il che non accade nella resistenza del chiodo o del palo, ne' quali ella va sempre crescendo nel penetrare, e con proporzione ignotissima per gli accidenti vari che s'interpongono di variate durezze nel legno e nel terreno etc., ancor che il chiodo ed il palo sieno sempre i medesimi. Inoltre è necessario che ci riduchiamo a memoria alcune conclusioni vere, delle quali si parlò a' giorni passati nel trattato del moto: e sia la prima di esse, che i gravi descendenti da un punto sublime sino a un soggetto piano orizontale, acquistano eguali gradi di velocitá, sia la scesa loro fatta o nella perpendicolare o sopra qualsivogliano piani diversamente inclinati; come, per esempio, essendo A B un piano orizontale, sopra il quale dal punto C caschi la perpendicolare C B, e dal medesimo C altre diversamente inclinate C A, C D, C E, dobbiamo intendere, i gradi di velocitá de' cadenti dal punto sublime C per qualsivoglia delle linee che dal punto C vanno a terminare nell'orizontale, essere tutti

eguali. Inoltre si dee, nel secondo luogo, supporre, l'impeto acquistato in A dal cadente dal punto C esser tanto, quanto appunto si ricercherebbe per cacciare in alto il medesimo cadente, o altro a lui eguale, sino alla medesima altezza; onde possiamo intendere che tanta forza bisogna per sollevar dall'orizonte sino all'altezza C l'istesso grave, venga egli cacciato da qualsivoglia de' punti A, D, E, B. Riduchiamoci, nel terzo luogo, a memoria, che i tempi delle scese per i notati piani inclinati hanno tra di loro la medesima proporzione che le lunghezze di essi piani; sicché quando, per esempio, il piano A C fusse lungo il doppio del C E e quadruplo del C B, il tempo della scesa per C A sarebbe doppio del tempo della scesa per C E e quadruplo della caduta per C B. Inoltre ricordiamoci che per far montare, o vogliam dire per strascicare, l'istesso peso sopra i diversi piani inclinati, sempre minor forza basta per muoverlo sopra il piú inclinato che sopra il meno, secondo che la lunghezza di questo è minore della lunghezza di quello. Ora, stante questi veri supposti, finghiamoci il piano AC esser, v. g., dieci volte piú lungo del perpendicolo CB, e sopra esso AC esser posato un solido S, pesante cento libbre: è manifesto che se a tal solido fusse attaccata una corda, la quale cavalcasse sopra una girella posta piú alta del punto C, la qual corda nell'altro suo capo avesse attaccato un peso di 30 libbre, qual sarebbe il peso P, è manifesto che tal peso P, con ogni poco di giunta di forza, scendendo, tire-

rebbe il grave S sopra il piano A C. E qui si dee notare, che sebbene lo spazio per lo quale il maggior peso si muove sopra il suo piano soggetto è eguale allo spazio per lo quale si muove il piccolo descendente (onde alcuno potrebbe dubitare sopra la generale veritá di tutte le meccaniche proposizioni, cioè che piccola forza non supera e muove gran resistenza se non quando il moto di quella eccede il moto di questa colla proporzione contrariamente rispondente a i pesi loro), nel presente caso la scesa del piccolo peso, che è a perpendicolo, si dee paragonare colla salita a perpendicolo del gran solido S, vedendo quanto egli dalla orizontale perpendicolarmente si solleva, cioè si dee riguardare quanto ei monta nella perpendicolare B C.

Avendo io, Signori, fatto diverse meditazioni circa il distendere quello che mi resta a dire, e che è la somma del presente negozio, fermo la seguente conclusione, per esser di poi esplicata e dimostrata.

PROPOSIZIONE.

Se l'effetto che fa una percossa del medesimo peso, e cadente dalla medesima altezza, caccierá un resistente di resistenza sempre eguale per qualche spazio, e che per fare un simile effetto ci bisogni una determinata quantitá di peso morto, che senza percossa prema, dico che quando il medesimo percuziente sopra un altro resistente maggiore, con tal percossa, lo caccerá, v. g., per la metá dello spazio che fu cacciato l'altro, per far questa seconda cacciata non basta la pressura del detto peso morto, ma ve ne vuole altro il doppio piú grave; e cosí in tutte le altre proporzioni, quanto una cacciata fatta dal medesimo percuziente è piú breve, tanto, per l'opposito, con proporzione contraria vi si ricerca, per far l'istesso, gravitá maggiore di peso morto premente.

Intendasi la resistenza, stando nel medesimo esempio del palo, esser tale che non possa esser superata da meno di cento libbre di peso morto premente, e che il peso del percuziente sia solamente dieci libbre, e che cadendo dall'altezza, v. g., di quattro braccia, cacci il palo quattro dita. Qui, primieramente, è manifesto che il peso delle dieci libbre, dovendo calare a perpendicolo, sará bastante di far montare un peso di libbre cento sopra un piano inclinato tanto, che la sua lunghezza sia decupla della sua elevazione, per le cose dichiarate di sopra, e che tanta forza ci vuole in alzare a perpendicolo dieci libbre di peso, che nell'alzarne cento sopra un piano di lunghezza decupla alla sua perpendicolare elevazione: e però se l'impeto che acquista il cadente per qualche spazio a perpendicolo, si applichi a sollevare un altro a sé eguale in resistenza, e' lo solleverá per altrettanto spazio; ma eguale è alla resistenza del cadente di dieci libbre a perpendicolo quella dell'ascendente di cento libbre sopra il piano di lunghezza decuplo alla sua perpendicolare elevazione; adunque, caschi il peso di dieci libbre per qualsisia spazio perpendicolare, l'impeto suo acquistato, ed applicato al peso di cento libbre, lo caccerá per altrettanto spazio sopra il piano inclinato, al quale spazio risponde l'altezza perpendicolare grande quanto è la decima parte di esso spazio inclinato. E giá si è concluso di sopra che la forza potente a cacciare un peso sopra un piano inclinato è bastante a cacciarlo anche nella perpendicolare che risponde all'elevazione di esso piano inclinato, la qual perpendicolare, nel presente caso, è la decima parte dello spazio passato sull'inclinata, il quale è eguale allo spazio della caduta del primo peso di dieci libbre; adunque è manifesto che la caduta del peso di dieci libbre fatta nella perpendicolare è bastante a sollevare il peso di cento libbre pur nella perpendicolare, ma solo per lo spazio della decima parte della scesa del cadente di dieci

libbre. Ma quella forza che può alzare un peso di cento libbre è eguale alla forza colla quale il medesimo peso delle cento libbre calca in giú, e questa era la potente a cacciare il palo, postavi sopra e premendo: ecco dunque esplicato, come la caduta di dieci libbre di peso è potente a cacciare una resistenza equivalente a quella che ha il peso di cento libbre per esser sollevato, ma la cacciata non sará piú che per la decima parte della scesa del percuziente. E se noi porremo, la resistenza del palo esser raddoppiata o triplicata, sicché vi bisogni, per superarla, la pressura di dugento o trecento libbre di peso morto, replicando simil discorso troveremo, l'impeto delle dieci libbre cadenti a perpendicolo esser potente a cacciare, siccome la prima, la seconda e la terza volta il palo, e come nella prima la decima parte della sua scesa, cosí nella seconda volta la ventesima, e nella terza la trentesima parte della sua scesa. E cosí, moltiplicando la resistenza in infinito, sempre la medesima percossa la potrá superare, ma col cacciare il resistente sempre per minore e minore spazio con alterna proporzione: onde pare che noi ragionevolmente possiamo asserire, la forza della percossa essere infinita. Ma ben conviene che altresí consideriamo anche per un altro verso, la forza del premente senza percossa essere essa ancora infinita: imperocché quando ella supera la resistenza del palo, lo caccerá non per quello spazio solo che lo averá cacciato la percossa, ma seguiterá di cacciarlo in infinito.

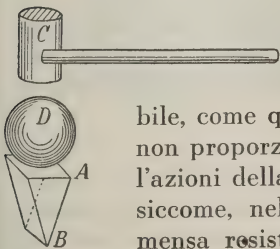
SAGR. Io veramente scorgo, il progresso di V. S. camminare molto dirittamente all'investigazione della vera causa del presente problema: ma perché mi pare che la percossa possa essere creata in tante e tante maniere, ed applicata a tante varietá di resistenze, credo esser necessario andarne esplicando almeno alcune, l'intelligenza delle quali potrebbe aprirci la mente all'intelligenza di tutte.

SAL. V. S. dice benissimo, ed io di giá mi era apparecchiato ad apportarne qualche caso. Per uno de' quali diremo, che alle volte può accadere che l'operazione del percuziente si faccia palese non sopra il percosso, ma nello stesso percuziente: e cosí, dando sopra una ferma incudine un colpo con un martello di piombo, l'effetto caderá nel martello, il quale si ammaccherá, e non nell'incudine, che non si abbasserá: e non dissimile a questo effetto è quello del mazzuolo degli scarpellini, il quale, essendo di ferro non temperato e però tenero, nel lungo percuotere sopra lo scarpello di acciaio di dura tempera non ammacca esso scarpello, ma bene incava e dilacera se medesimo. Altra volta in altro modo si rifletterá l'effetto pure nel percuziente; siccome non di rado si vede, che volendosi continuare di cacciare un chiodo in un legno durissimo, il martello ribalza indietro senza punto cacciare innanzi il chiodo, ed in questo caso si dice: il colpo non è attaccato. Non dissimile è il balzo che sopra un duro e fermo pavimento fa il pallone gonfio, ed ogn'altro corpo di materia talmente disposta, che ben cede alla percossa, ma ritorna, come facendo arco, nella sua prima figura: ed un tal ribalzamento accade quando non solamente quello che percuote cede e poi ritorna, ma quando ciò accade in quello sopra di che si percuote; ed in tal maniera risalta una palla, ancorché di materia durissima e nulla cedente, cadendo sopra la cartapecora ben tesa del tamburo. Scorgesi anco, e con maggiore maraviglia, l'effetto che nasce quando allo spignere senza percossa si aggiugne una percossa, facendo un composto di amendue; e cosí vediamo nelli strettoi da panni o da olio e simili, quando col semplice spignere di quattro o sei uomini si è fatta calare la vite quanto potevano, col ritirare un passo indietro la stanga e velocemente urtando con essa, moveranno ancora piú e piú la vite, e si ridurranno a tal segno che l'urto, colla forza di quei quattro o

sei, fará quello che non farebbero dodici o venti col solo spignere: nel qual caso si ricerca, la stanga esser molto grossa e di legno assai duro, sicché poco o nulla si pieghi, perché cedendo questa, l'urto si spegnerebbe nel torcerla.

In ogni mobile che debba esser mosso violentemente, pare che sieno due spezie distinte di resistenza: l'una, che riguarda quella resistenza interna per la qual noi diciamo, piú difficilmente alzarsi un grave di mille libbre che uno di cento; l'altra, che ha rispetto allo spazio per lo quale si ha da fare il moto; e cosí maggior forza ricerca una pietra ad esser gettata lontano cento passi, che cinquanta, etc. A queste due diverse resistenze rispondono proporzionatamente li due diversi motori, l'uno de' quali muove premendo senza percuotere, l'altro opera percuotendo. Il motore che opera senza percossa, non muove se non una resistenza minore, benché insensibilmente, della sua virtú o gravitá premente; ma la moverá bene per ispazio infinito, accompagnandola sempre colla sua stessa forza: e quello che muove percuotendo, muove qualsivoglia resistenza, benché immensa, ma per limitato intervallo: onde io stimo vere queste due proposizioni, il percuziente muovere infinita resistenza per finito e limitato intervallo, il premente muover finita e limitata resistenza per infinito intervallo; sicché al percuziente sia proporzionabile l'intervallo, e non la resistenza, ma al

premente la resistenza, e non l'intervallo. Le quali cose mi fanno dubitare che il quesito del Sig. Sagredo sia inesplica-

bile, come quello che cerchi di agguagliar cose non proporzionabili, ché tali credo io che sieno l'azioni della percossa e quelle della pressione: siccome, nel caso particolare, qualunque immensa resistenza che sia nel cuneo B A, sará

mossa da qualunque percuziente C, ma per limitato intervallo, come tra i punti B, A: ma dal premente D non qualunque resistenza sia nel cuneo B A sará spinta, ma una limitata e non maggiore del peso D; ma questa non sará spinta per lo limitato intervallo tra i punti B, A, ma in infinito, essendo sempre eguale la resistenza nel medesimo mobile A B, come si dee supporre, non si facendo menzione in contrario nella proposta.

Il momento di un grave nell'atto della percossa altro non è che un composto ed aggregato di infiniti momenti, ciascuno di essi eguale al solo momento, o interno e naturale di se medesimo (che è quello della propria gravitá assoluta, che eternamente egli esercita posando sopra qualunque resistente), o estrinseco e violento, quale è quello della forza movente. Tali momenti nel tempo della mossa del grave si vanno accumulando di instante in instante con eguale additamento e conservando in esso, nel modo appunto che si va accrescendo la velocitá di un grave cadente; ché siccome negl'infiniti instanti di un tempo, benché minimo, si va sempre passando da un grave per nuovi ed eguali gradi di velocitá, con ritener sempre gli acquistati nel tempo precorso, cosí anche nel mobile si vanno conservando di instante in instante e componendosi quei momenti, o naturali o violenti, conferitigli o dalla natura o dall'arte, etc.

La forza della percossa è di infinito momento, tuttavolta che ella si applichi in un momento ed in uno instante dal grave percuziente sopra materia non cedente; come si dimostrerá.

Il cedere di una materia percossa da un grave mosso con qualsivoglia velocitá, non si può fare in uno instante, perché altrimenti si darebbe il moto instantaneo per uno

IL SAGGIATORE
Nel quale
Con bilancia eſquiſita e giuſta
ſi ponderano le coſe contenute
nella
LIBRA ASTRONOMICA E FILOSOFICA
DI LOTARIO SARSI SIGENSANO
Scritto in forma di lettera
All'Ill.mo et Reuer.mo Mons.re D.
VIRGINIO CESARINI
Acc.o Linceo M.o di Camera di N.S.
Dal Sig.r
GALILEO GALILEI
Acc.o Linceo Nobile Fiorentino
Filoſofo e Matematico Primario
del
Ser.mo Gran Duca di Toſcana.

FILOSOFIA NATVRALE

MATEMATICA

IN ROMA MDCXXIII
Appreſſo Giacomo Maſcardi

F. Villamoena Fecit.

FRONTESPIZIO DEL "SAGGIATORE"

(Firenze, R. Biblioteca Nazionale)

spazio quanto, il che si prova impossibile. Se dunque si fa in tempo la cedenza nel luogo della percossa, in tempo ancora si fará l'applicazione di quei momenti acquistati nel moto dal percuziente; il qual tempo è bastante ad estinguere ed a smorzare in parte quell'aggregato de' sopraddetti momenti, i quali se in uno instante di tempo si esercitassero contro il resistente (il che seguirebbe quando le materie sí del percosso come del percuziente non cedessero né meno un punto), assolutamente farebbero effetto ed operazione assai maggiore, in muoverlo e superarlo, che applicati in tempo benché brevissimo: dico effetto maggiore, perché pure qualche effetto faranno eglino contro il percosso, quantunque minima si sia la percossa e grandissima la cedenza; ma sará forse impercettibile tale effetto a' nostri sensi, con tutto che realmente vi sia, il che a suo luogo dimostreremo. Ma pure ciò manifestamente si scorge dall'esperienza: poiché, se con un ben piccolo martello si anderá, con percosse uniformi, incontrando la testa di una grandissima trave che sia a giacere in terra, dopo molte e molte percosse si vedrá finalmente essersi mossa la trave per qualche spazio percettibile, segno evidentissimo che ogni percossa operò separatamente, per la sua parte, nello spignere la trave; poiché se la prima percossa non fusse a parte di tale effetto, tutte le altre susseguenti, come in luogo di prime, niente affatto opererebbero, la qual cosa è contraria all'esperienza, al senso ed alla dimostrazione che si apporterá, etc.

La forza della percossa è di infinito momento, perché non vi è resistenza, benché grandissima, che non venga superata da forza di percossa minimissima.

Colui che serra le porte di bronzo di S. Giovanni, invano tenterebbe di serrarle con una sola e semplice spinta; ma con impulso continuato va imprimendo in quel corpo

mobile gravissimo forza tale, che quando arriva a percuotere ed urtare nella soglia, fa tremare tutta la chiesa. Da questo si veda come si imprima ne' mobili, e piú ne' piú gravi, ed in essi si moltiplichi e conservi, la forza che con qualche tempo gli si va comunicando, etc.

Simile effetto si vede in una grossa campana, che non con una sola tirata di corda, né quattro né sei, si mette in moto gagliardo ed impetuoso, ma con molte e molte, le quali a lungo reiterate, le ultime vanno aggiugnendo forza sopra quella acquistata dalle prime e precedenti strappate: e quanto piú grossa e grave sará la campana, tanto maggiore forza ed impeto acquisterá, essendogli comunicato in piú lungo tempo e da maggior numero di strappate che non si ricerca ad una piccola campana, che ben presto si mette in impeto, ma presto ancora le si toglie, non essendosi ella imbevuta (per cosí dire) di tanta forza quanto la piú grossa.

Il simile accade ne' navigli ancora, i quali non alle prime vogate de' remi o a i primi impulsi del vento si mettono in furioso corso, ma dalle continue vogate e dalla continua impressione di forza che fa il vento nelle vele acquistano impeto grandissimo, atto a fracassare gl'istessi vascelli, mentre, da quello portati, dessero d'urto in uno scoglio.

L'arco dolce, ma grande, d'una balestra fará talvolta maggior passata d'un altro assai piú duro, ma di minor tratta, poiché quello, accompagnando per piú tempo la palla, gli va continuamente imprimendo la forza, e questo tosto l'abbandona.

SOPRA LE DEFINIZIONI DELLE PROPORZIONI D'EUCLIDE.

PRINCIPIO DI GIORNATA
AGGIUNTA AI DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE
INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE.

[GIORNATA QUINTA]

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO E SIMPLICIO.

SAL. Grandissima è la consolazione ch'io sento nel vedere, dopo l'interposizione di qualch'anno, rinnovata in questo giorno la nostra solita adunanza. So che l'ingegno vivace del Sig. Sagredo è tale che non sa stare in ozio: però mi persuado che egli non avrá mancato di fare, nel tempo della nostra lontananza, qualche reflessione sopra le dottrine del moto, le quali furon lette nell'ultima giornata de' nostri passati colloqui. Io, che dalla virtuosa conversazione di V. S., ed anco del nostro Sig. Simplicio, ó sempre raccolto frutti di non volgare erudizione, la prego a voler proporre qualche nuova considerazione sopra le cose del nostro Autore giá lette da noi: cosí daremo principio a gli usati discorsi, per passar questa giornata nell'occupazione di virtuoso trattenimento.

SAGR. Non nego a V. S. che in questi anni mi sieno passati per la fantasia vari pensieri sopra le novitá dimostrate da quel buon Vecchio intorno alla sua scienza del moto, sottoposta e ridotta da lui alle dimostrazioni della geometria. Ed ora, poiché ella cosí comanda, proc-

curerò di rammentarmi qualche cosa, e darò a lei occasione di beneficare il mio 'ntelletto co' suoi dotti ragionamenti.

Per cominciar dunque per ordine dal principio del trattato de' moti, proporrrò a V. S. uno scrupolo mio antico, rinnovatomi nel considerare la dimostrazione che l'Autore apporta nella sua prima proposizione del moto equabile, la quale procede (come molte altre degli antichi e moderni scrittori) per via degli ugualmente multiplici. Questa è una certa ambiguitá che io ó sempre avuta nella mente intorno alla quinta, o come altri vogliono sesta, difinizione del quinto libro d'Euclide. Stimo mia somma prosperitá d'aver potuto incontrare occasione di conferir questo dubbio con V. S., del quale spero dover restar totalmente liberato.

SIMPL. Anzi che io ancora riconoscerò questo nuovo abboccamento con le SS. VV. per benefizio singolare della fortuna, se mi succederá di poter ricever qualche luce intorno a questo punto accennato dal Sig. Sagredo. Non ebbi mai il piú duro ostacolo di questo in quella poca di geometria che io studiai giá nelle scuole da giovanetto; però ella s'immagini quanto sia per dovermi esser caro, se dopo tanto tempo sentirò intorno a questo particolare qualche cosa di mia soddisfazione.

SAGR. Dico dunque, che avendo sentito, nel dimostrar la prima proposizione dell'Autore intorno al moto equabile, adoprarsi gli ugualmente multiplici conforme alla quinta, ovvero sesta, difinizione del V libro d'Euclide, ed avendo io un poco di dubbio giá antiquato intorno a questa difinizione, non restai con quella chiarezza che io avrei desiderato nella predetta proposizione. Ora mi sarebbe pur caro il poter intender bene quel primo principio, per poter poi con altrettanta evidenza restar capace delle cose che seguono intorno alla dottrina del moto.

SAL. Proccurerò di soddisfare al desiderio di V. S., con addomesticare in qualche altra maniera quella difinizione d'Euclide e spianar la strada, per quanto mi sará possibile, all'introduzione delle proporzionalitá. In tanto sappia pure di aver avuto per compagni in questa ambiguitá uomini di gran valore, i quali per lungo tempo sono stati con la medesima poca soddisfazione con la quale V. S. mi dice di ritrovarsi fino a questo giorno.

Io poi confesso che per qualche anno dopo aver istudiato il V libro d'Euclide, restai involto con la mente nella stessa caligine. Superai finalmente la difficultá, quando, nello studiare le maravigliose Spirali d'Archimede, incontrai nel bel principio del libro una dimostrazione simile alla predetta del nostro Autore. Quell'occasione mi fece andar pensando, se per fortuna ci fosse altra strada piú agevole, per la quale si potesse arrivare al medesimo fine ed acquistare per me, ed anco per altri, qualche precisa cognizione nella materia delle proporzioni: però applicai allora l'animo con qualche attenzione a questo proposito, ed esporrò adesso quanto fu da me speculato in quell'opportunitá, sottoponendo ogni mio progresso al purgatissimo giudizio delle SS. VV.

Suppongasi primieramente (come le suppose anco Euclide, mentre le difiní) che le grandezze proporzionali si trovino: cioè, che date in qualunque modo tre grandezze, quella proporzione, o quel rispetto o quella relazione di quantitá, che á la prima verso la seconda, la stessa possa averla una terza verso una quarta. Dico poi, che per dare una difinizione delle suddette grandezze proporzionali la quale produca nell'animo del lettore qualche concetto aggiustato alla natura di esse grandezze proporzionali, dovremmo prendere una delle loro passioni, ma però la piú facile di tutte e quella per appunto che si stimi la piú intelligibile anco dal volgo non introdotto nelle matematiche. Cosí fece Euclide stesso in molt'altri

luoghi. Sovvengavi che egli non disse, il cerchio essere una figura piana, dentro la quale segandosi due linee rette, il rettangolo sotto le parti dell'una sia sempre uguale al rettangolo sotto le parti dell'altra; ovvero, dentro la quale tutti i quadrilateri abbiano gli angoli opposti uguali a due retti. Quand'anche cosí avesse detto, sarebbero state buone difinizioni: ma mentre egli sapeva un'altra passione del cerchio, piú intelligibile della precedente e piú facile da formarsene concetto, chi non s'accorge che egli fece assai meglio a mettere avanti quella piú chiara e piú evidente come difinizione, per cavar poi da essa quell'altre piú recondite e dimostrarle come conclusioni?

SAGR. Per certo che cosí è: ed io credo che rari saranno gl'ingegni i quali totalmente s'acquetino a questa difinizione, se io con Euclide dirò cosí:

Allora quattro grandezze sono proporzionali, quando gli ugualmente multiplici della prima e della terza, presi secondo qualunque multiplicitá, si accorderanno sempre nel superare, mancare o pareggiare gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta.

E chi è quello d'ingegno tanto felice, il quale abbia certezza che allora quando le quattro grandezze sono proporzionali, gli ugualmente multiplici s'accordino sempre? ovvero chi sa che quegli ugualmente multiplici non s'accordino sempre anco quando le grandezze non sieno proporzionali? Giá Euclide nelle precedenti difinizioni aveva detto, la proporzione tra due grandezze essere un tal rispetto o relazione tra di loro, per quanto si appartiene alla quantitá. Ora, avendo il lettore concepito giá nell'intelletto che cosa sia la proporzione fra due grandezze, sará difficil cosa che egli possa intendere che quel rispetto o relazione che è fra la prima e la seconda grandezza, allora sia simile al rispetto o relazione che si trova fra la terza e la quarta grandezza, quando quegli ugualmente multiplici della prima e della terza s'accordan sempre

nella maniera predetta con gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta, nell'esser sempre maggiori, o minori, o uguali.

SAL. Comunque ciò sia, parmi questo d'Euclide piú tosto un teorema da dimostrarsi, che una difinizione da premettersi. Però, avend'io 'ncontrato tanti ingegni i quali ànno arrenato in questo luogo, mi sforzerò di secondare con la difinizione delle proporzioni il concetto universale degli uomini anche ineruditi nella geometria, e procederò in questo modo.

Allora noi diremo quattro grandezze esser fra loro proporzionali, cioè aver la prima alla seconda la stessa proporzione che á la terza alla quarta, quando la prima sará eguale alla seconda e la terza ancora sará eguale alla quarta; ovvero quando la prima sará tante volte multiplice della seconda, quante volte precisamente la terza è multiplice della quarta. Troverá dubbio alcuno il Sig. Simplicio nell'intender questo?

SIMPL. Certo che no.

SAL. Ma perché non sempre accaderá che fra le quattro grandezze si trovi per appunto la predetta egualitá ovvero multiplicitá precisa, procederemo piú oltre, e domanderò al Sig. Simplicio: Intendete voi che le quattro grandezze allora sieno proporzionali, quando la prima contenga, per esempio, tre volte e mezzo la seconda, ed anco la terza contenga tre volte e mezzo la quarta?

SIMPL. Intendo benissimo fin qui, ed ammetto che le quattro grandezze sieno proporzionali non solo nel caso esemplificato da V. S., ma ancora secondo qualsivoglia altra denominazione di multiplicitá, o superparziente, o superparticolare.

SAL. Per raccoglier dunque ora in breve e con maggiore universalitá tutto quello che si è detto ed esemplificato fin qui, diremo che:

Allora noi intendiamo quattro grandezze esser proporzionali fra loro, quando l'eccesso della prima sopra la seconda (qualunque egli sia) sará simile all'eccesso della terza sopra la quarta.

SIMPL. Fin qui io non avrei difficultá: ma mi pare che V. S. in questa maniera non apporti la difinizione delle grandezze proporzionali se non quando le antecedenti saranno maggiori delle loro conseguenti, poiché ella suppone che la prima ecceda la seconda e che anco la terza ecceda similmente la quarta. Ma ora interrogo io: come dovrò governarmi quando le antecedenti sieno minori delle loro conseguenti?

SAL. Rispondo, che quando V. S. avrá le quattro grandezze in tal modo che la prima sia minor della seconda e la terza minor della quarta, allora sará la seconda maggior della prima e la quarta maggior della terza: però V. S. le consideri con quest'ordine inverso, e s'immagini che la seconda sia prima e la quarta sia terza. Cosí avrá le antecedenti maggiori delle conseguenti, e non avrá bisogno di cercare allora difinizione diversa dalla giá apportata da noi.

SAGR. Cosí è per appunto. Ma séguiti V. S. per grazia col presupposto giá fatto, di considerare sempre le antecedenti maggiori delle loro conseguenti, il che mi pare che faciliti assai a lei il discorso ed a noi l'intelligenza.

SAL. Stabilita questa per difinizione, soggiugnerò anco in qual altro modo s'intendano quattro grandezze esser fra loro proporzionali; ed è questo. Quando la prima per avere alla seconda la medesima proporzione che la terza alla quarta non è punto né maggiore né minore di quello che ella dovrebbe essere, allora s'intende aver la prima alla seconda la medesima proporzione che á la terza alla quarta. Con questa occasione difinirei ancora la proporzione maggiore, e direi cosí:

Ma quando la prima grandezza sará alquanto piú grande di quel che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta, allora voglio che convenghiamo di dire che la prima abbia maggior proporzione alla seconda, di quella che à la terza alla quarta.

SIMPL. Bene: ma quando la prima fosse minore di quel che ella dovrebbe esser per avere alla seconda quella medesima proporzione che á la terza alla quarta?

SAL. Mentre la prima sia minor di quel che si ricercherebbe per aver alla seconda quella medesima proporzione che á la terza alla quarta, sará segno evidente che la terza è maggior del giusto per aver alla quarta quella tal proporzione che á la prima alla seconda: però in questo caso ancora V. S. si contenti di concepir l'ordine in altro modo, e s'immagini che quelle grandezze che erano terza e quarta diventino prima e seconda, e quell'altre che erano prima e seconda V. S. le riponga ne' luoghi della terza e della quarta.

SAGR. Fin ora intendo benissimo il concetto di V. S. e l'introduzione con la quale ella dá principio alla speculazione delle proporzionali. Parmi ora che ella si sia messa in obbligo di adempire una delle due cose: cioè, o di dimostrare con questi suoi principî tutto il quinto d'Euclide, ovvero di dedurre da queste due difinizioni, poste da V. S., quell'altre due che Euclide mette per quinta e per settima fra le difinizioni, sopra le quali poi egli fonda tutta la macchina del medesimo quinto libro. Se V. S. dimostrerá queste come conclusioni, non mi resterá piú che desiderare intorno a questa materia.

SAL. Questa per appunto è l'intenzion mia: poiché quando si comprenda con evidenza, che date quattro grandezze proporzionali conforme alla medesima difinizione, gli ugualmente multiplici della prima e della terza s'accordano eternamente per necessitá in pareggiare o

mancare o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda e quarta, allora senz'altra scorta si può entrare nel quinto libro d'Euclide e si possono 'ntender con evidenza i teoremi delle grandezze proporzionali. Cosí ancora, se con la posta difinizione della proporzion maggiore dimostrerò che in qualche caso, presi gli ugualmente multiplici della prima e della terza ed anco della seconda e della quarta, quel della prima ecceda quel della seconda, ma quel della terza non ecceda quel della quarta, si potrá con questa dimostrazione scorrere gli altri teoremi delle grandezze sproporzionali, poiché questa nostra conclusione sará per appunto la difinizione della quale, come per principio, si serve Euclide stesso.

SIMP. Quando io restassi persuaso di queste due passioni degli ugualmente multiplici, cioè che, mentre le quattro grandezze son proporzionali, quegli eternamente s'accordano nel pareggiare o eccedere o mancare, e che, quando le quattro grandezze non son proporzionali, quegli in qualche caso discordano, io per me non richiederei altra luce per intender con chiarezza tutto 'l quinto degli Elementi geometrici.

SAL. Ora ditemi, Sig. Simplicio: se noi supporremo che le quattro grandezze A, B, C, D, sieno proporzionali, cioè che la prima A alla seconda B abbia la stessa proporzione che la terza C á verso la quarta B, intendete voi che anco due delle prime verso la seconda avranno la medesima proporzione che due delle terze verso la quarta?

A. B. C. D.

SIMPL. Io l'intendo assai bene: imperciocché mentre una prima alla seconda á la medesima proporzione che una terza alla quarta, non saprei immaginarmi per qual ragione due delle prime alla seconda debbano aver proporzion diversa da quella che ánno due delle terze alla quarta.

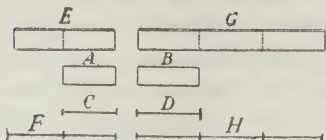
SAL. Adunque, mentre V. S. intende questo, intenderá ancora che quattro, o dieci, o cento, delle prime ad una seconda avranno la stessa proporzione che ánno quattro, o dieci, o cento, delle terze ad una quarta.

SIMPL. Certo che sí; e purché i numeri delle multiplicitá sieno uguali, facilmente apprendo che la prima, presa due volte o dieci o cento, avrá la stessa proporzione verso la seconda, che á la terza, presa anch'essa due volte o dieci o cento, verso la quarta. Sarebbe ben difficile persuadermi il contrario.

SAL. Non è dunque ardua cosa il capire che il multiplice della prima abbia la stessa proporzione alla seconda, che á l'ugualmente multiplice della terza alla quarta, cioè che la prima, multiplicata quante volte ci pare, abbia alla seconda quella proporzione stessa che á la terza, multiplicata altrettante volte, verso la quarta. Ora tutto quello che io ó esemplificato fin qui con multiplicare le grandezze antecedenti, ma non giá le conseguenti, immaginatevi che sia detto anco intorno al multiplicare le conseguenti solamente, senza punto alterare l'antecedenti, e ditemi: credete voi che date quattro grandezze proporzionali, la prima a due delle seconde abbia proporzion diversa da quella che á la terza a due delle quarte?

SIMPL. Credo assolutamente di no; anzi quando una prima abbia ad una seconda la medesima proporzione che una terza á verso la quarta, intendo assai bene che quella stessa prima a due, o quattro, o dieci, delle seconde, avrá quella medesima proporzione che á la stessa terza verso due, o quattro, o dieci, delle quarte.

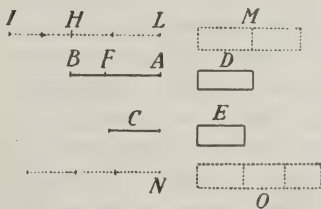
SAL. Ammettendo dunque voi questo, confessate di restar appagato e d'intender con facilitá, che date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, e multiplicate egualmente la prima e la terza, quella proporzione che á il multiplice E della prima A alla seconda B, la stessa an-

cora abbia precisamente l'ugualmente multiplice F della terza C alla quarta D. Immaginatevi dunque che queste sieno le nostre quattro grandezze proporzionali, E, B, F, D, cioè il multiplice E della prima sia prima, la seconda stessa B sia seconda, il multiplice poi F della terza sia terza, e la quarta D sia quarta. V. S. mi á anco detto di capire, che multiplicandosi egualmente le conseguenti B, D, cioè la seconda e la quarta, senza alterar punto le antecedenti, la medesima proporzione avrá la prima al multiplicato della seconda, che la terza al multiplicato della quarta. Ma queste quattro grandezze saranno per appunto E, F, ugualmente multiplici della prima e della terza, e G, H, egualmente multiplici della seconda e della quarta.

SAGR. Confesso che di ciò resto interamente appagato; ed ora intendo benissimo la necessitá per la quale gli ugualmente multiplici delle quattro grandezze proporzionali eternamente s'accordano nell'essere o maggiori o minori o eguali, etc. Poiché, mentre presi gli ugualmente multiplici della prima e della terza e gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta, V. S. mi dimostra che il multiplice della prima al multiplice della seconda á la medesima proporzione che il multiplice della terza á verso il multiplice della quarta, scorgo manifestamente che quando il multiplice della prima sia maggiore del multiplice della seconda, allora il multiplice della terza dovrá necessariamente (per servar la proporzione) esser maggiore del multiplice della quarta; quando poi sia minore, ovvero uguale, anche il multiplice della terza dovrá esser minore, ovvero uguale, al multiplice della quarta.

SIMPL. Io ancora non sento in ciò repugnanza veruna. Resto bene con desiderio d'intendere, come (supposte le

quattro grandezze sproporzionali) sia vero che gli ugualmente multiplici non servino sempre quella concordanza, nell'esser maggiori o minori o uguali.

SAL. Io in questo ancora proccurerò che V. S. abbia compiuta soddisfazione.

Pongansi le quattro grandezze date A B, C, D, E, e sia la prima A B alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere per avere alla seconda C quella medesima proporzione che á la terza D alla quarta E: mostrerò, che presi in certa particolar maniera gli ugualmente multiplici della prima e della terza, e presi altri ugualmente multiplici della seconda e quarta, quello della prima si troverá maggiore di quello della seconda, ma quello della terza non sará altrimenti maggiore di quello della quarta, anzi lo dimostrerò esser minore.

Intendasi dunque esser levato dalla prima grandezza A B quell'eccesso il quale la faceva maggiore di quanto ella dovrebbe essere acciò fosse precisamente proporzionale, e sia tale eccesso l'F B: resteranno ora dunque le quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente A F alla C avrá la medesima proporzione che á la D alla E.

Multiplichisi F B tante volte, ch'ella sia maggior della C, e sia questo multiplice il segnato H I; prendasi poi H L altrettante volte multiplice della A F, e la M della D, quante volte per appunto l'H I sará stata presa multiplice della F B. Stante questo, non è dubbio alcuno che tante volte sará multiplice la composta L I della composta A B, quante volte l'H I della F B, ovvero la M della D, è multiplice.

Prendasi ora la N multiplice della C con tal legge, che la stessa N sia prossimamente maggiore della L H;

ed in ultimo, quanto sará multiplice la N della C, altrettanto pongasi la O multiplice della E.

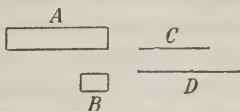
Ora, essendo la multiplice N prossimamente maggiore della L H, se noi dalla N intenderemo esser levata una delle grandezze sue componenti (che sará eguale alla C), resterá il residuo non maggiore della L H. Se dunque alla stessa N renderemo la grandezza eguale alla C (che intendemmo esser levata), ed alla L H, che è non minore di detto residuo, aggiugneremo la H I, che pure è maggiore dell'aggiunta alla N, sará tutta la L I maggior della N.

Ecco dunque un caso nel quale il multiplice della prima supera il multiplice della seconda. Ma essendo le quattro grandezze A F, C, D, E fatte proporzionali da noi, ed essendosi presi gli ugualmente multiplici L H ed M della prima e della terza ed N ed O della seconda e della quarta, saranno essi (per le cose giá stabilite di sopra) sempre concordi nell'esser maggiori o minori o uguali; però, essendo il multiplice L H della prima grandezza, minore del multiplice N della seconda, per la nostra construzione sará anco il multiplice M della terza, minore necessariamente del multiplice O della quarta.

Si è per tanto provato, che mentre la prima grandezza sará alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la stessa proporzione che á la terza alla quarta, allora sará possibile di prendere in qualche modo gli ugualmente multiplici della prima e della terza ed altri ugualmente multiplici della seconda e della quarta, e dimostrare che il multiplice della prima eccede il multiplice della seconda, ma il multiplice della terza non eccede quel della quarta.

SAGR. Molto bene ó inteso quanto V. S. á dimostrato fin qui. Resta ora che ella da queste dimostrate premesse deduca come necessarie conclusioni le due controverse difinizioni d'Euclide; il che spero gli sará facile, avendo di giá dimostrati due teoremi conversi di quelle.

SAL. Facili per appunto riusciranno; e per dimostrare la 5ª difinizione io procederò cosí.

Se delle quattro grandezze A, B, C, D, gli ugualmente multiplici della prima e terza, presi secondo qualunque multiplicitá, sempre si accorderanno nel pareggiare o mancare ovvero eccedere gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta respettivamente, io dico che le quattro grandezze son fra di loro proporzionali.

Imperciocché sieno (se è possibile) non proporzionali: adunque una delle antecedenti sará maggior di quello che ella dovrebbe essere per avere alla sua conseguente la stessa proporzione che á l'altra antecedente alla sua conseguente. Sia, per esempio, la segnata A; adunque, per le cose giá dimostrate, pigliandosi gli ugualmente multiplici della A e della C in una tal maniera, e pigliandosi gli ugualmente multiplici delle B, D, nel modo che si è insegnato si mostrerá la multiplice di A maggior della multiplice di B: ma la multiplice di C non sará altrimenti maggiore, ma minore, della multiplice di D: che è contro al supposto fatto da noi.

Per dimostrar la settima difinizione dirò cosí. Sieno le quattro grandezze A, B, C, D, e suppongasi che presi in qualche particolar maniera gli ugualmente multiplici delle due antecedenti, prima e terza, e gli ugualmente multiplici delle due conseguenti, seconda e quarta, suppongasi, dico, che si trovi un caso, nel quale il multiplice di A sia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non sia maggior del multiplice di D: io dico che la A alla B avrá maggior proporzione che la C alla D, cioè che la A sará alquanto maggiore di quel ch'ella dovrebbe essere per avere alla B la stessa proporzione che á la C alla D.

Se è possibile, non sia A maggior del giusto: sará

dunque precisamente proporzionale, ovvero minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo, se ella fosse precisamente aggiustata e proporzionale, sarebbero, per le cose giá provate, gli ugualmente multiplici della prima e della terza, presi in qualunque modo, sempre concordi nel pareggiare o mancare o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta: il che è contro alla supposizione. Se poi la prima fosse minor del giusto per esser proporzionale, questo è segno che la terza sarebbe maggiore del suo dovere per avere alla quarta quella proporzione che á la prima alla seconda. Allora io direi che si levasse dalla terza quell'eccesso che la fa esser maggior del giusto, e però la rimanente resterebbe poi per appunto proporzionale. Ora, considerando quei multiplici particolari supposti da principio, è manifesto che essendo il multiplice della prima maggior del multiplice della seconda, anco il multiplice della terza, cioè di quella rimanente, sará maggior del multiplice della quarta; adunque, se in cambio di pigliar il multiplice di quella rimanente ripiglieremo l'egualmente multiplice di tutta la terza intera, questo sará maggior che non era il multiplice di quella rimanente, e però sará questo stesso molto maggiore di quel della quarta: il che è contro la supposizione.

SAGR. Resto soddisfattissimo di questa dilucidazione fattami da V. S. in materia nella quale io n'avevo giá lungo tempo bisogno; né saprei esprimere quale in me sia maggiore, o il gusto di questa cognizione nuovamente acquistata, o il rammarico di non averla io proccurata col chiederla a V. S. fin dal principio de' nostri primi abboccamenti, tanto piú avendo io inteso che ella la conferiva a diversi amici, a' quali per la vicinanza era lecito di frequentar la sua villa. Ma seguitiamo, di grazia, i discorsi, quando però il Sig. Simplicio non abbia che replicare intorno alla materia fin qui considerata.

SIMPL. Io non saprei che soggiugnere, anzi resto interamente appagato del discorso, e capace delle dimostrazioni sentite.

SAL. Posti questi fondamenti, si potrebbe compendiare in parte e riordinare tutto il quinto d'Euclide, ma ciò sarebbe una digressione troppo lunga e troppo lontana dal nostro principale intento; oltre che io so che le SS. VV. averanno veduto di simili compendî stampati da altri autori.

Ora, essendosi considerate fin qui, a riquisizione delle SS. VV., le difinizioni quinta e settima del quinto libro, spero che esse concederanno volentieri a me il poter proporre adesso un'antica mia osservazione sovvenutami sopra un'altra difinizione d'Euclide medesimo. Il soggetto non sará diverso dall'incominciato e non parrá alieno dal nostro proposito, essendo intorno alla proporzion composta, la quale vien maneggiata spesse volte dal nostro autore ne' suoi libri.

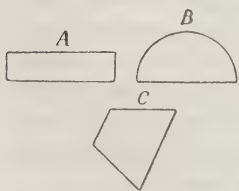
Trovasi fra le difinizioni del sesto libro d'Euclide la quinta della proporzion composta, la quale dice in questo modo: Allora una proporzione si dice comporsi di piú proporzioni, quando le quantitá di dette proporzioni multiplicate insieme avranno prodotto qualche proporzione.

Osservo poi che né il medesimo Euclide, né alcun altro autore antico, si serve della stessa difinizione nel modo nel quale ell'è stata posta nel libro; onde ne seguono due inconvenienti, cioè al lettore difficultá d'intelligenza, ed allo scrittore nota di superfluitá.

SAGR. Questo è verissimo; ma non mi par probabile che la suprema accuratezza d'Euclide abbia fra' suoi libri posta questa difinizione inconsideratamente ed in vano. Però non sarei affatto fuor di sospetto che ella vi fosse stata aggiunta da altri, o almeno alterata di tal sorte, che ella oggidí non si riconosca piú, mentre dagli autori si pone in opera nel dimostrare i teoremi.

SIMPL. Che gli altri autori non se ne servano, io lo crederò alle SS. VV., non avendovi fatto molto studio: mi dispiacerebbe bene se da Euclide stesso, il quale viene stimato da voi altri per tanto puntuale nelle sue scritture, fosse stata posta indarno. Ma qui bisogna poi ch'io confessi come l'intelletto mio, il quale non si è mai piú che mediocremente inoltrato nella matematica, á incontrato difficultá intorno a questa difinizione, forse non minore che nelle giá spianate dal Sig. Salviati. Mi aiutai un tempo fa con legger lunghissimi comenti scritti sopra queste materie, ma, per dire il vero, non conobbi giammai che mi si sgombrassero quelle tenebre che mi tenevano offuscato l'intelletto. Però, se V. S. avesse qualche particolar considerazione che mi facilitasse questo ancora, l'assicuro che mi farebbe un favore molto segnalato.

SAL. Forse ella si presuppone che questa sia materia di profonde speculazioni, e pure troverá che non consiste in altro che in un semplicissimo avvertimento.

S'immagini V. S. le due grandezze A, B dello stesso genere; avrá la grandezza A alla B una tal proporzione; e dopo concepisca esser posta fra di loro un'altra grandezza C, pur dello stesso genere: si dice che quella tal proporzione che á la grandezza A alla B viene ad esser composta delle due proporzioni intermedie, cioè di quella che á la A alla C e di quella che á la C alla B. Questo è per appunto il senso secondo 'l quale Euclide si serve della predetta difinizione.

SIMPL. È vero che Euclide intende in questo modo la proporzione composta, ma però non intend'io come la grandezza A alla B abbia proporzion composta delle due proporzioni, cioè della A alla C e della C alla B.

SAL. Ora ditemi, Sig. Simplicio: intendete voi che la A alla B abbia qualche proporzione, qualunque ella sia?

SIMPL. Essendo esse del medesimo genere, Signor sí.

SAL. E che quella proporzione sia immutabile, e non possa mai essere altra o diversa da quella che ell'è?

SIMPL. Intendo questo ancora.

SAL. Vi soggiungo ora io, che nello stesso modo per appunto l'A alla C á una proporzione immutabile, e cosí anco la C alla B. La proporzione poi, che è fra le due estreme A e B, si chiama esser composta delle due proporzioni che mediano fra esse estreme, cioè di quella che á la A alla C e di quella che á la C alla B.

Aggiungo di piú, che se V. S. fra queste grandezze A *e* B *s'immaginerá che sia frapposta non una grandezza sola, ma piú d'una, come ella vede in questi segni* A, C, D, B, *s'intenderá pure, la proporzione della* A *alla* B *esser composta di tutte le proporzioni le quali sono intermedie fra di esse, cioè delle proporzioni che ánno la* A *alla* C, *la* C *alla* D *e la* D *alla* B; *e cosí se piú fussero le grandezze, sempre la prima all'ultima á proporzion composta di tutte quelle proporzioni le quali mediano fra di esse.*

A. C. D. B.

Avvertisco ora in quest'occasione, che quando le proporzioni componenti sieno uguali fra di loro, o per dir meglio sieno le stesse, allora la prima all'ultima avrá, come di sopra aviamo detto, una tal proporzione composta di tutte le proporzioni intermedie; ma perché quelle proporzioni intermedie sono tutte uguali, potremo esprimere il medesimo nostro senso con dire, che la proporzione della prima all'ultima á una proporzione tanto multiplice della proporzione che á la prima alla seconda, quante per appunto saranno la proporzioni che si frappongono fra la prima e l'ultima. Come, per esempio, se fossero tre termini, e che la medesima proporzione fosse fra la prima e la seconda che è fra la seconda e la terza, allora sarebbe

vero che la prima alla terza avrebbe proporzion composta delle due proporzioni le quali sono fra la prima e la seconda e fra la seconda e la terza; ma perché queste due proporzioni si suppongono uguali, cioè le stesse, potrá dirsi che la proporzione della prima alla terza è duplicata della proporzione che á la prima alla seconda. Cosí, quando le grandezze fossero quattro, si potrebbe dire che la proporzione della prima alla quarta è composta di quelle tre proporzioni intermedie, ed ancora che è triplicata della proporzione della prima alla seconda, venendo composta tal proporzione, che á la prima alla quarta, della proporzione della prima alla seconda tre volte presa, etc.

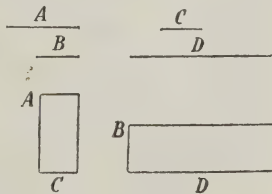
Ma qui finalmente non vanno contemplazioni né dimostrazioni, imperciocché è una semplice imposizione di nome. Quando a V. S. non piacesse il vocabolo di *composta*, chiamiamola incomposta, o impastata, o confusa, o in qualunque modo piú aggrada a V. S.; solo accordiamoci in questo, che quando poi avremo tre grandezze dello stesso genere, ed io nominerò la proporzione incomposta, o impastata, o confusa, vorrò intendere la proporzione che ánno l'estreme di quelle grandezze, e non altro.

SAGR. Tutto questo intendo benissimo; anzi ó piú d'una volta osservato l'artifizio d'Euclide nella proposizione dove ei dimostra che i paralellogrammi equiangoli ánno la proporzione composta delle proporzioni de' lati. Egli si trova in quel caso aver le due proporzioni componenti in quattro termini, che sono i quattro lati de' paralellogrammi: però comanda che quelle due proporzioni si mettano in tre termini solamente, sicché una di quelle proporzioni sia fra 'l primo termine e 'l secondo, l'altra sia fra 'l secondo e 'l terzo; nella dimostrazione poi non fa altro se non che e' dimostra che l'un paralellogrammo all'altro è come 'l primo termine al terzo, cioè á la proporzione composta di due proporzioni, di quella

che á il primo termine al secondo e dell'altra che á il secondo al terzo, le quali sono quelle due proporzioni che prima egli aveva disgiunte ne' quattro lati de' paralellogrammi.

SAL. V. S. discorre benissimo. Ora intesa e stabilita la difinizione della proporzione composta in questo modo (la quale non consiste in altro fuori che nell'accordarsi che sorta di roba noi intendiamo sotto quel nome), si può dimostrare la proposizion ventitrè del sesto libro d'Euclide come la dimostra egli stesso, perché quivi ei non suppone la difinizione nel modo nel quale ell'è divulgata, ma ben sí nel modo detto sopra da noi. Dopo la nominata proposizion 23 io soggiugnerei, come corollario di essa, la divulgata difinizione quinta del sesto libro della proporzion composta, tramutandola però in un teorema.

Ponghansi due proporzioni, una delle quali sia ne' termini A, B, l'altra ne' termini C, D. Dice la difinizione vulgata, che la proporzione composta di queste due proporzioni si avrá se noi multiplicheremo fra di loro le quantitá di esse proporzioni. Io concorro col Sig. Simplicio nel credere che questa sia una proposta difficile da capirsi e bisognosa di prova; però con poca fatica noi la dimostreremo cosí.

Se li quattro termini delle due proporzioni non fossero in linee, ma in altre grandezze, immaginiamoci che e' sieno posti in linee rette. Facciasi poi delle due antecedenti A, C un rettangolo, siccome delle due conseguenti B, D un altro rettangolo: è chiaro, per la 23 del sesto d'Euclide, che il rettangolo fatto dalle A, C, al rettangolo dalle B, D, avrá quella proporzione che è composta delle due proporzioni A verso B e C verso D, le quali son quelle due che ponemmo da

principio a fine di ritrovare qual fosse la proporzione che risultava dalla composizione di esse. Essendo dunque la proporzione composta delle proporzioni A verso B e C verso D quella che á il rettangolo A C al rettangolo B D, per la suddetta proposizion 23 del sesto, io domando al Sig. Simplicio come abbiamo noi fatto per ritrovare questi due termini, ne' quali consiste la proporzione che si cercava da noi?

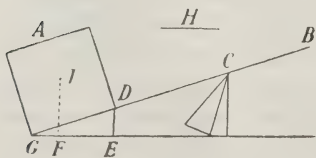
SIMPL. Io non credo che si sia fatt'altro, se non formar due rettangoli con quelle quattro linee poste da principio; uno, cioè, con le antecedenti A, C, e l'altro con le conseguenti B, D.

SAL. Ma la formazione de' rettangoli nelle linee della geometria corrisponde per appunto alla multiplicazione de' numeri nell'arimmetica, come sa ogni matematico anche principiante; e le cose che noi abbiamo multiplicate sono state le linee A, C e le linee B, D, cioè i termini omologhi delle poste proporzioni. Ecco dunque come, multiplicando insieme le quantitá o le valute delle date proporzioni semplici, si produce la quantitá o la valuta della proporzione la quale poi si chiama composta di quelle.

FRAMMENTI
ATTENENTI
AI DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE
INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE.

Essendo per varii emergenti, ed in particolare per la morte dell'Imperatore, tagliato il disegno d'intitolare la mia opera a Sua Maestá, ho fatto pensiero che l'Illustrissimo Sig. Conte di Novailles, tanto mio antico e benigno padrone, occorrendo, dica che, nel passar da queste parti e nell'abboccamento che ebbe meco, io gli consegnassi queste opere, perché le tenesse appresso di sé e ne lasciasse copia in qualche libreria famosa, acciò non se ne perdesse del tutto la memoria. Mi figuro poi che, in qualche modo a me incognito, ne sia pervenuta copia in mano a gli Elzevirii, i quali l'abbino stampata spontaneamente, ma, come cosa mia, mi chiegghino adesso la dedicatoria e l'intitolazione. Alla qual richiesta io risponderei, significandoli come mi è giunto nuovo ed inaspettato il sentire che, senza alcuna mia saputa, sieno stampate opere mie; ed insieme risolverei di far comparir un'altra lettera, scritta da me al Sig. Conte di Noailles, molto dubbia circa il rallegrarmi o contristarmi che, senza esserne io consapevole, queste mie opere eschino alla stampa, avendo qualche giusta cagione di temere che i miei vigilantissimi nimici siano per procurarmene qualche disgusto, e che però, sendo questo proceduto da troppo affetto del Sig. Conte verso di me, che a lui si conveniva il comportarne le pene: sí che il desiderio mio era che l'opera fusse dedicata alla sua protezzione.

Se sia un solido sopra l'orizonte e questo si deva alzare, è cosa chiara, che se piglieremo una lieva che abbia il suo sostegno, ch'a volerlo equilibrare, bisognerá, volendo prima sollevarlo, mettere dall'altra parte della lieva potenza tale, che abbia al peso assoluto di detto solido la medesima proporzione che hanno tra loro le parti di detta lieva, ma contrariamente prese. Ma se ci contenteremo d'alzarne una parte, e che il rimanente si posi in terra, in questo caso, mentre si comincia ad alzarne una parte, sempre va scemando il peso sopra la lieva e va crescendo in terra: però si dimostrerá che detto peso alla potenza che deve equilibrarlo, in qualsivoglia sito che sará detto solido, abbi proporzione composta di quella che hanno tra di loro le parti della lieva, cioè quella ch'è dal fulcimento verso la potenza a quella ch'è dal fulcimento verso il solido, e di quella ch'ha la linea parallela all'orizonte, compresa tra la perpendicolare che casca dove tocca la lieva nel solido e dove tocca il solido in terra, a quella ch'è compresa tra la perpendicolare che casca a detta linea dal centro della gravitá di detto solido e dove tocca detto solido la detta linea orizontale.

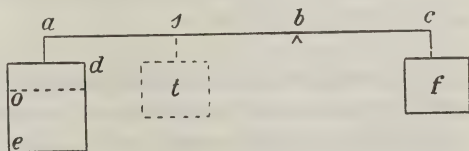
Sia il solido A, il quale sia equilibrato dalla lieva B D sostenuta nel punto C, e che posi in terra nel punto G: dico che il peso assoluto di detto solido, in qualsivogli sito, ha alla potenza posta in B una proporzione composta di quella che ha la B C alla C D e di quella di E G alla G F. Facciasi come la E G alla G F, cosí C D ad un'altra, che sia H; e tirisi I F dal centro

della gravitá del solido, perpendicolare alla G E orizontale. Perché dunque la potenza che sostiene il solido A nel punto D alla potenza che sostiene il medesimo nel

punto G ha la proporzione che ha la linea G I alla I D, sendo detto solido sostenuto nelli due punti D, G, sará, componendo tutte a due le potenze, cioè il peso assoluto del solido A, ch'è l'istesso, alla potenza D come E G alla G F, cioè come C D alla H: ma la potenza di D a quella di B è come B C alla C D: adunque, *ex æquali* in proporzion perturbata, il peso A alla potenza B ha la proporzione di B C alla H, che è composta di quella che ha la B C alla C D e di quella di C D alla H, cioè E G alla G F: che è quello etc.

Per voler poi trovare la quantitá, multiplichisi insieme le dua antecedenti, cioè la B C per la E G e la C D per la G F; e cosí sará nota che potenza ci bisogni in qualsivoglia sito.

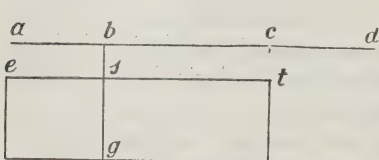
Ponderum in libra suspensorum momenta habent rationem compositam ex ratione ipsorum ponderum et ex ratione distantiarum.

Pendeant pondera *d e*, *f* ex distantiis *a b*, *b c*: dico, momentum ponderis *d e* ad momentum ponderis *f* habere rationem compositam ex rationibus ponderis *d e* ad pondus *f* et distantiæ *a b* ad distantiam *b c*.

Ut enim *a b* ad *b c*, ita fiat pondus *f* ad pondus *d o*: cum ergo pondera *f* et *d o* habeant rationem distantiarum *a b*, *b c* permutatam, erit momentum ponderis *f* æquale momento ponderis *d e*. Cum igitur sint 3 pondera utcumque *ed*, *f* et *do*, erit ratio ponderis *e d* ad *d o* composita ex rationibus *ed* ad *f* et *f* ad *do*: ut autem pondus *e d* ad pondus *d o*, ita momentum *e d* ad momentum *d o*; pendent enim ex eodem puncto: igitur, cum momentum

do sit æquale momento f, ratio momenti ed ad momentum f erit composita ex rationibus ponderis ed ad pondus f et ponderis f ad pondus do. Factum est autem pondus f ad pondus do ut distantia ab ad distantiam bc: ergo patet, momentum ponderis ed ad momentum ponderis f habere rationem compositam ex rationibus ponderum ed, f et distantiarum ab, bc.

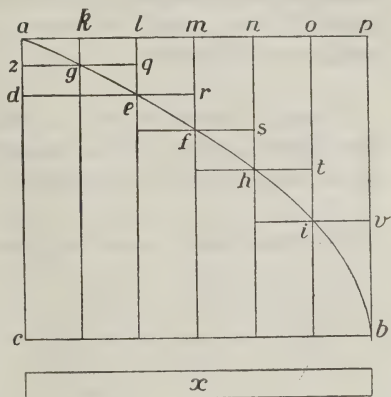
Quod si suspendatur ex puncto s, facta distantia bs æquali distantiæ bc, pondus t æquale ponderi f, erit eius momentum momento f æquale; et similiter ponderum ed et t momenta habebunt rationem compositam ex ponderibus ed, t et ex distantiis ab, bs.

Sit modo cylindrus egt, respondens libræ $abcd$, utcumque sectum in sg: dico, momentum totius cylindri pendentis ex c ad momentum partis eg pendentis ex b esse ut $\square\, dca$ ad $\square\, dba$.

Ex demonstratis enim, momentum ponderis egt ad momentum ponderis eg habet rationem compositam ex

pondere egt ad pondus eg et distantiæ cd ad distantiam db: pondus autem egt ad pondus eg est ut linea ac ad ab: ergo momentum ponderis egt ad momentum ponderis eg habet rationem compositam ex cd ad db et ex ca ad ab, quæ est $\square$[1] dca ad $\square\, dba$.

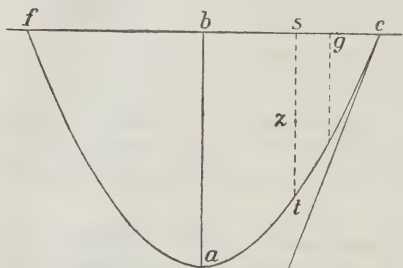
Sit parabola cba parallelogrammo cp inscripta: dico, parallelogrammum parabolæ esse sexquialterum; hoc est, esse triplum reliqui spacii apb extra parabolam.

Si enim non sit, aut erit maius aut minus. Sit, primo, maius: excessus autem quo spacium pc maius est quam triplum spacii apb, vocetur x; divisoque parallelogrammo continue in spacia æqualia per lineas ipsis ac, pb paral-

lelas, deveniemus ad spacia, quorum unum ipso *x* erit minus, quale sit *o b*, et per puncta ubi reliquæ parallelæ lineam parabolæ secant, ducantur æquidistantes ipsi *a p*, donec figura quædam spacio relicto extra parabolam circumscribatur, constans ex parallelogrammis *a g*, *k e*, *l f*, *m h*, *n i*, *o b*, quæ figura spacium *a p b* extra parabolam minori quantitate superabit quam sit *x*, cum superet idem quantitate adhuc minori parallelogrammo *o b*. Ergo idem parallelogrammum *c p* maius erit quam triplum dictæ figuræ circumscriptæ: quod est impossibile. Nam est

illa minus quam triplum: nam cum *d a* ad *a z* sit ut □ *d e* ad □ *z g*; ut autem *d a* ad *a z*, ita parallelogrammum *d k*, seu *k e*, ad parallelogrammum *k z*; ergo ut □ *z g* ad □ *d e*, idest □ *a k* ad □ *a l*, ita parallelogrammum *a g* ad parallelogrammum *k e*. Similiter ostendemus, reliqua parallelogramma *l f*, *m h*, *n i*, *o b* esse inter se ut □[a] linearum *a k*, *a l*, *a m*, *a n*, *a o*, *a p*, sese æqualiter excedentium et quarum excessus minimæ *a k* est æqualis. Cum itaque sint huiusmodi spacia ut □ linearum sese æqualiter excedentium, quarum excessus minimæ est æqualis; sintque alia, totidem numero, magnitudine vero unumquodque maximo *o b* æqualia, parallelogrammum nempe *c p* componentia; constat, hæc ad spacia sese æqualiter excedentium linearum minora esse quam tripla.

Dico præterea, non esse minus parallelogrammum *c p* quam triplum ad idem spacium *a p b*. Si enim quis dicat

esse minus, sit defectus *x*, et figura similiter inscribatur, constans ex parallelogrammis *k q*, *l r*, *m s*, *n t*, *o v*, quæ sunt ut □ª linearum sese æqualiter excedentium etc., quæ deficiat a dicto spacio minori quantitate quam sit *x*, cum deficiat per minorem quam sit *o b*, quæ erit adhuc maior quam 3ª pars parallelogrammi *c p*; quod pariter est falsum, cum sit minor.

Passi la catenella per i punti *f*, *c*, e, dato lo scopo *z*, tira tanto la catena, che passi per *z*, e troverai la distanza *s c* e l'angolo della elevazione etc. dimostrasi che sí come è impossibile tirar la catena in retto, cosí essere impossibile che 'l proietto vadia mai per dritto se non nella perpendicolare in su, come anco la catena a piombo si stende in retto.

Sí come la parabola del proietto è descritta da 2 moti, orizontale e perpendicolare, cosí la catenella risulta da 2 forze: orizontale, da chi la tira nell'estremitá, e perpendicolare *deorsum*, da proprio peso.

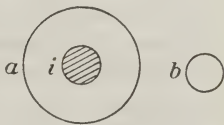
Il grave in *g* preme con manco forza che in *s*, secondo la proporzione del □ *f g c* al □ *f s c*.

Distantia, per quam mobile motu recto naturaliter movetur, *perpendiculus*, seu *perpendicularis linea*, dicatur.

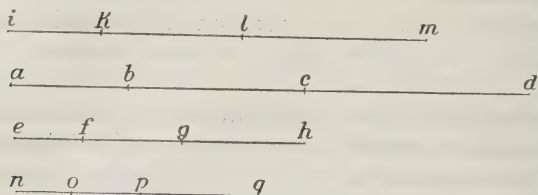
Horizontalis linea, seu *planum horizontale*, appello lineam rectam, seu planum, cui perpendiculus ad rectos angulos incidit.

Quæ vero cum linea horizontali inæquales angulos constituunt, *lineæ* seu *plana inclinata* dicantur.

Contempletur quod, quemadmodum gravia omnia super orizonte quiescunt, licet maxima vel minima, ita in lineis inclinatis eadem velocitate moventur, quemadmodum est in ipso quoque perpendiculo; quod bonum erit demonstrare, dicendo quod, si gravius velocius, sequeretur quod gravius tardius, iunctis gravibus inæqualibus, etc.

Movebuntur autem eadem celeritate non solum gravia inæqualia et homogenea, sed etiam eterogenea, ut lignum et plumbum. Cum enim antea ostensum fuerit, magna et parva homogenea æqualiter moveri, dicas: Sit *b* sphæra lignea et *a* plumbea, adeo magna, ut, cum in medio habeat cavitatem pro *b*, sit tamen gravior quam sphæra solida lignea ipsi *a* æqualis, ita ut per adversarium velocius moveatur quam *b*: ergo si in cavitate *i* ponatur *b*, tardius movebitur *a* quam cum erat levior; quod est absurdum.

Si fuerint quotlibet spacia, et alia illis multitudine paria, quæ bina sumpta eandem habeant rationem, et per ipsa duo moveantur mobilia, ita ut in binis quibusque spaciis sibi respondentibus lationes sint æquales et æquabiles, erunt ut omnia antecedentia spatia ad omnia consequentia, ita tempora lationum omnium antecedentium ad tempora lationum omnium consequentium spaciorum.

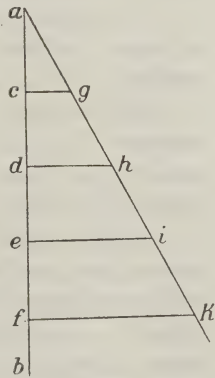
Sint ab, bc, cd spacia quotcumque, et alia multitudine æqualia ef, fg, gh; et sit ut ab ad ef, ita bc ad fg et cd ad gh: duo autem mobilia eodem motu et æquabili ferantur per duo spacia ab, ef, et tempora lationum sint ik, no: kl vero et op sint tempora lationum qua-

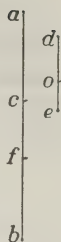
rumcumque aliarum æqualium et æquabilium per bc, fg; tempora vero lm, pq sint aliarum lationum æqualium inter se et æquabilium per cd, gh: dico, ut totum spacium ad ad totum spacium eh, ita esse tempus totum im ad tempus nq.

Cum enim motus per duo spacia ab, ef sint æquales et æquabiles, erit, ex præcedenti, ut spacium ab ad ef, ita tempus ik ad no; et similiter demonstrabitur, ut bc ad fg, ita kl ad op, et ut cd ad gh, ita lm ad pq: et quia est ut ab ad ef, ita bc ad fg et cd ad gh, erit ut ik ad no, ita kl ad op et lm ad pq. Cumque rursus sit ut ab ad ef, ita bc ad fg et cd ad gh, erit ut unum ab ad unum ef, ita omnia ad ad omnia eh; et similiter concludetur, ut unum ik ad unum no, ita esse omnia im ad omnia nq: est autem ut unum ab ad unum ef, ita ik ad no: ergo ut totum spacium ad ad totum spacium eh, ita tempus im ad tempus nq: quod erat ostendendum.

Io suppongo (e forse potrò dimostrarlo) che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocitá secondo che accresce la distanza dal termine

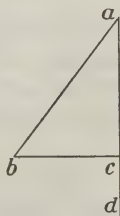
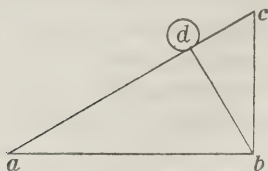
onde si partí: come, v. g., partendosi il grave dal punto *a* e cadendo per la linea *a b*, suppongo che il grado di velocitá nel punto *d* sia tanto maggiore che il grado di velocitá in *c*, quanto la distanza *d a* è maggiore della *c a*, e cosí il grado di velocitá in *e* esser al grado di velocitá in *d* come *e a* a *d a*, e cosí in ogni punto della linea *a b* trovarsi con gradi di velocitá proporzionali alle distanze de i medesimi punti dal termine *a*. Questo principio mi par molto naturale, e che risponda a tutte le esperienze che veggiamo negli strumenti e machine che operano percotendo, dove il percuziente fa tanto maggiore effetto, quanto da piú grande altezza casca: e supposto questo principio, dimostrerò il resto.

Faccia la linea *a k* qualunque angolo con la *a f*, e per li punti *c, d, e, f* siano tirate le parallele *c g, d h, e i, f k*: e perché le linee *f k, e i, d h, c g* sono tra di loro come le *f a, e a, d a, c a*, adunque le velocitá ne i punti *f, e, d, c* sono come le linee *f k, e i, d h, c g*. Vanno dunque continuatamente crescendo i gradi di velocitá in tutti i punti della linea *a f* secondo l'incremento delle parallele tirate da tutti i medesimi punti. In oltre, perché la velocitá con la quale il mobile è venuto da *a* in *d* è composta di tutti i gradi di velocitá auti in tutti i punti della linea *a d*, e la velocitá con che ha passata la linea *a c* è composta di tutti i gradi di velocitá che ha auti in tutti i punti della linea *a c*, adunque la velocitá con che ha passata la linea *a d*, alla velocitá con che ha passata la linea *a c*, ha quella proporzione che hanno tutte le linee parallele tirate da tutti i punti della linea *a d* sino alla *a h*, a tutte le pa-

rallele tirate da tutti i punti della linea *a c* sino alla *a g*; e questa proporzione è quella che ha il triangolo *a d h* al triangolo *a c g*, ciò è il □ *a d* al □ *a c*. Adunque la velocitá con che si è passata la linea *a d*, alla velocitá con che si è passata la linea *a c*, ha doppia proporzione di quella che ha *d a* a *c a*. E perché la velocitá alla velocitá ha contraria proporzione di quella che ha il tempo al tempo (imperò che il medesimo è crescere la velocitá che sciemare il tempo), adunque il tempo del moto in *a d* al tempo del moto in *a c* ha subduplicata proporzione di quella che ha la distanza *a d* alla distanza *a c*. Le distanze dunque dal principio del moto sono come i quadrati de i tempi, e, dividendo, gli spazii passati in tempi eguali sono come i numeri impari *ab unitate*: che risponde a quello che ho sempre detto e con esperienze osservato; e cosí tutti i veri si rispondono.

E se queste cose son vere, io dimostro che la velocitá nel moto violento va decrescendo con la medesima proporzione con la quale, nella medesima linea retta, cresce nel moto naturale. Imperò che sia il principio del moto violento il punto *b*, ed il fine il termine *a*. E perché il proietto non passa il termine *a*, adunque l'impeto che ha auto in *b* fu tanto, quanto poteva cacciarlo sino al termine *a*; e l'impeto che il medesimo proietto ha in *f* è tanto, quanto può cacciarlo al medesimo termine *a*; e sendo il medesimo proietto in *e, d, c*, si trova congiunto con impeti potenti a spingerlo al medesimo termine *a*, né piú né meno: adunque l'impeto va giustamente calando secondo che sciema la distanza del mobile dal termine *a*. Ma secondo la medesima proporzione delle distanze dal termine *a* va crescendo la velocitá quando il medesimo grave caderá dal punto *a*, come di sopra si è supposto e confrontato con le altre prime nostre osservazioni e dimostrazioni: adunque è manifesto quello che volevamo provare.

Dato tempore per *a b*, *d e*, quæritur tempus per *c b*. Si tempus per *a b* esset *a b*, tempus per *a c* esset *a f*, media inter *b a*, *a c*, et *f b* esset tempus per *c b*: sed tempus per *a b* non est *a b*, sed *d e*: fac igitur ut *a b* ad *f b*, ita *d e* ad *e o*, et erit *e o* tempus per *c b*. Igitur primum cape mediam inter *b a*, *a c*, nempe *a f*, et ut tota *a b* ad excessum *b f*, ita *d e* ad *e o*, et habebis *o e* tempus per *c b*.

Sit *a b* tempus per *a b*, et posita *c d* æquali eidem *a b*, quæratur tempus per *c d*. Sit *a e* media inter *c a*, *a b*, et *a f* media inter *d a*, *a b*: et quia *a b* est tempus per *a b*, erit *a e* tempus per *a c*: et quia *a f* est media inter *d a*, *a b*, erit *a f* tempus per totam *a d*: fuit autem *a e* tempus per *a c*: ergo *e f* est tempus per *c d*.

Sit *a b* 8
c d 8
b c 10
a c 18
a d 26
a e 12
a f 14 $^1/_2$
e f 1 $^1/_2$.

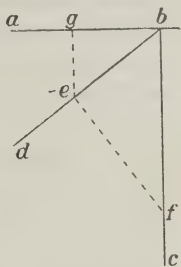
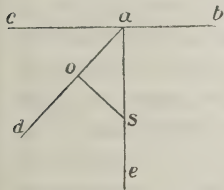
Mirandum. Numquid motus per perpendiculum *a d* velocior sit quam per inclinationem *a b*? Videtur esse; nam æqualia spacia citius conficiuntur per *a d* quam per *a b*: attamen videtur etiam non esse; nam, ducta orizontali *b c*, tempus per *a b* ad tempus per *a c* est ut *a b* ad *a c*; ergo eadem momenta velocitatis per *a b* et per *a c*: est enim una eademque velocitas illa quæ, temporibus inæqualibus, spacia transit inæqualia, eandem quam tempora rationem habentia.

Momenta gravitatis eiusdem mobilis super plano inclinato et in perpendiculo permutatim respondent longitudini et elevationi eiusdem plani.

Sit ad orizontem *a b* planum inclinatum *c a,* in quo sumatur quodcumque punctum *c,* et demissa perpendicularis ad orizontem *c b* sit plani *c a* altitudo seu elevatio: dico, momentum gravitatis mobilis *d* super plano *c a* ad totale suum momentum in perpendiculo *c b* esse ut altitudo *c b* ad eiusdem plani longitudinem *c a.* Id autem in mecanicis probatum est.

Momenta gravitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes habent inter se permutatim eandem rationem, quam eorumdem planorum longitudines, dum eidem elevationi respondeant.

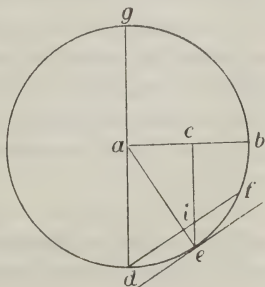
Sint diversæ planorum inclinationes *a b, a c,* quæ eidem elevationi *a d* respondeant: dico, momentum gravitatis eiusdem mobilis super *a b* ad momentum gravitatis super *a c* eandem habere rationem, quam longitudo *a c* habet ad longitudinem *a b.* Ex præcedenti, enim, momentum gravitatis super *ab* ad totale momentum in perpendiculo *a d* est ut *a d* ad *a b*: totale vero momentum per *a d* ad momentum per *a c* est ut *c a* ad *a d*: ergo, ex æquali in analogia perturbata, momentum per *a b* ad momentum per *a c* erit ut longitudo *c a* ad longitudinem *a b.* Quod erat demonstrandum.

Cum in planis inclinatis decrescat impetus mobilis, prout inclinatio minus participat de directione, et, quod

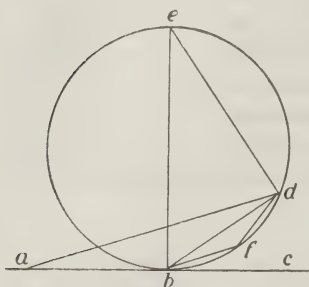
consequens est, plus detrahat de gravitate mobili, consideretur num in mediis gravioribus, detrahentibus de gravitate mobilis, decrescat pariter impetus pro ratione gravitatis; ita ut in medio detrahente, v. g., dimidium gravitatis, impetus sit idem atque in inclinatione similiter detrahente gravitatis dimidium.

Sit ad orizontem *a b* perpendicularis *b c* et inclinata *b d,* in qua sumatur *b e,* et ex *e* ad *b d* perpendicularis agatur *e f,* ipsi *b c* occurrens in *f*: demonstrandum sit, tempus per *b e* æquari tempori per *b f*.

Ducatur ex *e* perpendicularis ad *ab*, quæ sit *e g*: et quia impetus per *b d* ad impetum per *b c* est ut *e g* ad *b e* (ut infra demonstratur); ut autem *eg* ad *be,* ita *b e* ad *b f,* ob similitudinem triangulorum *g e b, b e f*; ergo ut *b f* spacium ad spacium *b e,* ita impetus per *b f* ad impetum per *b e*: ergo eodem tempore fiet motus per *b f* et per *b e.*

Advertas cur cadentia ex *a* sint semper una in locis sibi respondentibus, ut *o, s,* ita ut ∠*aos* sit æqualis angulo *b a s.*

Sit *g d* erecta ad orizontem, *d f* vero inclinata: dico, eodem tempore fieri motum ex *g* in *d* et ex *f* in *d*.

Momentum enim super *f d* est idem ac super contingente in *e*, quæ ipsi *f d* esset parallela;

ergo momentum super *f d* ad totale momentum erit ut *c a* ad *a b*, idest *a e*: verum ut *c a* ad *a e*, ita *i d* ad *d a* et dupla *f d* ad duplam *d g*; ergo momentum super *f d* ad totale momentum, scilicet per *g d*, est ut *f d* ad *g d*: ergo eodem tempore fiet motus per *f d* et *g d*.

Sit planum orizzontis secundum lineam *a b c*, ad quam sint duo plana inclinata secundum lineas *d b*, *d a*: dico, idem mobile tardius moveri per *d a* quam per *d b* secundum rationem longitudinis *d a* ad longitudinem *d b*.

Erigatur enim ex *b* perpendicularis ad orizontem, quæ sit *b e*, ex *d* vero ipsi *b d* perpendicularis *d e*, occurrens *b e* in *e*, et circa *b d e* triangulum circulus describatur, qui tanget *a c* in puncto *b*, ex quo ipsi *a d* parallela ducatur *b f*, et connettatur *f d*. Patet, tarditatem per *f b* esse consimilem tarditati per *d a*; quia vero tempore eodem movetur mobile per *d b* et *f b*, patet, velocitates per *d b* ad velocitates per *f b* esse ut *d b* ad *f b*, ita ut semper iisdem temporibus duo mobilia, ex punctis *d*, *f* venientia, linearum *d b*, *f b* partes integris lineis *d b*, *f b* proportione respondentes peregerint. Cum vero angulus *b f d* in portione angulo *d b a* ad tangentem sit æqualis, angulus vero *d b f* alterno *b d a*, æquiangula erunt triangula *b f d*, *a b d*, et ut *b d* ad *b f*, ita *a d* ad *d b*: ergo ut *a d* ad *d b*, ita velocitas per *d b* ad velocitatem per *d a*, et ex opposito, tarditas per *d a* ad tarditatem per *d b*.

Si hoc sumatur, reliqua demonstrari possent. Ponatur igitur, augeri vel imminui motus velocitatem secundum proportionem qua augentur vel minuuntur gravitatis mo-

menta; et cum constet, eiusdem mobilis momenta gravitatis super plano *d b* ad momenta super plano *d a* esse ut longitudo *d a* ad longitudinem *d b*, idcirco velocitatem per *d b* ad velocitatem per *d a* esse ut *a d* ad *d b*.

Infra orizontem *a b* ex eodem puncto *c* duæ rectæ æquales utcumque inclinentur *c d*, *c e*, et ex terminis *d*, *e* ad orizontem perpendiculares agantur *d a*, *e b*, et lineæ *c d* in puncto *d* constituatur ∠ *c d f* ∠ *b c e* æqualis: dico, ut *d a* ad *b e* ita esse *d c* ad *c f*.

Ducatur perpendicularis *cg*: et quia *cdf* æquatur angulo *bce*, et rectus *g* recto *b*, erit ut *d c* ad *c g*, ita *c e* ad *e b*: est autem *c d* ipsi *c e* æqualis: ergo *c g* æquatur *be*. Et cum angulus *cdf* angulo *bce* sit æqualis, et ∠ *f c d* communis, reliquus ad duos rectos *d f c* reliquo *dca* æquabitur, et anguli ad *a* et *g* sunt recti; ergo △ *adc* △° *c g f* est simile: quare ut *a d* ad *d c*, ita *c g* ad *c f*, et, permutando, ut *a d* ad *c g*, hoc est ad *b e*, ita *d c* ad *c f*: quod erat probandum.

Cum autem impetus per *c d* ad impetum per *c f* sit ut perpendiculus *a d* ad perpendiculum *b e*, constat, motus per *c d* et *c f* eodem tempore absolvi. Itaque distantiæ quæ in diversis inclinationibus eodem tempore conficiuntur, determinantur per lineam quæ (ut facit *d f*) lineis inclinatis occurrit secundum angulos æquales illis quos inclinatæ ad orizontem constituunt, permutatim sumptos.

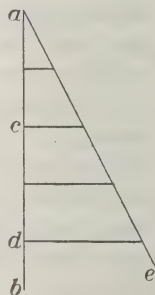
Postea quam ostensum fuerit, tempora per *a b*, *a c* esse æqualia, demonstrabitur, tempus per *a d* ad tempus

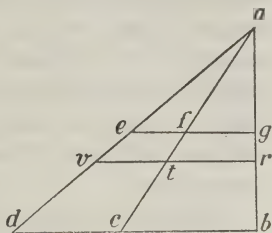
per *a e* esse ut *d a* ad mediam inter *d a, a e.* Nam tempus

per *d a* ad tempus per *a c* est ut *d a* ad *a c* lineam; tempus autem per *a c,* idest per *a b,* ad tempus *a e* est ut linea *b a* ad *a e,* hoc est ut *s a* ad *a d*: ergo, ex æquali in analogia perturbata, tempus per *a d* ad tempus per *a e* est ut linea *s a* ad lineam *a c.* Cumque *a c,* ex demonstratis, sit media inter *s a, a b,* et ut *s a* ad *a b,* ita *d a* ad *a e,* ergo tempus per *a d* ad tempus per *a e* est ut *d a* ad mediam inter *d a, a e*: quod erat probandum.

Momenta velocitatum cadentis ex subblimi sunt inter se ut radices distantiarum peractarum, nempe in subduplicata ratione illarum.

Si in linea naturalis descensus a principio lationis sumantur duæ distantiæ inæquales, momenta velocitatis cum quibus mobile permeat illas distantias sunt inter se in duplicata proportione ipsarum distantiarum.

Sit linea naturalis descensus *a b,* in qua ex principio lationis *a* sumantur duæ distantiæ *a c, a d*: dico, momenta velocitatis cum quibus mobile permeat *a d,* ad momenta velocitatis cum quibus permeat *a c,* esse in duplicata proportione distantiarum *a d, a c.* Ponatur linea *a e* ad *a b* quemlibet angulum continens...

Sint ad orizontem *d b* quotcumque lineæ ex eadem altitudine *a* demissæ *a b, a c, a d,* et sumpto quolibet

puncto *g*, per ipsum orizonti parallela sit *g f e*, sitque media inter *b a, a g* ipsa *a r*, et per *r* altera parallela *r t v*: constat, lineas *a t, a v* esse medias inter *c a, a f* et *d a, a e*. Dico, quod si assumatur *a b* esse tempus quo mobile cadit ex *a* in *b*, tempus *r b* esse illud quo conficitur *g b, t c* vero esse tempus ipsius *c f*, et *v d* ipsius *e d*. Id autem constat: nam, cum *a r* sit media inter *b a, a g*, sitque *b a* tempus casus totius *a b*, tempus *a r* erit tempus casus per *a g*; ergo reliquum temporis *r b* erit tempus casus per *g b* post *a g*; et idem dicetur de aliis temporibus *t c, v d* et lineis *f c, e d*. Patet insuper, tempora casuum per *g b, f c, e d* esse ut lineas *g b, f c, e d*; non tamen a magnitudinibus ipsarum linearum *g b, f c, e d* esse determinandas eorumdem temporum quantitates, si temporis mensura ponatur *a b*, in quo tempore conficiatur linea *a b*, sed desumendas esse a lineis *r b, t c, v d*.

linea *a b* ad *a c*,

tempus *b a* ad *a c*,

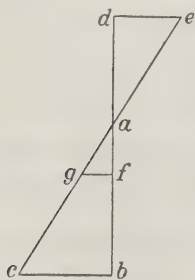
ut tempus per *a b* ad tempus per *a g*, ita linea *a b* ad lineam *a r*; ergo, dividendo, ut tempus per *b c* ad tempus per *a g*, ita linea *b r* ad *r g*,

ut tempus *da* ad tempus *ab*, ita linea *da* ad lineam *ab*.

Sit *a c* perpendicularis ad orizontem *c d e*, ponaturque inclinata *b d*, fiatque motus ex *a* per *a b c* et per *a b d*: dico, tempus per *b c* post casum *a b* ad tempus per *b d* post eumdem casum *a b* esse ut linea *b c* ad *b d*.

Ducatur *a f* parallela *d c* et protrahatur *d b* ad *f*; erit iam tempus casus per *f b d* ad tempus casus per *a b c* ut *f d* linea ad lineam *a c*: est autem tempus casus per *f b* ad tempus casus per *a b* ut linea *f b* ad lineam *a b*: ergo tempus casus reliquæ *b c* post *a b* ad tempus casus reliquæ *b d* post *f b* erit ut reliqua *b c* ad reliquam *b d*. Sed tempus casus per *b d* post *f b* est idem cum tempore per *b d* post *a b*, cum *a f* orizonti æquidistans sit; ergo patet propositum.

Colligitur autem ex hoc, quod tempora casuum per *b c* et *b d*, sive fiat principium motus ex termino *b*, sive præcedat motus, ex eadem tamen altitudine, eandem inter se servant rationem, nempe eam quæ est lineæ *b c* ad *b d*.

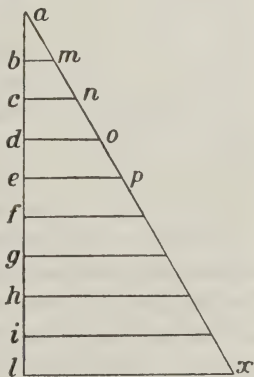
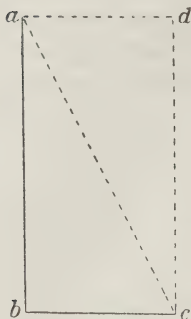
Tempora casuum in planis quorum eadem sit altitudo, eamdem inter se servant rationem, sive illis idem impetus præcedat, sive ex quiete incipiant.

Sint plana *a b*, *a c*, quorum eadem altitudo; extenso autem *b a* utcumque in *d*, fiat casus ex *d* per ambo *a c*, *a b*: dico, tempus per *a c* ad tempus per *a b* esse in eadem ratione ac si principium casus foret in *a*. Sit enim ipsarum *b d*, *d a* media *d f*, et ducta parallela ex *f* ipsi *b c*, quæ sit *f g*, erit *g e* media inter *c e*, *e a*. Facto igitur principio lationis ex *d*, tempora casuum per *a c*, *a b* erunt inter se ut *a g*, *a f*: quod si casus incipiat ex *a*, erunt tempora per *a c*, *a b* inter se ut *a c*, *a b* lineæ: ergo patet propositum.

Assumo, eam esse cadentis mobilis per lineam *a l* accelerationem, ut pro ratione spacii peracti crescat velocitas ita, ut velocitas in *c* ad velocitatem in *b* sit ut spacium *c a* ad spacium *b a,* etc.

Cum autem hæc ita se habeant, ponatur *a x* cum *a l* angulum continens, sumptisque partibus *a b, b c, c d, d e* etc. æqualibus, protrahantur *b m, c n, d o, e p* etc. Si itaque cadentis per *a l* velocitates in *b, c, d, e* locis se habent ut distantiæ *a b, a c, a d, a e* etc., ergo se quoque habebunt ut lineæ *b m, c n, d o, e p.*

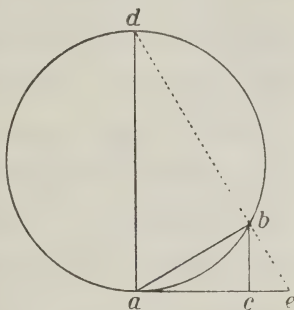
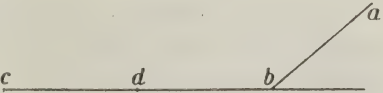
Quia vero velocitas augetur consequenter in omnibus punctis lineæ *a e,* et non tantum in adnotatis *b, c, d,* ergo velocitates illæ omnes sese respicient ut lineæ quæ ab omnibus dictis punctis lineæ *a e* ipsis *b m, c n, d o* æquidistanter producuntur. Istæ autem infinitæ sunt, et constituunt triangulum *a e p*: ergo velocitates in omnibus punctis lineæ *a b* ad velocitates in omnibus punctis lineæ *a c* ita se habent ut triangulus *a b m* ad triangulum *a c n,* et sic de reliquis, hoc est in duplicata proportione linearum *a b, a c.*

Quia vero pro ratione incrementi accelerationis tempora quibus motus ipsi fiunt debent imminui, ergo tempus quo mobile permeat *a b* ad tempus quo permeat *a c* erit ut *a b* linea ad eam quæ inter *a b, a c* media proportionalis existit.

Factus sit motus ex *a* in *b* naturaliter acceleratus: dico, quod si velocitas in omnibus punctis *a b* fuisset

eadem ac reperitur in puncto *b*, duplo citius fuisset peractum spacium *a b*; quia velocitates omnes in singulis punctis *a b* lineæ, ad totidem velocitates quarum unaquæque esset æqualis velocitati *b c*, eam habent rationem quam triangulus *a b c* ad rectangulum *a b c d*.

Sequitur ex hoc, quod si ad orizontem *c d* fuerit planum *b a* elevatum, sitque *b c* dupla ad *b a*, mobile ex *a* in *b*, et successive ex *b* in *c*, temporibus æqualibus esse perventurum: nam postquam est in *b*, per reliquam *b c* uniformi velocitate et eadem movetur, qua in ipsomet termino *b* post casum *a b*. Patet rursus, totum tempus per *a b e* ad tempus per *a b* esse sesquialterum.

Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum orizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam orizontis ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam orizontis. Sit linea orizontis *c b*, planum inclinatum *a b*, et post casum per *a b* sequatur motus per orizontem, in quo sumatur quælibet linea *b d*: dico, tempus casus per *a b* ad tempus motus per *b d* esse ut dupla *a b* ad *b d*. Sumpta enim *b c* ipsius *a b* dupla, constat ex prædemonstratis, tempus casus per *a b* æquari tempori motus per *b c*: sed tempus motus per *b c* ad tempus motus per *b d* est ut linea *c b* ad lineam *b d*: ergo tempus motus per *a b* ad tempus motus per *b d* est ut dupla *a b* linea ad lineam *b d*.

Tempus casus per planum inclinatum ad tempus casus per lineam suæ altitudinis est ut eiusdem plani longitudo ad longitudinem suæ altitudinis.

Sit planum inclinatum *b a* ad lineam orizontis *a c*, sitque linea altitudinis perpendicularis *b c*: dico, tempus casus quo mobile movetur per *b a* ad tempus in quo cadit per *b c* esse ut *b a* ad *b c*. Erigatur perpendicularis ad orizontem ex *a*, quæ sit *a d*, cui occurrat in *d* perpendicularis ad *a b* ducta ex *b*, quæ sit *b d*, et circa triangulum *a b d* circulus describatur: et quia *d a*, *b c* ambæ sunt ad orizontem perpendiculares, constat, tempus casus per *d a* ad tempus casus per *b c* esse ut media inter *d a* et *b c* ad ipsam *b c*. Tempus autem casus per *d a* æquatur tempori casus per *b a*: media vero inter *d a* et *b c* est ipsa *b a*: ergo patet propositum.

COROLLARIUM.

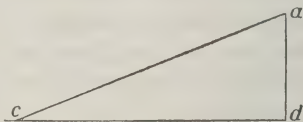
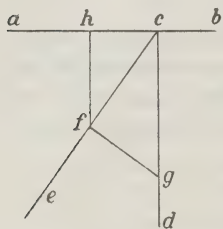
Ex hoc sequitur, casuum tempora per plana inclinata quorum eadem sit altitudo, esse inter se ut eorumdem planorum longitudines. Si enim fuerit aliud planum inclinatum *b e*, tempus casus per *b a* ad tempus casus per *b c* est ut *b a* linea ad *b c*: tempus vero per *b c* ad tempus casus per *b e* ut *b c* ad *b e*: ergo, ex æquali, patet propositum.

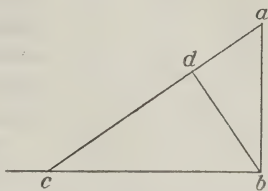
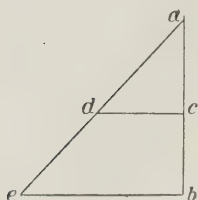
Si ex eodem puncto orizontis ducantur perpendiculus et planum inclinatum, et in plano inclinato sumatur quodlibet punctum, a quo ipsi plano perpendicularis linea usque ad perpendiculum protrahatur, lationes in parte perpendiculi inter orizontem et occursum perpendicularis intercepta, et in parte plani inclinati inter eandem perpendicularem et orizontem intercepta, eodem tempore absolventur.

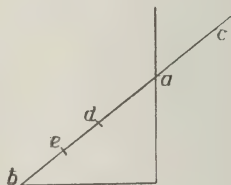
Sint ex eodem puncto *c* orizontis *a b* perpendiculus *c d* et planum inclinatum *c e*, et in *c e* sumpto quolibet puncto *f*, ex eo ad *e c* perpendicularis agatur *f g*, occurrens perpendiculo in puncto *g*: dico, lationes per *c g* et per *c f* eodem tempore confici.

Demittatur ex eodem puncto *f* perpendicularis ad orizontem *f h*, quæ erit perpendiculo *c d* parallela, et angulus *h f c* coalterno *f c g* æqualis, et rectus *chf* recto *cfg*: quare æquiangula erunt triangula *c h f*, *c f g*, et ut *hf* ad *fc*, ita *f c* ad *c g*. Ut autem *h f*, *f c*, ita momentum gravitatis mobilis in plano *c e* ad totale suum momentum in perpendiculo *c d*. Habet igitur distantia *c f* ad distantiam *c g* eandem rationem quam gravitatis momentum super plano *c e* ad totale momentum per perpendiculum *c g*: quare eodem tempore conficientur lationes per *c f* et *c g*.

Velocitates mobilium quæ inæquali momento incipiunt motum, sunt semper inter se in eadem proportione ac si æquabili motu progrederentur: ut, verbi gratia, mobile per *a c* incipit motum cum momento ad momentum per *a d* ut *d a* ad *a c*; si æquabili motu pro-

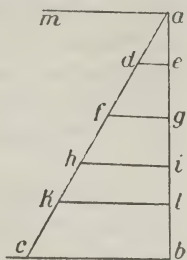
grederetur, tempus per *a c* ad tempus per *a d* esset ut *a c* ad *a d,* quod in accelerato dubito quidem; et ideo demonstra...

Aliter sic:

Tempus per *a c* ad tempus per *a b,* ex præcedentibus, est ut linea *a c* ad lineam *a b*; sed etiam ad tempus *a d* habet eamdem rationem, cum *a b* sit media inter *a c, a d*; ergo tempora *a d, a b* erunt æqualia.

Spatia motus accelerati ex quiete et spatia motuum æquabilium ad motus acceleratos consequentia, et temporibus iisdem confecta, eandem inter se retinent rationem: sunt enim hæc spatia dupla illorum. Tempora vero et gradus velocitatum acquisitarum eandem inter se habent rationem: hæc tamen ratio subdupla est rationis spatiorum dictorum.

Spatia motus accelerati *a b, a c* et motuum æquabilium consequentium *b e, c d* eandem cum illis habent rationem: sunt enim dupla illorum. Tempora per *a b, a c* sunt inter se ut gradus velocitatis in *b* et in *c*: ratio vero hæc subdupla est rationis *b a* ad *a c* vel *b e* ad *c d*.

Si tempus per *a b* est *a b*, posita *c d* æquali *a b*, tempus per *c d* erit *c d*, et per totam *c b* erit *c e*.

Si in perpendiculo et in plano inclinato, quorum eadem sit altitudo, feratur idem mobile, tempora lationum erunt inter se ut plani inclinati et perpendiculi longitudines.

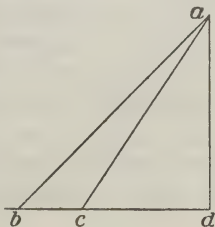
Sint ad planum orizontis *c b* perpendiculus *a b* et planum inclinatum *a c*, quorum eadem sit altitudo, nempe ipsa perpendicularis *a b*, et per ipsa descendat idem mobile: dico, tempus lationis per *a b* ad tempus lationis per *a c* esse ut longitudo *a b* ad longitudinem *a c*.

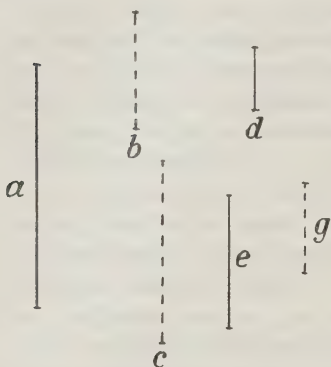
Cum enim assumptum sit, in naturali descensu velocitatis momenta eadem semper reperiri in punctis æqualiter ab orizonte distantibus iuxta perpendiculares distantias, constat quod, producta linea orizontali *a m*, quæ ipsi *b c* erit parallela, sumptisque in perpendiculo *a b*

quotcumque punctis *e, g, i, l,* et per ipsa ductis parallelis orizonti *e d, g f, i h, l k,* erit mobilis per *a b* momentum seu gradus velocitatis in puncto *e* idem cum gradu velocitatis lati per *a c* in puncto *d,* cum punctorum *e, d* eadem sit distantia perpendicularis ab orizonte *a m*; et similiter concludetur, in punctis *f, g* idem esse velocitatis momentum, et rursus in punctis *h, i,* et *k, l* et *c, b.*

Sunt igitur in linea *a b* quasi innumera quædam spaciola, quibus multitudine quidem æqualia, et bina sumpta secundum eandem rationem respondentia, alia signantur in *a c* per lineas innumeras parallelas ex punctis lineæ *a b* ad lineam *a c* extensas (intercepta enim spacia *a d, d f, f h,* etc. ad spacia *a e, e g, g i,* etc. respondent singula singulis secundum rationem *a c* ad *a b*); suntque in singulis binis sibi respondentibus iidem velocitatis gradus.

Ergo, ex præcedenti, tempora omnia simul sumpta lationum omnium per *a b*, ad tempora omnia similiter accepta lationum omnium per *a c,* eandem habebunt rationem quam spacia omnia lineæ *a b* ad spacia omnia lineæ *a c;* hoc autem idem est, ac tempus casus per *a b* ad tempus casus per *a c* esse ut linea *a b* ad *a c*: quod erat demonstrandum.

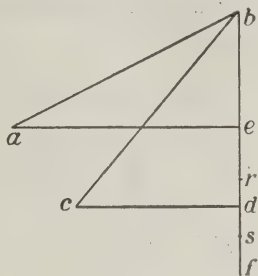
Tempora lationum per diversas lineas inclinatas, quarum eadem sit altitudo perpendicularis, sunt inter se ut earumdem linearum longitudines.

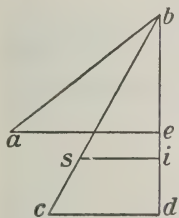
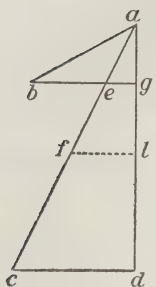
Sint ad orizontem *b d* diversa plana inclinata *a b, a c,* quorum eadem sit altitudo *a d* perpendicularis: dico, tempus casus per *a b* ad tempus casus per *a c* esse ut *a b* longitudo ad longitudinem *a c.*

Ex antecedenti enim, tempus casus per *a b* ad tempus casus per perpendiculum *a d* est ut *a b* linea ad lineam *a d*, et, per eandem, ut *a d* linea ad ipsam *a c*, ita tempus casus per *a d* ad tempus casus per *a c*: ergo, ex æquali, ut longitudo *a b* ad longitudinem *a c*, ita tempus casus per *a b* ad tempus casus *a c*: quod erat probandum.

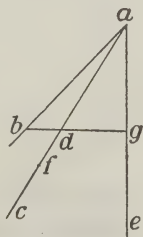
LEMMA. Sint tres lineæ utcumque *a, d, e,* et inter *a, d* media proportionalis sit *b*; inter *a, e* media proportionalis sit *c*; inter *e, d* tandem media sit *g*: dico, ut *c* ad *b*, ita esse *g* ad *d*.

Quia enim *b* est media inter *a, d,* erit quadratum *b* æquale rectangulo *a d*; similiter quadratum *c* æquale rectangulo *a e*; igitur, ut rectangulum *a e* ad rectangulum *a d*, ita quadratum *c* ad quadratum *b*. Ut autem rectangulum *a e* ad rectangulum *a d*, ita linea *e* ad *d*; ut vero linea *e* ad lineam *d*, ita quadratum *g* ad quadratum *d*; ergo, ut quadratum *c* ad quadratum *b*, ita quadratum *g* ad quadratum *d*, et ut *c* ad *b*, ita *g* ad *d*.

Sint plana æqualia *a b, c b* inæqualiter inclinata, et altitudo inclinationis plani *a b* sit *b e,* ipsius vero *b c* sit *b d*: dico, tempus casus super *b a* ad tempus casus per *b c* esse ut media proportionalis inter *d b, b e* ad ipsam *b e*.

Accipiatur *f b* ipsis *c b, a b* æqualis, et ipsarum *b f, b d* media sit *b s*; ipsarum vero *f b, b e* media sit *b r*: et quia tempus casus *b f* ad tempus casus *b d* est ut *s b* ad *b d*, tempus vero casus *b d* ad tempus casus *b c* ut *b d* ad *b c,* ergo, ex æquali, tempus casus *b f* ad tempus casus *b c*

ut *s b* ad *b c*, et, convertendo, tempus casus *b c* ad tempus casus *b f* ut *b c* ad *b s*. Similiter autem demonstrabitur, ut tempus casus *b f* ad tempus casus *b a*, ita linea *r b* ad *b a* vel *b c*; ergo, ex æquali in analogia perturbata, ut tempus casus *b c* ad tempus casus *b a*, ita *r b* ad *s b*, et, conversim, ut tempus casus *b a* ad tempus casus *b c*, ita *s b* ad *b r*. Ex lemmate vero antecedenti, ut *s b* ad *b r*, ita media inter *d b*, *b e* ad ipsam *b e*: quare patet propositum.

Aliter, absque lemmate:

Sit *b i* media inter *b d*, *b e*, et *i s* parallela ad *d c*: et quia ut tempus per *b a* ad tempus per *b e*, ita linea *b a* ad lineam *b e*; ut autem tempus *b e* ad tempus *b d*, ita linea *b e* ad *b i*; ut autem tempus *b d* ad tempus *b c*, ita linea *b d* ad *b c*, hoc est *b i* ad *b s*; ergo, ex æquali, ut tempus per *b a* ad tempus per *b c*, ita linea a *b*, seu *c b*, ad *b s*, hoc est *d b* ad *b i*, seu *i b* ad *b e*: quod erat probandum.

Tempora lationum in planis æqualibus, sed inæqualiter inclinatis, sunt inter se in subdupla ratione elevationum ipsorum planorum permutatim assumpta.

Sint plana quæcumque inclinata *a b*, *a c*, et perpendiculus *a e*, cui ad rectos angulos *b g*, et sit inter *c a*, *a d* media *a f*: dico, tempus per *a b* ad tempus per *a c* esse ut *b a* ad *a f*.

Nam tempus per *a b* ad tempus per *a d* est ut *a b* ad *a d*: tempus vero per *a d* ad

tempus per *a c* est ut *a d* ad *a f*: ergo, ex æquali, tempus per *a b* ad tempus per *a c* est ut *a b* ad *a f*: quod erat ostendendum.

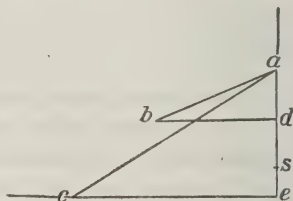
Tempo per *a c* al tempo per *a b* è come 10 a 8.

□ *a c*	400	4
□ *a b*	64	16
		64
		64
		96
	1600	1024
	10	8
	12800	10240

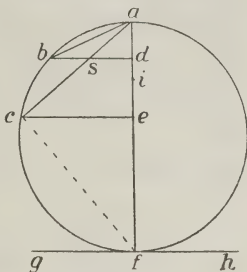
e g	3		
g a	4		
a e	5		
a f	10		
a c	20	20	2
c d	12	8	4
a d	16	40	10
b a	8	32	8

Ratio temporum lationum super planis, quorum diversæ sint inclinationes et longitudines, nec non elevationes inæquales, componitur ex ratione longitudinum ipsorum et ex subdupla ratione elevationum eorumdem permutatim accepta.

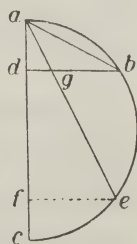
In duobus planis quomodocumque inclinatis tempora casuum habent ipsorum planorum proportionem subduplicatam.

		tempora
a e	9	9
a d	4	6
a b	10	15
a c	18	18

tempus per *a c* ad tempus per *a b* habet rationem compositam ex *c a*, *a b* et *d a* ad *a s*.

longitudines		tempora
a c –	20 –	20
a b –	12 –	18
a e –	9 –	9
a d –	4 –	6

ratio temporis *a c* ad tempus *a b* componitur ex ratione *a c* ad *a b* et altitudinis *a d* ad mediam inter altitudines *a d*, *a e*, quæ ratio est eadem cum ratione *b a* ad *a c*. Quadratum enim *a b* ad □um *a c* est ut *a d* ad *a e*, nempe ut □ *f a d* ad □ *f a e*: sed ratio composita ex *c a* ad *a b* et ex *a b* ad *c a* est ratio æqualitatis: ergo patet propositum.

Si in circulo ad orizontem erecto a puncto sublimi quotcumque ducantur lineæ rectæ usque ad circumferentiam, per quas cadant gravia quotcumque, omnia temporibus æqualibus ad terminos suos pervenient.

Sit enim circumferentia ad orizontem erecta *a b c*, punctum sublime *a*, a quo lineæ quotcumque ad circumferentiam usque protrahantur *a c*, *a b*, et per ipsas cadant mobilia: dico, temporibus æqualibus ea perventura esse ad terminos *c*, *b*.

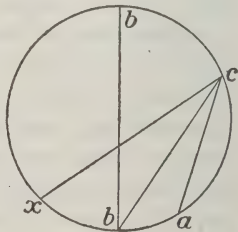
Sit enim *a c* per centrum ducta, cui ex *b* perpendicularis sit *b d*: patet, *a b* mediam esse proportionalem inter *c a*, *a d*; quare, ex demonstratis, tempus quo mobile ex *a* cadit in *c* ad tempus casus ex *a* in *d* est ut linea *b a* ad *a d*. Verum, similiter, ex demonstratis, tempus casus ex *a* in *b* ad tempus casus ex *a* in *d* est ut *b a* ad *a d*: ergo tempora casuum *a b*, *a c* erunt æqualia, cum eandem ad idem tempus casus *a d* habeant

rationem. Et similiter de reliquis omnibus motibus demonstrabitur ergo patet propositum.

Ex his colligitur, gravia eodem tempore pertransire plana inæqualia et inæqualiter inclinata, dum, quam proportionem habet longitudo maioris plani ad longitudinem alterius, eandem duplicatam habeat perpendicularis maioris plani ad perpendicularem minoris. Cum enim □ *a e* sit æquale ▭ *c a f*, □ vero *b a* ▭ *c a d*; ▭ vero *c a f* ad ▭ *c a d* est ut *f a* ad *a d*; ergo *f a* ad *a d* est ut □ *e a* ad □ *b a*: ratio igitur perpendicularis *f a* ad perpendicularem *d a* dupla est rationis *e a* ad *a b*.

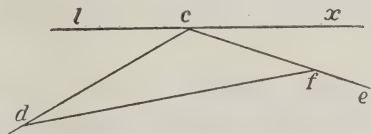
Postea quam ostensum fuerit, tempora per *a b*, *a c* esse æqualia, demonstrabitur, tempus per *a d* ad tempus per *a e* esse ut *d a* ad mediam inter *d a*, *a e*. Nam tempus per *d a* ad tempus per *a c* est ut *d a* ad *a c* lineam: tempus autem per *a c*, id est per *a b*, ad tempus *a e* est ut linea *b a* ad *a e*, hoc est ut *s a* ad *a d*: ergo, ex æquali in analogia perturbata, tempus per *a d* ad tempus per *a e* est ut linea *s a* ad lineam *a c*. Cumque *a c*, ex demonstratis, sit media inter *s a*, *a b*, et ut *s a* ad *a b* ita *d a* ad *a e*, ergo tempus per *a d* ad tempus per *a e* est ut *d a* ad mediam inter *d a*, *a e*: quod erat probandum.

Si in semicirculo... quæ cum perpendiculo non habeat terminum communem, motus per illam citius absolvitur quam per diametrum perpendicularem.

Si enim *b b* fuerit perpendiculus, ducta quælibet linea *c a* in semicir-

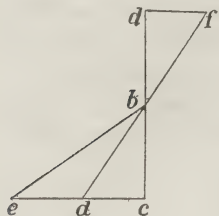
culo non terminetur ad *b*: patet quod, si connectatur linea *c b*, erit *c a* ipsa *c b* brevior et minus inclinata; ex quo patet propositum.

Si in circulo, cuius diameter sit ad perpendiculum, ducatur linea quæ a diametro secetur, motus per ipsam tardius absolvetur quam per diametrum perpendicularem.

In præcedenti enim figura sit linea quælibet; et quia ipsa erit longior quam *c b* et magis inclinata, propositum fit manifestum.

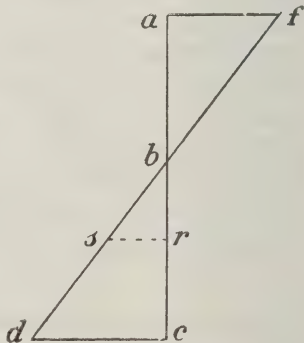
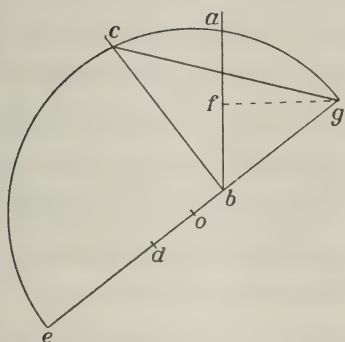
Ex puncto *c* horizontalis lineæ *l c x* duo plana utcumque inflectantur *c d*, *c e*, quæ secentur recta quadam *d f*, ita ut anguli *c d f*, *d f c* angulis *x c e*, *l c d* permutatim sumptis sint æquales: dico, tempora descensuum per *c d*, *c f* esse æqualia (fient autem anguli permutatim æquales, si unus angulorum, verbigratia *c d f*, æqualis fiat angulo *x c e* ad ... aliam partem posito, reliquus *c f d* reliquo *d c l* æqualis erit; nam, cum tres anguli trianguli *d c f* æquales sint tribus *l c d*, *d c f*, *f c x*, utpote duobus rectis æquales, si dematur communis *d c f*, erunt duo *c d f*, *d f c* duobus *x c e*, *l c d* æquales, ac propterea, cum fecerimus angulum *c d f* angulo *x c e* æqualem, habebimus quoque angulum *c f d* æqualem angulo *l c d*). Ponatur ...

Sit *a c* perpendicularis ad horizontem *c d e*, ponaturque inclinata *b d*, fiatque motus ex *a* per *a b c* et per *a b d*: dico, tempus per *b c*, post casum *a b*, ad tempus per *b d*, post eumdem casum *a b*, esse ut linea *b c* ad *b d*.

Ducatur *a f* parallela *d c*, et protrahatur *d b* ad *f*;

erit iam tempus casus per $f\,b\,d$ ad tempus casus per $a\,b\,c$ ut $f\,d$ linea ad lineam $a\,c$: est autem tempus casus

per $f\,b$ ad tempus casus per $a\,b$ ut linea $f\,b$ ad lineam $a\,b$: ergo tempus casus reliquæ $b\,c$ post $a\,b$ ad tempus casus reliquæ $b\,d$ post $f\,b$ erit ut reliqua bc ad reliquam bd. Sed tempus casus per $b\,d$ post $f\,b$ est idem cum tempore per $b\,d$ post $a\,b$, cum $a\,f$ sit horizonti æquidistans: ergo patet propositum.

Colligitur autem ex hoc, quod tempora casuum per $b\,c$ et $b\,d$, sive fiat principium motus ex termino b, sive præcedat motus, ex eadem tamen altitudine, eamdem inter se servant rationem, nempe eam quæ est lineæ bc ad bd.

Fiat motus per $a\,b\,c$ et per duas $a\,b\,d$, sitque $r\,a$ media inter $c\,a$, $a\,b$, et ipsi $d\,c$ parallela ducatur $r\,s$: dico iam, tempus per $a\,b\,c$ ad tempus per $a\,b\,d$ esse ut linea $a\,c$ ad $a\,r$ cum $s\,d$. Si enim protrahatur $d\,b$ usque ad occursum cum $a\,f$, orizonti $d\,c$ parallela, erit $f\,s$ media inter $d\,f$, $f\,b$; et ut $c\,a$ ad $a\,r$, ita tempus per $c\,a$ ad tempus per $a\,b$; ita ut, si ponatur $a\,c$ tempus per $a\,c$, erit $a\,r$ tempus per $a\,b$, et $r\,c$ tempus per $b\,c$; et similiter sd demonstrabitur esse tempus

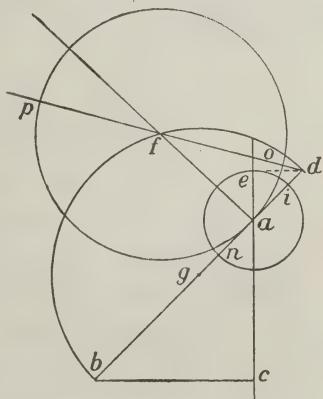
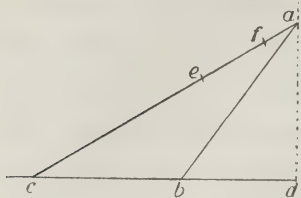
per $b\,d$ post casum ex f, vel ex a: ex quo patet, tempus per totam $a\,c$ ad tempus per duas $a\,b\,d$ esse ut $a\,r$ cum $r\,c$ ad $a\,r$ cum $s\,d$.

Dato perpendiculo ab et inflexa ebg, cui perpendicularis sit bc, oportet semicirculum per e describere, ita ut excessus mediæ inter eg, gb, quæ est gc seu gd, super gb una cum perpendiculo bf, secto a perpendiculari gf, sint æquales mediæ inter eb, bg, nempe bc.

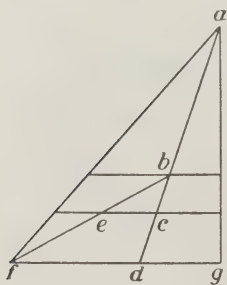
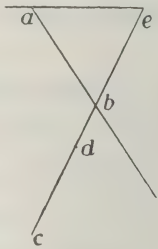
Sit factum.

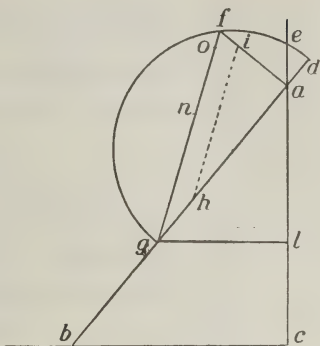
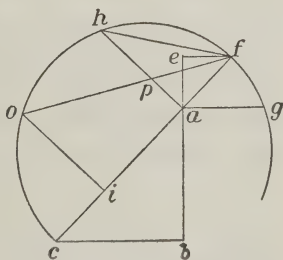
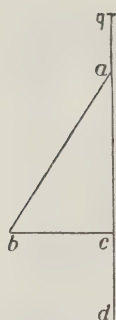
Si cb æquatur dbf, posita communi bg, 2 cb, bg erunt æquales duabus dg, bf, idest cg, bf.

Si excessus od æquatur di, □ pdo, idest □ da, ad □ ndi, idest ad □ de, erit ut linea pd ad dn; □ autem da ad □ de est ut □ ab ad □ bc; ergo faciendum est ut pd ad nd sit ut □ ab ad □ bc; pd autem componitur ex duabus mediis df, fa, et nd constat ex duabus ead, ut 2 dfa ad duas dae sint ut □ ab ad □ bc.

Si ea cum ag æquantur af, excessus da super ae est æqualis excessui df super fa, et fa, ad æquantur fd, ea.

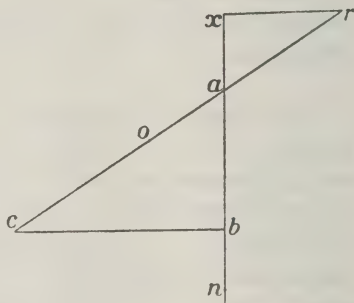
Ut tempus per eab sit æquale tempori per ab, faciendum est ut ea cum ag sint æquales af.

Sint plana *a b, a c,* quorum eadem sit elevatio *a d,* longius tamen sit *a c:* dico, motum versus inferiores partes plani *a c* velociorem esse quam per *a b.* Accipiatur *e c* æquale *a b,* et ut *c a* ad *a e,* ita sit *e a* ad *a f*: intelligatur *a b* esse tempus per *a b*: erit *a c* tempus per *a c,* et *a e* erit tempus per *a f, e c* vero tempus per reliquum *f c*: est autem *f c* maius quam *a b,* et conficitur tempore æquali.

Fiat latio per plana inflexa *a b, b c,* et invenienda sit ratio temporis casus per *a b* ad tempus casus per *b c* post casum *a b.*

Ducatur horizon *a e,* cui *c b* producta occurrat in *e,* et ipsarum *c e, e b* media sit *e d*: dico, tempus per *a b* ad tempus per *b c* esse ut *a b* ad *b d.* Tempus enim per *a b* ad tempus per *e b* est ut *a b* ad *e b*: tempus vero per *e b* ad tempus per *b c* est ut *e b* ad *b d*: ergo tempus per *a b* ad tempus per *b c* est ut *a b* ad *b d*: quod etc.

Sit *f g* orizon, et ex sublimi *a* fiat motus per *a b f,* et protracta *a b* usque ad *d,* sit media inter *d a, a b* ipsa *a c,* et orizonti æquidistans sit *c e*: dico, tempus per *a b* ad tempus per *b f* esse ut *a b* ad *b e.* Nam tempus per *a b* ad tempus per *b d* est ut *a b* ad *b c*: tempus vero per *b d* post *a b* ad tempus per *b f* post *a b* est ut *b d* ad *b f,* idest *b c* ad *b e:* ergo, ex æquali, tempus per *a b* ad tempus per *b f* est ut *a b* ad *b e.*

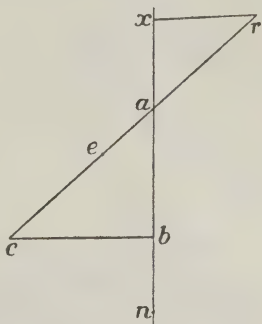
... ut tempus per *e a g* sit idem cum tempore per *a g*, posito quod tempus per *a g* sit *a g*, tempus per *a l* erit *a l*, et *f g* erit tempus per *d g*, et excessus *g f* super *f a*, *n g* erit tempus per *a g* post *d a*, et *i a*, media inter *l a*, *a e*, erit tempus per *e a*. Oportet igitur facere ut *a i* cum *n g* sint æquales *a g*: hoc erit cum excessus mediæ *f a* super mediam *a i* sit æqualis excessui *g f* super *a g*, secta *g o* æquali *g a*.

Sit factum: et sit tempus per *e a c* ex *e* idem cum tempore per *a c* ex quiete in *a*. Sit *e a* tempus per *e a*; erit *f a* tempus per *f a*, et per totam *f c* erit *f h*, seu *f i*, et per reliquam *a c* ex *f* erit *a i*: per ambas igitur *e a c* erit tempus *e a i*, quod debet esse æquale tempori per *a c* ex quiete in *a*. Et quia *f a* est tempus per *f a*, tempus per *a c* ex quiete in *a* erit *a h*, media nempe inter *f a*, *a c*: faciendum itaque est ut *a h* sit æqualis utrisque *e a i*, nempe protrahendæ sunt *b a*, *c a*, ita ut (ducta orizontali *f e*) *e a* cum excessu mediæ inter *c f*, *f a* super *f a* (quod sit *a i*) sint æquales mediæ inter *a c*, *a f*, nempe ipsi *a h*. Quod si ponatur, *c a* esse tempus per *c a*, erit *b a* tempus per *a b*, et *a g* per *e a*; et posita *f i* æquali *a c*, erit *f i* tempus per *f i*, et *f o* tempus per totam *f c*; et *o i*, media inter *i f*, *f a*

(est enim fa æqualis ic), erit tempus per fa, et pf (excessus mediæ of super mediam oi) erit tempus per ac ex f. Faciendum itaque est ut pf cum ag sint æquales ipsi ac.

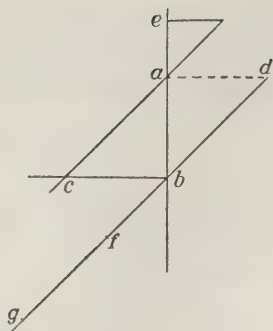
Pro inveniendo tempore minimo in quo conficiantur qab, attende numquid, posita ad æquali ab, faciendum forte sit ut ad cum dc ad cd, ita ba ad aq.

Fiat ut ca ad ab, ita ab ad bn, et ut na cum ab ad ab, ita ca ad ax; erit ax quæsitum.

Ponatur ao æqualis ax; oportet, or esse mediam inter cr, ra, et ut co ad oa, ita esse cr ad ro, et $\square\, co$ ad $\square\, oa$ ut cr ad ra, seu bx ad xa: sed ut bx ad xa, ita $\square\, bxa$ ad $\square\, xa$, seu ao: ergo $\square\, co$ debet æquari $\square^{o}\, bxa$, et co esse mediam inter bx, xa.

Dato perpendiculo et plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo reperire, quæ conficiatur tempore eodem ac planum post ipsam.

Fiat ut ca ad ab, ita ab ad bn, et ut na cum ab ad ab, ita ca ad ae, et ut nb ad ba, seu ba ad ac, ita ea ad ar, et ab r ducatur ad ba productam perpendicularis rx: dico, ax esse quod quæritur.

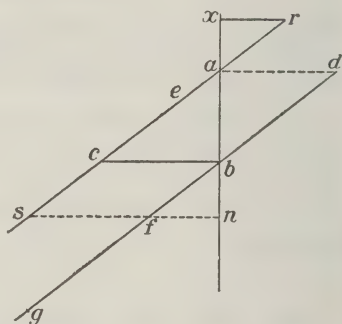
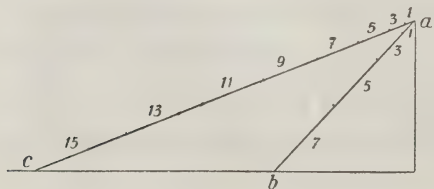
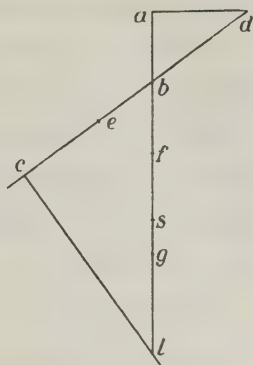
Quia enim ut *n a* cum *a b* ad *a b*, ita est *c a* ad *a e*, erit, dividendo, ut *n a* ad *a b*, ita *c e* ad *e a*; et quia ut *n b* ad *b a*, ita *e a* ad *a r*, componendo erit ut *n a* ad *a b*, idest *c e* ad *e a*, ita *e r* ad *r a*, et omnia antecedentia ad omnia consequentia, *c r* ad *r e*. Sunt igitur *c r*, *e r*, *a r* continue proportionales. Rursus, quia ut *b a* ad *a c*, ita *e a* ad *a r*; ut autem *b a* ad *a c*, ita *x a* ad *a r*; ergo utraque *e a*, *a x* ad *a r* eandem habent rationem: sunt ergo æquales.

Modo si intelligamus, tempus per *r a* esse ut *r a*, tempus per *r c* erit *r e*, media inter *c r*, *r a*, et *a e* erit tempus per *a c* post *r a*: verum tempus per *x a* est *x a*, dum *r a* est tempus per *r a*: ostensum autem est, *x a* esse æqualem *a e*: ergo factum est quod facere oportebat.

Fiat ut *b a* cum dupla *a c* ad *a c*, ita *c a* ad *a e*, et ut *b a* cum *a c* ad *a c*, ita *e a* ad *a r*, et ab *r* ducatur perpendicularis *r x*: et quia ut *b a* cum dupla *a c* ad *a c*, ita *c a* ad *a e*, dividendo erit ut *b a* cum *a c* ad *a c*, ita *c e* ad *e a*. Et quia ut *b a* ad *a c* ita *e a* ad *a r*, erit, componendo, ut *b a* cum *a c* ad *a c*, ita *e r* ad *r a*: sed ut *b a* cum *a c* ad *a c*, ita est *c e* ad *e a*: ergo ut *c e* ad *e a*, ita *e r* ad *r a*, et ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe *c r* ad *r e*. Sunt itaque *c r*, *r e*, *r a* proportionales. Amplius, quia ut *b a* ad *a c*, ita positum est *e a* ad *a r*; et propter similitudinem triangulorum, ut *b a* ad *a c*, ita *x a* ad *a r*: ergo ut *e a* ad *a r*, ita *x a* ad *a r*: sunt itaque *e a*, *x a* æquales.

Data *a c*, quæritur *a e*. Posita *b f* æquali *a b*, fiat ut *b d* ad *d f* (idest ut *c a* ad *c a b*) ita *f d* ad *d g* (idest ita *c a b* ad aliam *d g*); erit etiam ut *d b* ad *d f*, ita *b f* ad *f g* (idest ut *c a* ad *c a b*, ita *b a*, seu *b f*, ad *f g*): hæc autem *g f* cum *f b* conficitur eodem tempore ac *a b*: quare si fiat ut *g b* ad *b a*, ita *c a* ad *a e*, erit *a e* quod quæritur.

Fiat ut *c a* ad *c a b*, ita *b f* ad *f g*, et ut *g b* ad *b a*, ita *c a* ad *a e*: habebimus *b g*, quæ peragitur tempore *a b* post *a b*.

[Fiat ut *c a* ad *c a b*,] ita *a b* ad aliam *g f*, cui addatur *a b*; et fiat postea ut *g b* ad *b a*, ita *c a* ad *a e*, et erit *a e* quæsitum.

Posita *c s* æquali *a b*, fiat ut *c a* ad *a s*, ita *b a* ad *a n*, et ut *b a* cum *a n* ad *a b*, ita *c a* ad *a e*. Vel fiat ut *c a* ad *a b*, ita *a b* ad *b n*, et ut *a b* cum *a n* ad *a b*, ita *c a* ad *a e*.

Invenienda est in *a c* pars æqualis ipsi *a b*, quæ conficiatur eodem tempore quo ipsa *a b*.

Esset problema pulcrum, in *a c* partem ipsi *a b* æqualem signare, quæ conficiatur ex quiete in *a* tempore æquali tempori per *a b* ex quiete in *a*.

Dum tempus per *a b* sit 25, per *d b* est 53, et per *d c* erit media inter *b d, d c,* nempe *d e,* quæ est $70\,^1/_5$; *b e* vero, quæ est $17\,^1/_5$, erit tempus per *b c.* Cum autem *b a,* 25, sit tempus per *a b,* posita in perpendiculo *b f* æquali *b e,* cuius partis perpendiculi erit tota *a f* tempus? Sume ipsarum *b a, a f* 3^am^ proportionalem *a g,* quæ est $71\,^1/_{13}$. Pro invenienda igitur *b g,* sumenda est *d e* media inter *b d, d c*; postea faciendum est, ut *b a* ad duplam *a b* cum *b e,* ita *b e* ad *b g,* seu, permutando, ut *a b* ad *b e,* ita dupla *b a* cum *b e* ad *b g*; et erit *b g* quod quæritur.

Facilius et clarius:

Dato perpendiculo *a b* et plano ad ipsum inflexo *b c,* oportet in perpendiculo partem infra reperire, quæ cum *a b* conficiatur tempore eodem, ac *b c* cum eadem *b a.* Ducta horizontali *a d,* extendatur *c b* in *d,* et sit *d e* media *b d c,* cui ponatur æqualis *b f*; et *b a, a f* 3ª sit *a g*: erit *b g* quod quæritur. Posito enim *d b* tempore per *d b,* erit *a b* tempus per *a b*: et *d e* sit media *b d c*; erit *b e* tempus *b c* post *d b,* idest post *a b*: sed eadem *b e,* idest *b f,* est tempus *b g* post *a b*: ergo...

Si ex puncto *b* sumantur *b c, b l,* quæ conficiantur tempore eodem, dico, ex quolibet puncto sublimi, ut *a,*

citius confici *a b c* quam *a b l*; sed si ponatur *b s* æqualis *b c*, citius *a b s* quam *a b c*. Potest tamen sumi *a* adeo altum, ut ex eo citius conficiatur *b c* cum eo quam alia maior quam *b s*, licet minimum quid.

Esse autem *b f* semper maiorem quam *b e*, sic probatur. Quia $\square$ *l b e* æquatur $\square$ *c b d*, est autem *l b* maior *c b*, ergo *b d* maior *b a*: media autem inter *c b d* est æqualis mediæ *l b a*: ergo, dempta *b a* a media *l b a*: reliqua *b f* erit maior reliqua *b e*, residuum mediæ *c b d*, dempta *b d*.

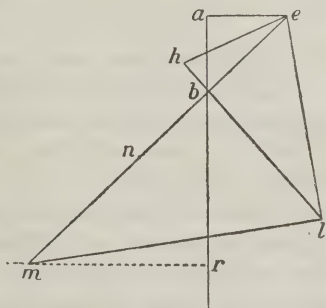
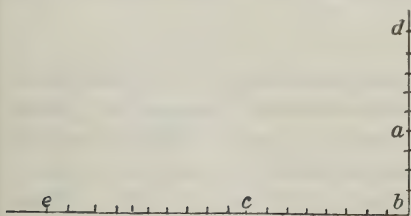
Adverte melius quid sequatur si mediæ non sint minores ipsis *d b* [sic].

Dubito de paralogismo.

$\square^{um}$ *b a e* superat $\square^{um}$ *b e a* $\square^{o}$ *e a*; $\square^{um}$ *c d e* superat $\square^{um}$ *c e d* $\square^{o}$ *e d*: sed $\square$ *b e a* æquatur $\square^{o}$ *c e d*: excessus ergo $\square^{i}$ *c d e*, idest $\square^{i}$ *f d*, super $\square^{o}$ *b a e*, seu $\square^{o}$ *a g*, est idem cum excessu $\square^{i}$ *e d* super $\square^{o}$ *a e*. $\square$ vero *e d* superat $\square$ *e a* $\square^{o}$ *a d*; ergo $\square$ *f d* superat $\square$ *g a* $\square^{o}$ *a d*. Sed quadratum quoque *d g* superat quadratum *g a* $\square^{o}$ *a d*: ergo $\square$ *g d* æquatur $\square^{o}$ *d f*, et linea *d g* lineæ *d f*, et an-

gulus *d g f* angulo *d f g*: ergo angulus f maior angulo *f g e*, et latus *e g* latere *e f*.

Probatum est, tempus perpendiculi sub *e* post *a* per totam *e b* longius esse tempore per *e c*, idest partem perpendiculi quæ conficitur tempore eodem cum *e c*, minorem esse quam *e b*, maiorem tamen quam *e c*: probandum restat, quanta vero sit. Determinatur, posita *e n* æquali *e f* et sumpta 3ª proportionali post *e a*, *a n*, quæ 3ª probandum restat quanto sit (dempta *a e*) maior quam *e c*.

Erit *b l* media *m b*, *b e*, et *e l* media *m e b*; et quia *n e* æquatur *h l*, erit *h b* excessus *n e* super *b l*: verum *h b* est etiam excessus *n e* super *n b a*, cum sit excessus *b e* super *b a*: ergo 2 *n b*, *b a* æquantur *b l*.

a b longa 4; *b c* 8; tempus per *a b* 4; ergo *a b c* longitudo 12 conficitur in tempore 8.

Sit *d b* 9; erit eius tempus 6, et ex *d* conficietur *d b* 9 cum *b c e* 18 tempore 12, nempe 27 in tempore 12. Sed si *b e* conficitur (cum sit 18) tempore 6, *b c* conficietur tempore $2\,{}^{2}/_{3}$, et tota *d b c* in tempore $8\,{}^{2}/_{3}$: conficiuntur ergo citius *a b c* quam *d b c*.

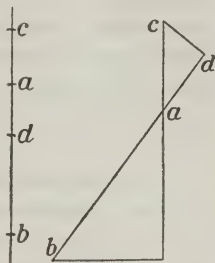
Sit *b d* 8; conficietur tempore radicis 32, idest $5\,{}^{1}/_{2}$, et erit *b e* 16, et *d b c* conficietur tempore $8\,{}^{1}/_{4}$.

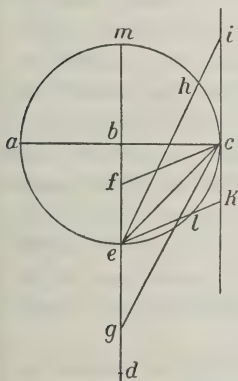
Cum *a b* sit dimidia *b c,* et sit eadem *a b* tempus per *a b,* erit tota *b c* tempus per ambas *a b c.* Accipiatur *b e,* et sit *b o* media inter *e b, b a,* et erit *o b* tempus per *e b* et per duplam ipsius *b d.* Quod si *d b* conficitur tempore *b o, c b* quo tempore conficietur? fiat igitur ut *d b* ad *b o,* ita *c b* ad aliam, quæ sit, vgr., *b n,* et ostendatur, 2as *o b, b n* maiores esse ipsa *b c,* et habebitur intentum.

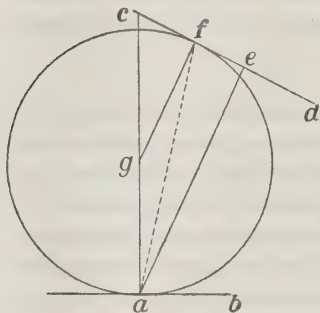
Redacta est res ad hoc lemma: sit *e b* utcumque secta in *a,* et inter *e b, b a* media sit *b o,* et ut *e b* ad *b a,* ita sit *o b* ad *b n*; dico, *e b, b o, b a, b n* esse continue proportionales. Quia enim ut *e b* ad *b o,* ita *b o* ad *b a,* ratio *e b* ad *b a,* erit dupla rationis *o b* ad *b a*: et quia ut *e b* ad *b a,* ita *o b* ad *b n,* est autem ratio *b e* ad *b a* dupla rationis *o b* ad *b a,* erit quoque ratio *o b* ad *b n* dupla rationis *b o* ad *b a.* Verum ipsa ratio *o b* ad *b n* componitur ex rationibus *o b* ad *b a* et *a b* ad *b n*: ergo ratio *a b* ad *b n* est eadem cum ratione *o b* ad *b a*: ergo patet propositum.

Dato quolibet plano non ascendente, perpendiculum ei adiungere, quod conficiatur eodem tempore ac ipsum planum datum post casum in perpendiculo. Constat autem, quod si datum planum fuerit orizontale, perpendiculum additum erit plani dimidium; si vero datum fuerit perpendiculare, adiunctum perpendiculum erit pars 3^{a}. De horizontali demonstratum iam est, tempus quo talia 2 spatia conficiuntur esse omnium brevissimum.

Sit datum planum, primo, perpendiculare *a b,* cui oporteat addere partem, quæ ex quiete conficiatur tem-

pore eodem ac perpendiculum $a b$ post ipsam additum. Si tempus $c a$ debet esse æquale tempori $a b$, ergo totum tempus $c b$ erit duplum temporis $c a$: sed tempus per $b c$ ad tempus per $c a$ est ut media inter $b c$, $c a$: ergo media inter $b c$ $c a$ debet esse dupla $a c$. Posito igitur quod $c d$ sit media inter $b c$, $c a$, cum sit ut $b c$ ad $c d$, ita $d c$ ad $c a$, erit etiam ita $b d$ ad $d a$; ergo $b d$ debet esse dupla $d a$. Posita ergo $b d$ dupla $d a$ et $d c$ dupla $c a$, idest $a c$ æquali $a d$, factum erit etc.

Modo non sit $a b$ perpendicularis, sed inclinata: constat similiter, tempus per $c a b$ futurum esse duplum temporis per $c a$, seu per $a b$ post $c a$.

Sit linea orizontis $a c$, perpendiculum vero $b d$, et in $a c$ accipiatur quodcumque punctum c: dico, quod si mobile debet ex c ad lineam perpendiculi naturaliter per unicam lineam rectam moveri, ad eam perveniet tempore brevissimo si veniat per $c e$, quæ lineam $b e$, ipsi $b c$ æqualem, adsumit. Centro enim b, intervallo $b e$, circulus describatur, ductisque $c f$ et $c g$ utcumque, patebit, motum per $c e$ citius absolvi quam per $c f$ aut $c g$. Si enim ducatur tangens circulum $i c k$, et ipsi $c f$ parallela $e l k$, erit $l e$ brevior quam $c f$: sed tempus per $c e$ æquatur tempori per $l e$. Similiter, ducta $e h i$ ipsi $c g$ parallela et æquali, constat, $c g$ longiorem esse $h e$: at tempus per $c e$ æquatur tempori per $h e$. Ergo patet propositum.

Si ex aliquo puncto in orizontali sumpto descendat perpendiculum, ex alio vero puncto eiusdem orizontis ducendum sit usque ad perpendiculum planum per quod brevissimo tempore mobile descendat, tale planum erit illud quod de perpendiculo abscindit partem æqualem distantiæ puncti accepti in orizonte a primo puncto perpendiculi.

Sit ad orizontem *a b* linea *c d* utcumque inclinata, et in ipso orizonte quodlibet punctum notatum *a*: oportet in linea *c d* punctum invenire, a quo in linea recta usque ad *a* protracta brevissimo tempore fiat motus. Erigatur ex *a* perpendicularis ad orizontem *a c*, et ex eodem demittatur perpendicularis ad *c d*, quæ sit *a e*, et angulus *c a e* bifariam secetur per *f a*: dico, ex omnibus lineis quæ a puncto *a* ad lineam *c d* protrahuntur, *f a* esse illam per quam motus brevissimo temtempore absolvitur. Ducatur enim *f g* ipsi *e a* parallela; erit ∠ *g f a* ∠° alterno *f a e* æqualis: sed ∠ *f a e* ipsi *f a g* æquatur, cum totus *c a e* sit bifariam sectus: ergo *g a f*, *g f a* æquales erunt, quare et latera *g f*, *g a*. Si itaque, centro *g*, intervallo *g f*, circulus describatur, tanget ambas lineas *c d*, *a b* in punctis *f*, *a*, eritque casus per *f a* brevioris temporis quam per rectas quascumque alias ex *a* ad quæcumque puncta lineæ *c d* productas.

Si linea recta supra orizontalem fuerit utcumque inclinata, planum a dato puncto in orizontali usque ad inclinatam extensum, in quo descensus fit tempore omnium brevissimo, est illud quod bifariam dividit angulum con-

tenctum a duabus perpendicularibus a dato puncto extensis, una ad orizontalem lineam, altera ad inclinatam.

Si duo circuli se intus tangant, et linea recta interiorem circulum contingat et alterum secet, tres lineæ a contactu circulorum ad tria puncta tangentis et secantis lineæ productæ angulos duos æquales continebunt.

Assumpta præsenti figura, protrahatur *a d* usque ad *h* et iungatur *h f*, secans *g c* in *i*: et quia anguli in centris *e, f* sunt æquales, cum similibus circumferentiis sectis a linea *a d h* insistant, erit linea *f i h* ipsi *e d* parallela. Cumque *e d* sit perpendicularis ad *g c*, ipsa quoque *f i h* ex centro *f* ad lineam *c g* perpendicularis erit, et, quod consequens est, arcum *g h c* bifariam dividet, et angulus *g a h* angulo *h a c* erit æqualis, etc.

Motuum qui a dato puncto usque ad datam lineam per rectas lineas conficiuntur, ille brevissimo tempore absolvitur, qui in recta fit abscindens de data linea partem æqualem ei parti lineæ orizontalis, quæ per datum punctum usque ad datam lineam producitur, quæ inter datum punctum et occursum intercipitur.

Sit datum punctum *a* et linea quæcumque *b d c*, et per *a* orizonti æquidistans *a b*, quæ lineæ *d b* in *b* occurrat, et inter-

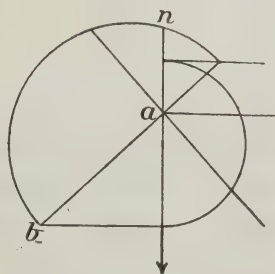
ceptæ *a b* ponatur æqualis *b d*: dico, motum per *a d* absolvi tempore breviori, quam per quamcumque aliam lineam ex puncto *a* ad quodcumque punctum lineæ *b d c* productam.

Ducatur ad *b a* perpendicularis *a c*, et ex *d* ad ipsam *b c* perpendicularis *d e*, occurrens *a c* in *e*: et quia in △ æquicruri *a b d* anguli *b a d*, *b d a* sunt æquales, ergo reliqui ad rectos, nempe *e a d*, *e d a*, æquales pariter erunt, et linea *e a* æqualis ipsi *e d*. Si itaque, centro *e*, intervallo *e a*, circulus describatur, transibit per *d*, ubi lineam *b d c* tanget: quare lineæ omnes quæ supra vel infra *a d* usque ad lineam *b c* producentur, ultra circumferentiam circuli extendentur. Ex quo patet propositum.

Dato perpendiculo et plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur grave, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum inclinatum conficiat eodem tempore, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

Sint perpendiculus et planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, *a b*, *a c*: oportet, in perpendiculo *b a* producto ex *a*, punctum invenire, ex quo demissum mobile conficiat spacium *a c* eodem tempore, quo conficit perpendiculum *a b* ex quiete in *a*. Ponatur *d c e* ad angulos rectos ad *a c*, et secetur *c d* æqualis *a b*, et iungatur *a d*, quæ maior erit ipsa *d c*, et

angulus *adc* maior angulo *cad* (est enim *ca* maior quam *cd*, seu *ab*): fiat angulus *dae* æqualis angulo *ade*, et ad ipsam *ae* perpendicularis sit *ef*, plano inclinato et extenso occurrens in *f*, et utraque *a i*, *a g* ponatur ipsi *c f* æqualis, et per *g* horizonti æquidistans *g h*: dico, *h* esse punctum quod quæritur. Intelligatur enim tempus casus per perpendiculum *a b* esse *a b*; erit tempus per *a c* ex *a* ipsa *a c*: cumque in triangulo rectangulo *a e f* ab angulo recto *e* perpendicularis ad basim *a f* sit acta *e c*, erit *a e* media inter *f a*, *a c*, et *c e* media inter *a c*, *c f*, hoc est inter *c a*, *a i*; et cum ipsius *a c* tempus ex *a* sit *a c*, erit *a e* tempus totius *a f*, et *e c* tempus ipsius *a i*. Quia vero in triangulo æquicruri *a e d* latus *a e* est æquale lateri *e d*, erit *e d* tempus per *a f*: et est *e c* tempus per *a i*: ergo *c d*, hoc est *a b*, erit tempus per *i f* ex quiete in *a*; quod idem est ac si dicamus, *a b* esse tempus per *a c* ex *g*, seu ex *h*: quod erat demonstrandum.

Reperiatur altitudo *n* ex qua conficiantur *n a b* et *a b* sola tempore eodem: manifestum est quod ex omnibus punctis inter *n*, *a* tempus per ambas lineas est brevius: quæratur num tempus brevissimum sit in medio lineæ *n a*. Videtur respondere.

e c – 50		*e i* – *e f* –	$20\,^1/_2$
e a – 30		*a l* –	85
e d – 42		*e l* –	55
d c – 92		*e b* –	70
media *d f* – $62\,^1/_2$		*a b* –	100

ut *e a* ad *a i*, ita *e i* ad *i l*; et ut *e d* ad *d f*, ita *c f* ad *f e*.

Probandum est, *l i* ad *i e* maiorem habere rationem quam *c f* ad *f e*.

Est autem *l i* ad *i e* ut *i a* ad *a e*; *c f* autem ad *f e* ut *f d* ad *d e*: probare igitur debes, *i a* ad *a e* maiorem habere rationem quam *f d* ad *d e*, et, dividendo, *i e* ad *e a* maiorem habere rationem quam *f e* ad *e d*. Hoc autem manifestum est: nam eadem maiorem habet rationem ad minorem. Componitur ergo demonstratio sic. Quia *e a* minor est *e d*, *i e* ad *e a* maiorem rationem habet quam *f e* ad *e d*, et, componendo, *i a* ad *a e* maiorem rationem habet quam *f d* ad *d e*: verum ut *i a* ad *a e*, ita est *l i* ad *i e*; ut autem *f d* ad *d e*, ita *c f* ad *f e*: ergo *l i* ad *i e* maiorem rationem habet quam *c f* ad *f e*, et, componendo, *l e* ad *e i* maiorem habet rationem quam *c e* ad *e f*: sunt autem *e f*, *e i* æquales: ergo *l e* maior est quam *c e*.

In plano inclinato assumpta in *e b* parte maiori quam *e c* et minori quam *e b*, punctum sublime reperire, ex quo cadens tempore æquali conficiat *e c* et *e l*. Quod autem oporteat, assumptam in *e b* maiorem esse quam *e c*, declaratur sic. Ducatur *e s* æqualis *e c* et sumptis mediis *s a e*, *c d e*, *a i*, *d f*, non esset... æqualis *e f*, ut est necessarium: nam, si id esset, foret quoque *s i* æqualis *c f*; et cum sit ut *c f* ad *f e*, ita *f d* ad *d e* et *i a* ad *a e*, esset, dividendo, *f e* ad *e d* ut *i e*... *f c* ad *e a*, et esset *e a* æqualis *e d*, quod est falsum. Quod autem oporteat, assumptam minorem esse quam *b e*, sic ostenditur. Nam si *f e* æquatur *e i*, anguli *e f i*, *e i f* erunt æquales, et ∠ *f i d* maior ∠° *f*, et latus *f d* maius latere *d i*, et □^{um} *f d* maius □^{is} *i a d*, et

$\square$ *c d e* maius $\square^{o}$ *b a e* cum $\square^{o}$ *a d,* et $\square$ *c e d* cum $\square^{u}$ *e d* maius $\square^{o}$ *b e a* cum $\square^{is}$ *e a d,* et demptis tribus $\square^{is}$ *e a d,* $\square$ *c e d* maius $\square^{o}$ *b e a,* quod est falsum, cum angulus *c* sit rectus.

Data igitur *e l* maiori *e s* et minori *e b,* quæratur *e a,* ex qua cadens temporibus æqualibus conficiat *a e c* et *a e l,* sive *e c* et *e l* post *a e:* quod erit dum *e f, e i* sint æquales, positis *a i, d f* mediis *l a e, c d e.*

Attende. Quo vicinius fuerit *l, s,* eo punctum *a* remotius esse oportet, et quo vicinius fuerit *l, b,* eo *a* propius... contingit puncto *e*; adeo ut, posito *l* in *s,* distantia *a e* est infinita, et posito *l* in *b, a* recidit in *e.* Insuper, dum *l* sit in *s,* puncta *f, i* sunt in medio linearum *e c, e s*; dum vero *l* sit in *b,* puncta *f, i* sunt in *e.*

Duplici aggressione possum progredi. Prima:

Si *a c* sit tempus per *a c,* erit *b i* tempus per *x a,* et *a b* tempus per *a b,* et *b s* tempus per *r b,* et tempus per *a b* post *r a* erit excessus *b s* super *s a,* cui oportet ostendere æquari *a i;* ut verum est.

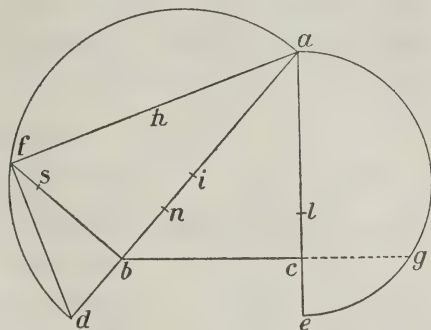
Secunda:

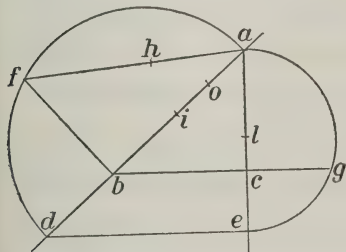
Si *x a* sit tempus per *x a,* erit *a r* tempus per *r a,* et *a s* tempus per *a b* ex quiete in *a,* et *r s* tempus per totam *r b,* et excessus *r s* super *r a* (puta *a o*) erit tempus per *a b* post *r a.* Ostendendum ergo est, *x a* cum *a o* æquari *a s,* ut verum est: quia ut *b a* ad *a r,* ita *c a* ad *a x,* idest *n a* ad *a s*; erit etiam *b n* ad *s r* ut *b a* ad *a r.* Restat ostendendum, *b n* ad *r t* esse quoque ut *b a* ad *a r.* Ponatur *b v* æqualis *b a*: iam erit ut *b v* ad *v s,* ita *s t* ad *t r.*

Si fuerint 4 lineæ, quarum prima et 2^a simul sumptæ sint æquales $3^{æ}$ et $4^{æ}$ simul sumptis, sint autem prima et 2^a minus inter se differentes quam 3^a et 4^a, □ primæ et $2^{æ}$ superat □ $3^{æ}$ e $4^{æ}$ □° contento ad excessu $3^{æ}$ super primam in excessu primæ super 4^{am}.

Si fiat ut *e b* ad *e b c*, ita *e b c* ad aliam *b s*, erit excessus huius super *e b c* ad *b c* ut *e b c* ad *e b*. Fiat igitur ut *e b c* ad *e b*, ita alia ad *b c* (hoc autem fit ducta perpendiculari *c n*; erit enim *n b c* ad *b c* ut *c b e* ad *b e*), quæ alia *c b n* cum *b c* est ea quæ conficitur eodem tempore post *b c* ac ipsa *b c*: quare si fiat ut hæc alia cum *b c* ad *b c*, ita *c b* ad *a b*, erit *a b* quæsitum.

Productis lateribus *a b*, *a c* versus *d*, *e*, et erectis perpendicularibus *c g*, *b f*, ponatur *a n* æqualis *a c*, et ut *a b* ad *b n*, ita fiat *a l* ad *l c*, et ipsi *a l* secetur æqualis *a i*, ipsarumque *a c*, *i b* tertia proportionalis sit *c e*; et diametro *a e* semicirculus ducatur, secans *c g* in *g*, ductaque per *e* parallela *e d*, occurrenti *a b* protractæ in *d*, alter semicirculus describatur, secans perpendicularem *b f* in *f*, et iungatur *f a*: constat iam, ut *a b* ad *b d*, ita esse *a c* ad *c e*, et mediam *b f* ad mediam *c g* ut *a b* ad *a c*, et insuper *i b* esse æqualem *c g*. Cumque *f b* maior sit *c g*, ponatur *b s* ipsi *c g* æqualis: et quia ut *b a* ad *a c*, seu *a n*, ita *f b* ad *c g*, seu *b s*, erit ut *a b* ad *b n*, hoc est *a l* ad *l c*, ita *b f* ad *f s*, et □ sub *f b*, *l c* erit æquale □° sub *a l*, *f s*, seu sub *a i*, *f s*.

$\square^{a}$ æqualia sunt, unum, quod continetur ab *b f* et ab excessu *a c* super *a h*, qui sit *l c*; alterum est quod continetur ab *a h*, vel *a i*, vel *a l*, et ab excessu *f b* super *b i*, vel super *c g*: ergo ut *a l* ad *l c*, ita *b f* ad *f s*, nempe media *b f* ad excessum sui super mediam *c g*. Sed *f b* ad *c g* est ut *a b* ad *a c*: posita igitur *a n* æquali *a c*, erit ut *a b* ad *b n*, ita *a l* ad *l c*.

Totum opus tale videtur esse. Secetur *an* æqualis *ac*, et ut *a b* ad *b n*, ita fiat *a l* ad *l c*, et ponatur *a i* æqualis *a l*, et ut *a c* ad *i b*, ita fiat *i b* ad *c e*: erit *c e* linea quæsita, nempe pars superior perpendiculi, ex qua mobile conficiet ipsam cum *a b* tempore eodem ac solam *a b*.

Si *h a* æquatur *a i*, et *h f*, *f b*, et $\square$ *f a* $\square^{is}$ *f b a*, demptis $\square^{is}$ *f h*, *h a*, *f b*, *i a*, $\square$ bis sub *f h*, *h a* æquabitur $\square$ bis sub *a i*, *i b* et $\square$ *i b*.

2 $\square^{a}$ *a h f* æquantur duabus *a i b*, *f b*, *a c*: est enim $\square$ *a b i* æquale $\square^{o}$ *f b*, *a c*, cum sit ut *a c* ad *c g*, seu *b i*, ita *a b* ad *b f*: oportet igitur ut excessus $\square^{i}$ *a h f* super $\square^{o}$ *a i b*, seu *a h*, *i b*, sit æqualis excessui $\square^{i}$ *f b*, *a c* super $\square^{o}$ *f h a*. Excessus autem $\square^{i}$ *a h f*

super $\square^{\text{o}}$ *aib*, seu *ah*, *cg*, est $\square$ contentum a *gc* et ab excessu *fh*, seu *fb*, super *cg* et ab ipsa *gc*. Excessus vero $\square^{\text{i}}$ *a c b f* super $\square^{\text{o}}$ *a h f* est æqualis $\square^{\text{o}}$ contento ab excessu *a c* super *a h*, seu *a i*, et ab ipsa *f h*. Si igitur ponatur *a l* æqualis *a i*, iste excessus erit $\square$ *f h*, *l c*, cui debet esse æqualis alter excessus $\square^{\text{i}}$ *a h f* super $\square^{\text{o}}$ *a i b*, nempe (posita *b o* æquali *f b*) $\square$ *a i o*.

$\square$ lineæ æqualis duabus *h a f* superat $\square$ *h f* $\square^{\text{lo}}$ ex linea æquali tribus *f h a f* et ex excessu duarum *h a f* super *h f*, quod in nostro casu debet esse *a e*: faciendum itaque est, quod $\square$ trium *f h a f* in *e a* cum $\square^{\text{o}}$ *h f* sint æqualia $\square^{\text{o}}$ ex linea æquali duabus *h a f*; seu dicas, faciendum esse ut tria $\square^{\text{a}}$ trium laterum trianguli *h a f* in *a e* cum duobus $\square^{\text{is}}$ *h a*, *a f* sint æqualia $\square^{\text{o}}$ ex *h a f* tanquam e una linea.

Faciendum est ut $\square$ *f a* ad $\square$ *f e* sit ut duæ *f h a* ad duas *f a e*.

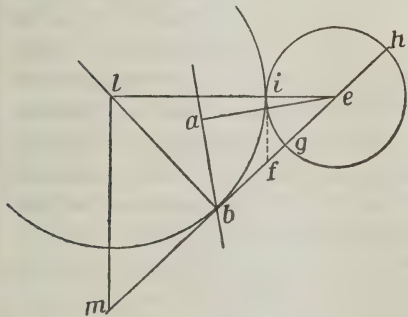
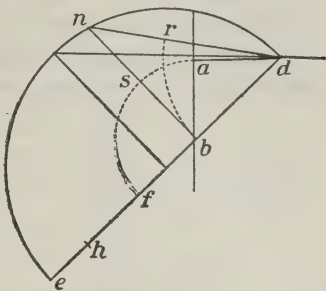
Tempus per *a b*, *a b*; tempus per *b e* ex *a*, *b f*, posita *d f* media inter *e d*, *d b*; ergo tempora per *a e b* erunt *a b f*.

Ponatur media inter *e b*, *b d* ipsa *b h*; erit *b h* tempus *b e* ex *b*: oportet igitur facere ut *b h* sit æqualis duabus *a b f*, hoc est ut *a b* sit æqualis ipsi *f h*.

Factum sit ut tempus per 2 *a b e* sit æquale tempori per solam *b e*. Divisa *d e* bifariam, semicirculus describatur, et ducatur perpendicularis *b n*, et iungatur *d n*: erit *d n* media inter *e d*, *d b*, et *b n* inter *e b d*. Et existente *a b* tempore per *a b*, et *d b* per *d b*, secetur *d f* æqualis

$d\,n$: erit $b\,f$ tempus per $b\,e$ post $d\,b$, seu $a\,b$: unde tempus per 2 $a\,b\,e$ erit $a\,b\,f$: tempus vero per $b\,e$ ex b erit $b\,n$, cum sit media inter $d\,b$, $b\,e$: ergo $b\,n$ æquatur duabus $a\,b\,f$.

Posita communi $b\,d$, erunt 3 $d\,b$, $b\,f$, $b\,a$, hoc est 2 $d\,n$, $b\,a$, æquales duabus $n\,b$, $b\,d$; et ablatis æqualibus $d\,b$, $d\,r$ et $b\,s$, $b\,a$, reliqua $r\,n$ reliquæ $n\,s$ erit æqualis.

$\square$ $b\,g$ æquatur $\square^{is}$ $b\,f$, $f\,g$ et 2 $\square$ $b\,f\,g$: pro $\square^{o}$ $b\,f$ sume $\square$ $h\,f\,g$; erit $\square$ $b\,g$ æquale duobus $\square$ $b\,f\,g$, $\square^{o}$ $f\,g$ et $\square^{o}$ $h\,f\,g$, idest $\square$ $h\,g\,f$ cum $\square^{o}$ $f\,g$: id autem idem est ac si dicas, $\square$ $b\,g$ esse æquale 2 $\square$ $b\,f\,g$, 2 $\square$ $e\,g\,f$ et 2 $\square$ $f\,g$. Ex $\square^{o}$ $b\,g$ deme 2 $\square$ $b\,f\,g$ et 1 $\square$ $g\,f$; remanet $\square$ $b\,f$ æquale 2 $\square$ $e\,g\,f$ minus 1 $\square$ $g\,f$, quod est $\square$ $h\,f\,g$ æquale $\square^{o}$ $b\,f$.

Posito $a\,b$ esse tempus per $a\,b$, erit $e\,b$ tempus per $e\,b$, et tempus per futuram $b\,x$ ex quiete in b erit media inter $e\,b$, $b\,x$; et ideo erigitur perpendicularis $b\,o$, ut in ea notetur media. Tempus vero per totam $e\,b\,x$ futurum est media inter $x\,e$, $e\,b$, quæ erit $e\,o$, cuius excessus super $e\,b$ erit tempus per $b\,x$ post $e\,b$, qui excessus cum $b\,a$ (tempora scilicet per $a\,b\,x$) debent æquari mediæ $b\,o$.

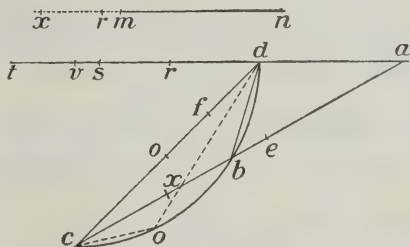
Cum autem hoc fuerit (nempe excessum mediæ *o e*, seu *e n*, super *e b* una cum *a b*, dico *n b a*, esse æquales ipsi *b o*), posita communi *b e*, erunt 2 *n e*, idest *o e*, *a b*, æquales duabus *o b*, *b e*: auferantur *o s*, *b a*, æquales duabus *o b*, *b f*; reliqua *f e* (quæ datur) erit æqualis reliquæ *es*. Redactum ergo est opus, ut, centro *e*, intervallo *e f*, circulo descripto, a centro *e* educatur linea occurrens *b o*, ita ut pars extra circulum, qualis est *s o*, sit æqualis *o b*. Dum autem hoc fuerit, perpendicularis ex *s* ad *s o* occurret *b f*, ut in *h*, et erit æqualis *h b*, et tanget circulum, eritque eius □ æquale □ *p h f*: cumque datæ sint *p f*, *f b*, oportet ita dividere *f b*, ut □ *p h f* sit æquale □ *h b*; quod erit dum *p h* ad *h b* sit ut *b h* ad *h f*, et, componendo, ut *p b* ad *b h*, ita *b f* ad *f h*, et, permutando, ut *p b* ad *b f*, ita *b h* ad *h f*. Dantur autem *p b*, *b f*: ergo dabitur *b h*. Duc igitur a puncto *h* tangentem *h s*, et per *s*, *e s o*, etc.

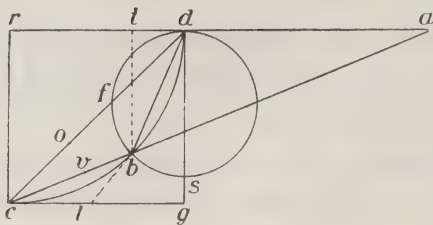
Fac ut dupla *e b* ad *b f*, sic *b f* ad *f h*; seu ut *e b* ad *b f*, sic *b f* ad aliam, cuius dimidium erit *f h*.

Fac ut *b x* ad *x f*, ita *f b* ad *b h*, et habebis punctum *h*.

Inveniendum sit tempus quo conficiuntur 2 *a c b* in ratione ad tempus quo conficitur sola *a b*. Fiat *a b g* ∠ rectus, et semicirculus *a b g* describatur, et protrahatur *a c* ad *s*, et connectantur *g s*, *b s*...

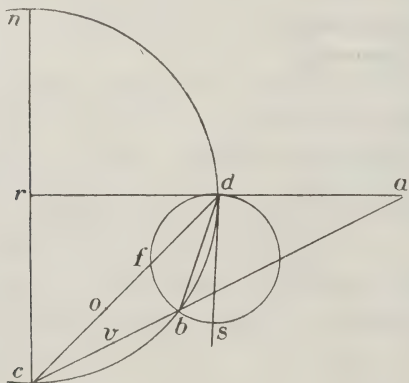
Dicimus, tempus quo mobile permeat lineas *d b*, *b c* brevius esse tempore quo permeat solam *b c*. Sit *a e* æqualis *b c*: si itaque fuerint motus initia puncta *a*, *b*, eodem tempore peragentur lineæ *b c* et *a e*.

Sit tempus quo conficitur *a e*, vel *b c*, ipsum *m n*, et quam rationem habet *a e* ad mediam inter *a e*, *a c*, hanc habeat *n m* ad *n x*; erit *n x* tempus totius *a c*: quam vero rationem habet *c a* ad mediam inter *c a*, *a b*, hanc habeat tempus *x n* ad *n r*; erit *r n* tempus ipsius *a b*, *r x* vero ipsius *b c* post *a b* (quam *x r* oportet minorem esse ipsa *m n*). Ostendatur, citius transiri *b c* post *a b* quam *f c* post *d f*.

Sit *d s* tempus quo peragitur tota *d c*, vel *b c*, et quam rationem habet media inter *c d*, *d f* ad *d f*, hanc habeat tempus *s d* ad *d r*; constat, tempus ipsius *f c* esse *r s*: quia vero tempus ipsius *b c*, seu *a e*, est idem *d s*, fiat ut *e a* ad mediam inter *e a* et totam *a c*, ita *s d* ad *d t*, eritque *d t* tempus totius *a c*. Quod si rursus fiat ut tota *c a* ad mediam inter *c a*, *a b*, ita *t d* ad *d v*, erit *v t* tempus ipsius *b c* post *a b*: hoc autem ostendendum est esse minus ipso *r s*.

Nota. Sit in circumferentia utcumque ducta *d o*, et iungatur *c o*: dico, citius moveri ex *d* in *o* quam ex *o* in *c*. Ostensum enim est, æquali tempore moveri ex *o* in *c*, atque ex *d* in *c*; verum ex *d* in *o* patet celerius fieri motum quam ex *d* in *c*.

Accipiatur media inter *r c*, *b t*, cui æqualis ponatur *d o*: erit reliqua *c o* eadem quæ invenitur per mediam inter *c d*, *d f*, quæ est eadem *d o*.

Considera, momentum in singulis circumferentiæ quadrantis punctis imminui pro ratione accessus puncti perpendicularis, ut *t*, ad centrum.

Ut *b c* ad *c d*, sic *c d*...

Momentum super plano *d c* ad totale momentum est ut linea *t r* ad *r d*, ducta *l b* æquidistante *c d*.

Quæritur ratio *c o* ad *c v*.

□ *c d f* æquatur □ *r c*, *d s*; □ *a c b* æquatur □ *r c n*: ergo □^{um} *c d f* ad □ *a c b* est ut diameter *d s* ad diametrum *n c*: ut autem *c n* ad *d s*, ita *c d* ad *d f*, ob similitudinem portionum *c b c* et *d f*: ut autem *c d* ad *d f*, ita □ *c o* ad □ *o f*.

Ostende, co maiorem esse cv.

Ostende . . .

Sit ut od, dc, ca, av, ita rd, ds, td, dg.

Sit do media inter cd, df; av media inter ca, ab; ck media inter ac, cb; et accipiatur utcumque ds.

Ut cd ad do, ita sd ad dr, seu ut bc ad cd, seu ut dc ad ca.

Fiat ut bc ad ck, ita sd ad dt; ut autem va ad ab, ita td ad dg.

Probetur, gt minorem esse quam sr.

Quia enim ut sd ad dr, ita cd ad do, per conversionem rationis et convertendo, ut rs ad sd, ita oc ad cd; ut autem sd ad dt, ita cd, hoc est kc, ad ca: et quia est ut td ad dg, ita ca ad av, per conversionem rationis erit quoque ut dt ad tg, ita ac ad cv: ergo, ex æquali, ut rs ad gt, ita oc ad cv. Ostenditur autem, per lemmata, co maior quam cv; ergo tempus rs maius est tempore gt: est autem rs tempus quo peragitur fc post df, gt vero tempus quo peragitur bc post ab: ergo patet propositum.

Quia ut ac ad cs, ita sc ad ce et as ad se, ergo ut ac ad ce, idest vb ad be, ita $\square\, as$ ad $\square\, se$: est autem ut vb ad be, ita $\square\, vb$ ad $\square\, bi$: ergo ut $\square\, as$ ad $\square\, se$, ita $\square\, vb$ ad $\square\, bi$, et ut...

Tempus *q p* $219\,{}^1/_3$
q r 120
q s $77\,{}^2/_3$
s r $42\,{}^1/_3$
q t $183\,{}^1/_2$
t p 36

Tempus per *d c* 120
per *d b c* $113\,{}^2/_3$

Sit *q p* tempus per *a c*, et ut *a c* ad *c d*, ita fiat *p q* ad *q r:* erit *q r* tempus per *d c* seu per *b c*. Sit ut *c d* ad *d o*, ita *r q* ad *q s*: erit *q s* tempus per *d f*, et *s r* tempus per *f c* post *d f*.

Fiat rursus ut *c a* ad *a v*, ita tempus *p q* ad *q t*: erit *q t* tempus per *a b*, *t p* vero tempus per *b c* post *a b*.

Cum semidiameter sit 100000, quadrantis circumferentia est $\left\{\begin{matrix}157143\\157042\end{matrix}\right.$; seu si semidiameter sit 1000, circumferentia quadrantis $\left\{\begin{matrix}\text{plus} & 1570\\ \text{minus} & 1571\end{matrix}\right.$; si □ sit 1000000, quadrans erit 785250.

Tempus quo conficeretur circumferentia quadrantis, si esset recta et ad perpendiculum, 125331.

Tempus per *a c* ad tempus per 2 *a e c* est ut 1000 ad $937\,{}^1/_2$ fere; tempus per *e c* ad tempus per 2 *e g c*, ut 1000 ad $866\,{}^3/_5$; tempus per 8 *c* ad duas suas, ut 1000 ad $733\,{}^2/_3$.

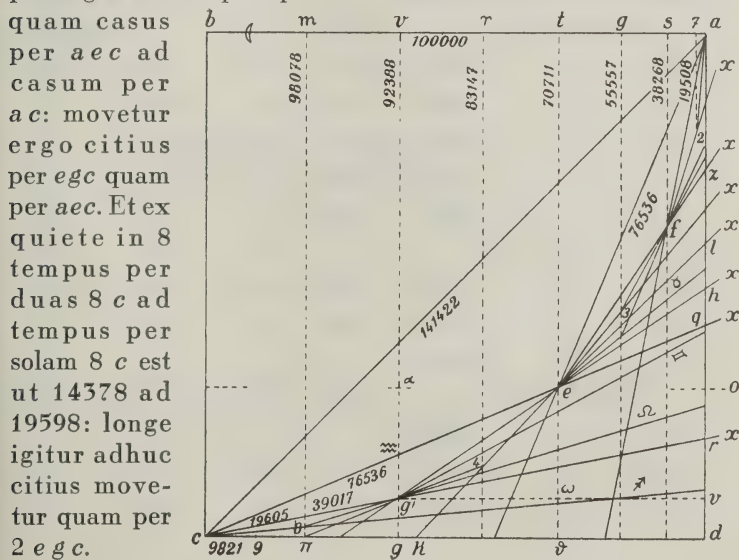
a d longa puncta 180; sit tempus casus per ipsam m^1 180, et per ambas *a d c* m^1 270.

a c longa puncta 254 $^3/_5$; tempus casus per illam m^1 254 $^3/_5$.

a e longa puncta 138; tempus casus per illam m^1 164.

e c longa puncta 138; tempus casus per eam post *a c* m^1 75, et per ambas *a e c* m^1 239.

a f recta 70 $^1/_2$; tempus etc. 113 $^1/_2$;
f e recta 70 $^1/_2$; tempus casus post *a f* 48 } et per ambas *a f e* m^1 161 $^1/_2$
e g recta 70 $^1/_2$; tempus 39
g c recta 70 $^1/_2$ . . . . . . 36 } et per ambas *e g c* 75
} et per 4 *a f e g c* 236 $^1/_2$

Considera num tempus per *a c* ad tempus per duas *a e c* sit ut radix radicis lineæ quæ a centro *b* super *a c* cadit perpendiculariter, ad radicem radicis perpendicularis ex eodem centro super *a e*. Tempus per 2 *e g c* ex quiete in *e* est 66326; deberet autem esse 71757, si casus per *e g c* ad tempus per *e c* haberet eandem rationem quam casus per *a e c* ad casum per *a c*: movetur ergo citius per *egc* quam per *aec*. Et ex quiete in 8 tempus per duas 8 *c* ad tempus per solam 8 *c* est ut 14378 ad 19598: longe igitur adhuc citius movetur quam per 2 *e g c*.

a d longa . . .	100000		
tempus casus . . .		100000	media inter *a d, t e* 84090
a c	141422 ;	141422	tempus per *t e* . . 84090
a e	76536 ;	91017	per ambas *a e c* tempus 132593
x q e c tota . .	261313 ;	261313	
c e	76536 ;	41576	
a f recta . . .	39017		
tempus casus . . .		63045	media inter *d a, f s* 61861
f z x	46022 ;	74408	tempus per *s f* . . 61861
e f z x tota. . .	85039		per ambas *a f e* 89766
tempus		101129	
e f recta . . .	39017		
tempus		26721	per ambas 4 131319 ; tempus per *v g* 96118
e h x	127228		
tempus		151300	
g e h x	166245 ;	172957	
e g	39017 ;	21657	per ambas *e g c* 41553
g r x	472242 ;	491363	
c g r x	511259 ;	511259	
c g	39017 ;	19896	
k e l	82843 ;	50404	per 3 *a l e k c* 135475
l x, l d	58579 ;	91018	
l a	41422 ;		
tempus casus . . .		64360	
e l x	100000		
k e l x	141422		
k c	41422 ;	20711	

a 2	19604;	
tempus		44385
2 x	20386;	46156
f 2 x	39990;	64644
2 f	19604;	18488
f 3	19604;	14372
f x	43392;	70144
3 f x	62996;	
tempus		84516
e 3	19604;	12360
e 3 x	91475;	108783
3 x	71871;	96423
4 e ♉	131072;	143743
e ♉	111468;	132558
e 4	19604;	11185
g 4 ♊	195993;	203906
4 ♊	176389;	193439
g 4	19604;	10467
8 g ♌	338035;	341316
g ♌	318431;	331287
8 g	19604;	10029
c 8 ♐	1019979;	1019979
8 ♐	1000375;	1010187
c 8	19604;	9792

72 longa 19508; tempus 44168
2 x 20386; tempus ....

per ambas *a 2 f* 62873

per ambas *f 3 e* 26732

per 4 *a 2 f 3 e* 89605

linea *39* 55552
tempus 74536

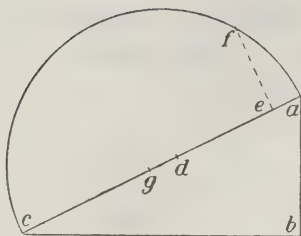
4 ♈ 83147
tempus 91185

per ambas *e 4 g* 21652

per 4 *e 4 g 8 c* 41473

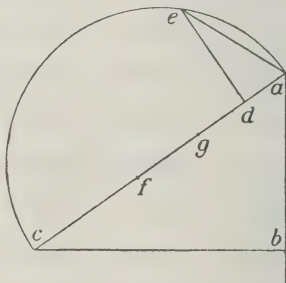
per ambas *g 8 c* 19821

8 ♏
tempus 99030

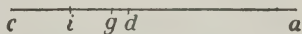
per 8 *a 2 f 3 e 4 g 8 c* 131078

Quæritur in *a c* pars æqualis *a b*, quæ conficiatur tempore æquali tempori per *a b*. Ponatur *a d* æqualis *a b*, et circa *a c* semicirculus describatur, et ponatur *a f* æqualis dimidiæ *d c*, et ab *f* demittatur perpendicularis *f e*, et *e g* ponatur æqualis *a b*: dico, *e g* ex quiete in *a* confici eodem tempore ac *a b*, media proportionalis inter *c a*, *a g*...

Quæritur versus *c* pars quæ conficiatur eodem tempore ac *a d*.

Sit tempus per *a c*, *a c*; tempus per *a d* erit *a e*: ponatur *c f* æqualis *a e*, et ipsarum *c a*, *a f* 3ª proportionalis sit *a g*: dico, *g c* esse quod quæritur. Cum enim tempus per totam *a c* sit *a c*, tempus per *a g* erit *a f*, media inter *c a*, *a g*, et reliqua *f c* erit tempus per *g c*: est autem *f c* posita æqualis *a e*: ergo patet.

In qualibet latione spacium quod conficitur versus finem eodem tempore ac spatium versus principium, est medium proportionale inter totum lationis spatium et ipsum spatium versus principium.

Secta *c a* utcumque in *d*, pars vero *c d* bifariam in *i*, dico quod si fiat ut tota *a c* ad *c e*, ita *i d* ad *d g*, erit ut *c a* ad *a i*, ita *i a* ad *a g*.

Si totum *c a* ad totum *a i* est ut ablatum *i a* ad ablatum *a g*, erit reliquum *c i* ad reliquum *i g*, idest reliquum

d i ad reliquum *i g*, ut totum *c a* ad *a i*, seu *i a* ad *a g*, et, per conversionem rationis, ut *a c* ad *c i*, ita *i d* ad *d g*, seu *ci* ad *dg*, idest ad *ae*: sed ita factum est. Componitur itaque: quia *c i* ad *a e*, idest *i d* ad *d g*, est ut *a c* ad *c i*, erit, per conversionem rationis, ut *c a* ad *a i*, ita *d i* ad *i g*, seu *c i* ad *i g*; cum itaque sit ut totum *c a* ad totum *a i*, ita ablatum *c i* ad ablatum *i g*, erit etiam reliquum *i a* ad reliquum *a g* ut totum *c a* ad totum *a i*: quod erat ostendendum.

c i g d a

Faciendum ut *a i* ad *i g*, ita *i g* ad *g d*. Ponatur *i c* æqualis *i d*, et fiat ut *a c* ad *c i*, ita *i d* ad *d g*: erit, per conversionem rationis, ut *c a* ad *a i*, ita *d i* ad *i g*, seu *c i* ad *i g*: et cum ut totum *c a* ad totum *a i*, ita ablatum *c i* ad ablatum *i g*, erit reliquum *i a* ad reliquum *a g* ut ablatum *c i*, seu *d i*, ad *i g*, et, per conversionem rationis, ut *a i* ad *i g*, ita *i d* ad *d g*.

a d g i c

Particolari privilegii dell'artiglieria sopra gli altri strumenti mecanici.

Della sua forza, ed onde proceda.

Se operi con maggior forza in una certa distanza o da vicino.

Se la palla vadia per linea retta, non sendo tirata a perpendicolo.

Che linea descriva la palla nel suo moto.

La causa ed il tempo dello stornare il pezzo.

Impedimenti che rendono il pezo difettoso ed il tiro incerto.

Del metterle a cavallo e scavalcarle.

Della fabrica del colibro.

Dell'esamine circa la bontá e giustezza del pezzo.

Se quanto piú è lungo il pezzo, piú tira lontano, e perché.

A quale elevazione tiri piú da lontano, e perché.

Che nel tornare la palla ingiú nel perpendicolo, torna con le medesime forze e velocitá con che andò in su.

Diverse palle artifiziate e lanterne, e lor uso.

Prima proposizione. Che 'l proietto descrive la parabola.

2ª Prova, il moto composto di 2 equabili, orizontale e perpendicolare, essere in potenza eguale ad amendue.

3. Considera il moto composto di 2, orizontale equabile e perpendicolare accelerato.

4. Mostro come si debba determinar l'impeto del proietto in tutti i punti della parabola.

5. Trovare, nell'asse prolungato della data parabola, il punto sublime dal quale il cadente descrive la parabola. Segue il corollario, che la metá dell'ampiezza è media tra l'altezza e la sublimitá della parabola. Si ag-

giugne l'altro corollario, che è, le amplitudini delle parabole essere eguali quando le loro altezze e sublimitá alternatamente sono eguali.

6. Data la sublimitá e l'altezza, trovar l'ampiezza della parabola.

7. Nel descriver parabole di ampiezze eguali, minor impeto si ricerca in quella la cui ampiezza è doppia dell'altezza, che in qual si voglia altra. Segue per corollario, nelle parabole descritte dal medesimo impeto l'amplitudine massima esser di quella che nasce dall'elevazione dell'angolo semiretto.

8. Le ampiezze de i tiri cacciati con l'istesso impeto e per angoli egualmente mancanti o eccedenti l'angolo semiretto, sono eguali.

9. Le ampiezze sono eguali delle parabole, le altezze e sublimitá delle quali si rispondono contrariamente.

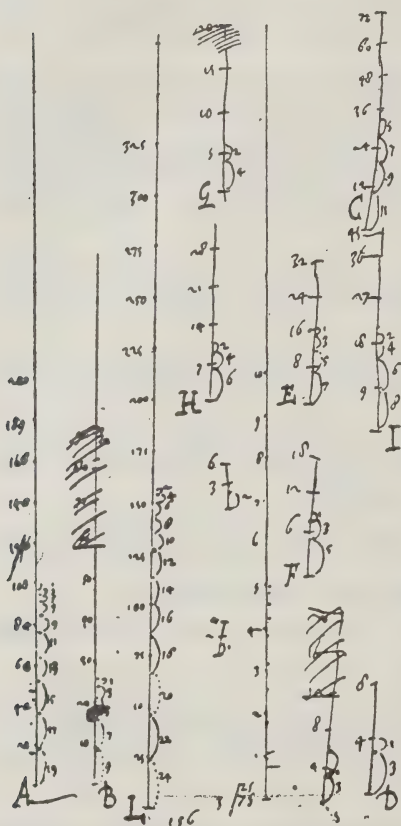
10. I momenti delle parabole d'eguali ampiezze son fra loro come i momenti delle altezze perpendicolari dalle quali si generano esse parabole.

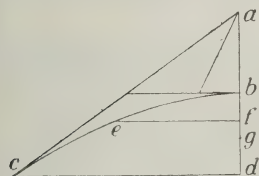
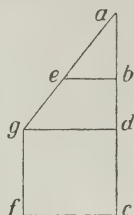
11. Il momento di qualsivoglia semiparabola è eguale al momento del cadente per la perpendicolare composta dell'altezza e sublimitá della semiparabola.

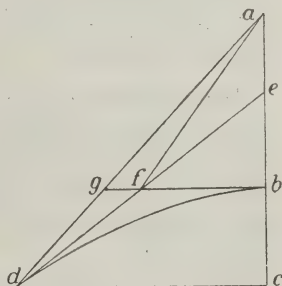
12. Dato l'impeto e l'ampiezza, trovar l'altezza della parabola.

Notabile per i proietti nel determinare quanto detragga la propension naturale in giú al moto preternaturale della proiezzione.

Si impetus violentus disponatur secundum numeros pares, descensus naturalis demit dimidium, ut constat in exemplis D, F, E, B, C, A: verum si dispositio sit secundum numeros impares, naturalis descensus demit minus quam dimidium iuxta numerum partium dispositarum, ut patet

in exemplis G, H, I, L. In G enim partes dispositæ iuxta impetum violentum non retardatum sunt 3, nempe 5, 10, 15; ex quibus in prima demitur 1, et relinquitur 4; dempto ex 2ª 4, relinquitur 6; dempto ex 3ª, nempe ex 15, 9, relinquitur idem numerus 6, qui deficit a dimidio 15 per 3, qui est numerus partium 5, 10, 15. In exemplo H numerus partium est 4, subtractiones motus naturalis sunt 6, 4, 2, quæ conficiunt 12, cuius duplum deficit a 28 per 4. In exemplo I subtractiones 8, 6, 4, 2 exibent 20, cuius duplum deficit a 45 per 5, qui similiter est numerus partium etc. In L pariter apparet, subtractiones, nempe 156, duplicatas deficere per 13 (qui est numerus partium motus violenti) a 325, etc.

Sit ut *b a* ad *a d,* ita *d a* ad *a c,* et sit *b e* gradus velocitatis in *b,* et ut *b a* ad *a d,* ita sit *b e* ad *c f*; erit *c f* gradus velocitatis in *c.* Cum itaque sit ut *c a* ad *a d,* ita *c f* ad *b e,* erit etiam ut □ *c a* ad □ *a d,* ita □ *c f* ad □ *b e*: ut autem □ *c a* ad □ *a d,* ita *c a* ad *a b*; ut igitur *c a* ad *a b,* ita □ *c f* ad □ *b e*: sunt ergo puncta *e, f* in parabola.

Con un grado d'impeto fa 2 miglia all'ora; con 4 gradi d'impeto fará 8 miglia in un'ora, e 16 in due ore.

Determinetur ergo impetus in singulis punctis parabolæ *b e c* ex potentia momenti acquisiti per descensum *a b,* quod semper servatur idem et determinat impetum orizontalem, et ex potentia alterius momenti acquisiti in descensu perpendiculari. Ut, v. g., in *e* erit impetus determinatus a linea potente *a b* et media inter *d b, b f,* quæ sit *b g.*

Parabola *b d* describitur ab elevatione *a b* cum altitudine *b c.* Ponatur, *a b* esse tempus et impetum casus *a b,* sitque *d e* tangens parabolam: erit *e b* æqualis *b c*: cumque *b f* sit subdupla amplitudinis *c d,* erit quoque media inter sublimitatem *a b* et altitudinem *b c,* eritque tempus casus et impetus per *b c* in *c.* Iuncta igitur *a f,* erit mensura impetus in *d* cadentis per *a b d.* Attende numquid tempus et impetus per *a b* cum parabola *b d* est idem cum tempore et impetu per inclinatam *a d.*

Tutta *a c* 140, e tanto sia il tempo e l'impeto in *c*, il quale impeto è di passare 280 nel tempo 140.

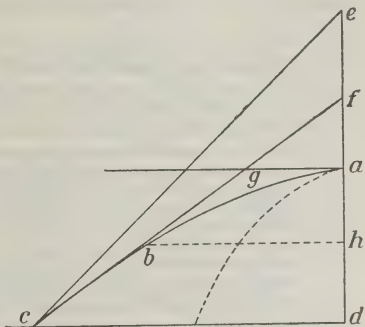
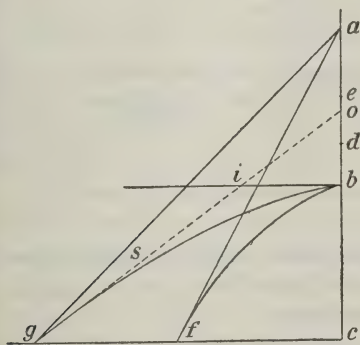
a b 80; sará il suo tempo la media tra *a c*, *a b*, cioè tra 140 e 80, che è 105: e però nell'orizontale *b g* la velocitá sará di passare, nel tempo 105 di *a b*, 160, che è il doppio di *a b*. Ma il tempo di *b c*, dalla quiete in *b*, è la media tra *a c* 140 e *b c* 60, che è 91; adunque diremo: In questo tempo 91, quanto si passerá di *b g*, della quale nel tempo di *a b*, che è 105, se ne passa 160? Per la regola se ne passerá 138, e torna bene, ché tanta è *c d*.

Sia *a b* 80, tempo ed impeto in *b*, che nella *b g*, in tempo 80, passerá 160. Il tempo di *b c* sará la media tra *b c* 60 e *a b* 80, che sará 69. In questo tempo 69, quanto si passerá in *b g*, dove in 80 di tempo si passa 160? Si passa 138, e torna bene.

a b 60, tempo ed impeto; *b c* 30; sará suo tempo ed impeto la media tra 60 e 30, che è 42 $^1/_3$; adunque tutto 'l tempo di *a b d* è 102 $^1/_3$. L'ampiezza *c d* è doppia della media tra *a b*, *b c*: è dunque 84 $^2/_3$. Ma tutta *a c* è 90, e *c d* 84 $^2/_3$; adunque *a d* sará 123, ed il tempo di tutta *a d* sará quanto la media tra *d a*, *a g*, che torna 100 e piú, e mostra star bene.

Impetus in *b* ex *a* sit 100, sitque *b c* ipsi *b a* æqualis; erit impetus in *d* per *a b d* 142 proxime, et distantia *c d* 200. Impetus in *f* erit 125, distantia vero *f i* 150: deberet autem esse 176 fere, ut servaretur ratio impetus in *d* ad suam distantiam *d c*. Impetus in *h* fere 160, distantia eius *h k* 250.

* Sit parabola *a b c* cuius amplitudo *c d* dupla sit altitudinis *d a* et illa tangat *e c* in puncto *c*; erit *a e* æqualis *a d*; et cadens ex *e* conversum in *a* describit parabolam *a b c*. Sumatur in parabola quodlibet punctum *b*; contemplandum est quomodo pro describenda parabola *a b*.

Ex *a* reperiatur punctum *e* ex quo decidat proiectum. Tangat *b g f* ipsam in *b*, et ducatur orizontalis *b h*; erit *a h* æqualis *a f*. Dico modo punctum *e* reperiri, quia ut *a f* ad *a g* ita est *g a* ad *a e*; quod sic probatur: ut *d a* ad *a g*, ita 2pla *d a* ad 2plam *a g*, nempe *d c* ad *h b*, et ut □ *d a* ad □ *a g*, ita □ *d c* ad □ *h b*, et ita est linea *d a* ad *a h*, seu *e a* ad *a f*. Constat igitur quod si datæ parabolæ *a b*, inveniendus sit punctus sublimis *e* ex quo cadens conficiat parabolam *a b*; posita *a f* æquali *a h* et ducta *f g b* quæ parabolam tanget in *b*, sumpta 3ª proportionalis ipsarum *f a*, *a g*, dabit *a e* ex qua cadens etc.; quod erat faciendum.

Melius. Sit parabola *a b* cuius amplitudo *b h* et axis perpendicularis *h e*, in quo invenienda sit altitudo ex qua cadens parabolam describat. Ponatur *a f* æqualis *a h*, et connectatur *f b* secans orizontalem *a g* in *g* et tangens parabolam in *b*. Sitque ipsarum *f a*, *a g* 3ª proportionalis *a e*; dico *e* esse punctum quæsitum; si enim intelligamus *e a* esse mensuram temporis casus ex *e* in *a* et impetus acquisiti in *a* erit *a g*.

Scritta. (Media nempe inter *e a*, *a f*) tempus et impetus venientis ex *f* in *a* seu ex *a* in *h*; sed impetus in *a* cadentis ex *e* tempore *e a* cum impetu acquisito in *a*,

conficit in orizontali motu æquabili duplam *e a*, ergo etiam eodem impetu in tempore *a g* conficiet duplam *g a*, nempe *b h*, et in perpendiculari motu ex quiete eodem

tempore *g a* conficit *a h*; ergo eodem tempore conficiuntur amplitudo *h b* et altitudo *a h*: describitur ergo parabola *a b* ex casu ex *e*, quod quærebatur.

Tangat parabolam *o s*; demonstrandum ut *o b* ad *b i*, ita esse *i b* ad *b a*, ita ut media sit *b i* inter *a b*, *b o*.

a b 41 momentum in *g* 82 momentum in *f* 63. *

Datæ parabolæ elevationem invenire, ex qua decidens mobile parabolam datam describat.

Sit data parabola *b f*, cuius altitudo *b i*, amplitudo vero *i f*; ducta orizontali *b l*, accipiatur in perpendiculo *b e* æqualis *b i*, et connectatur *e l f*, quæ parabolam tanget in *f* et orizontalem secabit in *l*; fiat ut *e b* ad *b l*, ita *l b* ad *b a*: dico, *a b* esse elevationem, ex qua decidens mobile, in *b* conversum, describet parabolam *b f*.

Si enim intelligatur, tempus casus per *e b* esse ipsum *e b*, et idem *e b* esse momentum celeritatis in *b*, erit *b l* tempus et momentum in *b* cadentis ex *a*: cadens igitur ex *a* in *b*, conversum in orizonte, tempore *b l* transibit duplam *b a*; ergo in eodem motu, tempore *e b*, transibit duplam *b l*: est enim ut tempus *e b* ad tempus *b l*, ita dupla *b l* ad duplam *b a*. Dupla vero *b l* est ipsa *f i*; ergo tempore *b e* a cadenti ex *a* conficietur orizontalis *i f*: sed eodem tempore *e b* conficitur perpendicularis *b i* ex quiete in *b*: ergo cadens ex *a*, conversus in *b*, eodem tempore conficit orizontalem *i f* et perpendicularem *b i* ex quiete in *b*: describet ergo parabolam *b f*.

Constat, dimidiam basim esse mediam proportionalem inter altitudinem parabolæ et elevationem supra parabolam, ex qua cadens illam designat.

Data amplitudine et altitudine semiparabolæ, sublimitatem reperire.

Id statim colligitur ex eo quod dimidia amplitudo mediat inter altitudinem et sublimitatem; ergo, diviso □°

dimidiæ amplitudinis per altitudinem, habebimus sublimitatem quæsitam. Altitudines semiparabolarum, quarum eadem est amplitudo, æquantur dimidiæ tangenti arcum suarum elevationum.

Cadens ex *a* in *c*, conversus, describit parabolam *c d*; si vero momentum velocitatis in *c* duplum foret, describeret parabolam *c e*, cuius *e g* dupla esset ad *g d*: impetus enim duplus in *c* permeat in orizonte duplum spacium tempore eodem. Sed ut acquiratur in *c* momentum duplum, necesse est, casum fieri ex quadrupla altitudine, nempe ex *c b*.

Pariter, ex altitudine quadrupla ad *c b* describetur parabola *c f*, cuius amplitudo *g f* dupla est ad *g e*.

Verum mobile in *d* videtur supra impetum in *c* addere impetum acquisitum per parabolam *c d*, quod respondet altitudini *c g*. Mobile vero in *e* idem momentum addit supra impetum quem habuit in *c*, qui erat duplus ad impetum alterius mobilis; ergo impetus mobilis in *e* videtur esse sexquialterus ad impetum mobilis in *d*. Similiter invenietur, impetum in *f* ad impetum in *e* esse ut 5 ad 3.

In elevatione igitur *e a* si proiectum habuerit impetum sexquialterum ad impetum in *d*, proiecti secundum elevationem *d a* proiicientur secundum parabolas *e c*, *d c* intra easdem parallelas, sed distantia *e g* dupla erit ad *d g*.

Impetus in *c* cadentis ex *a* sit 100; cadentis ex *b* erit 200: impetus in *d* erit 200; impetus in *e* erit 300.

Cadentis in *a* ex *h* impetus in *a* erit 141; conversi vero per parabolam *a e* impetus in *e* erit duplicatus, nempe 282.

Constat igitur, maiorem esse impetum venientis per parabolam ce in e, quam venientis per parabolam ae. Et si proiectum ex e, secundum elevationem eh, habet impetum ut 282, conficiet parabolam ea; secundum elevationem vero ea conficiet proiectum parabolam ec, si habuerit impetum ut 300. Ergo in elevatione semirecti eh ab eadem vi longius eiaculatur, quam in elevatione ea, quæ minor est semirecto.

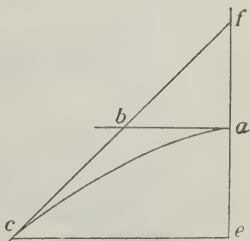
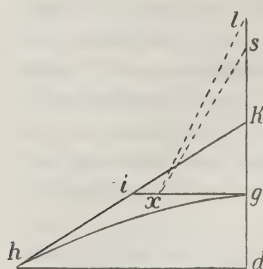
Impetus in f est 500, venientis per parabolam cf; venientis vero per parabolam hf, impetus in f est 400. Ex quo patet etiam, longius eiaculari ab eadem vi per elevationem semirecti, quam per minorem.

Impetus in c ex s erit 50; in r erit 150.

Impetus vero in t ex c est fere $70\,{}^1/_2$; conversi per parabolam tr in r erit 141, minor nempe quam venientis ex s per c in r, qui fuit 150. Unde constat, quod in elevatione semirecti rt ab eadem vi longior fit proiectio, quam per elevationem rc.

Sit ce dupla ad ea, et fc tangat parabolam ac: sit adhuc hd æqualis ce et maior quam dupla ad dg, et kh tangat parabolam gh, et ut kg ad gi, ita sit ig ad gl; erit l initium casus per parabolam gh: et sit gx media inter ae, gd; gs vero media inter ig, gl: demonstrandum est, sx maiorem esse quam fb.

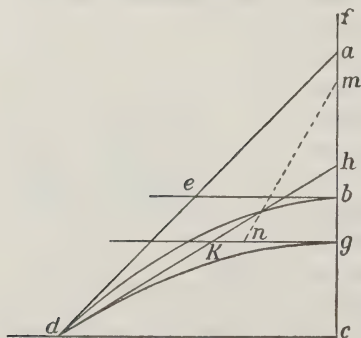
$\square\, fb$ æquatur $\square^{is}\, fa$, ab, idest est duplum $\square^{i}\, gi$; et $\square\, sx$ æquatur $\square^{is}\, sg$, gx: ostende ergo $\square^{a}\, sg$, gx, vel $\square^{um}\, sx$, esse plus quam dupla $\square^{i}\, ig$.

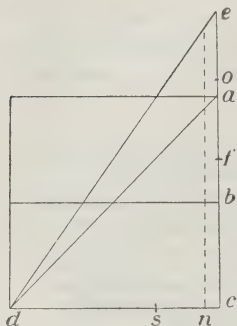
$\square^{um}\, gx$ æquatur $\square^{o}\, igd$; ut dg ad gx, ita gx ad gi: ergo ut dg ad gi, ita $\square\, dg$ ad $\square\, gx$; ut autem dg, seu kg, ad gi, ita ig ad gl. Quia ut $\square\, xg$ ad $\square\, gi$, ita ig ad gl; ut autem

i g ad *g l*, ita □ *i g* ad □ mediæ inter *i g*, *g l*, quæ sit *g s*; ergo ut □ *x g* ad □ *g i*, ita □ *g i* ad □ *g s*. Est autem *x g* minor quam *g i* (quia et *d g* minor est quam *g i*): ergo □ *i g* minor est $\square^{o}$ mediæ. Sed cum 3 $\square^{a}$ *x g*, *g i* et mediæ sint proportionalia, erunt extrema plus quam dupla $\square^{i}$ *g i*.

* Sit parabola *b d* cuius amplitudo *d c* sit 2pla ad altitudinem *c b*. Examinandum ipsam describi a minori impetu quam reliquæ omnes quarum eadem sit amplitudo, alia vero altitudo.

Esto enim parabola *g d* quam tangat *h d* et fiat ut *h g* ad *g k* ita *k g* ad *g l*; erit ex antedemonstratis altitudo *l g* ex qua cadens describet parabolam *g d*. Ponatur *a b* esse mensuram temporis et impetus: erit igitur *a e* momentum lati ex *a* per parabolam *b d* in *d*. Inter *a b* et *g l* media sit *g m*, erit *g m* tempus et momentum in *g* cadentis ex *l*. Sit rursus inter *b c*, *c g* media *g n* quæ erit momenti velocitatis et temporis mensura cadentis ex *g* in *c*: cum assumptum sit *b c* seu *b a* esse tempus et momentum per *b c*, si igitur iungatur *m n* erit *m n* impetus proiecti per parabolam *g d* in *d*.

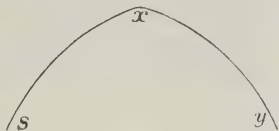
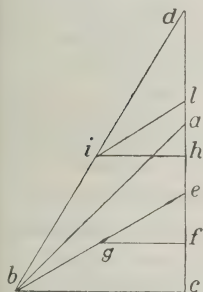
Esse autem *m n* maiorem quam *a e* sic probatur: quia enim *g n* posita est media inter *b c*, *c g*, est autem *b c* æqualis *b e* hoc est *k g* (est enim unaquæque subdupla *d c*), erit ut

c g ad *g n* ita *n g* ad *g k*, et ut *c g* seu *h g* ad *g k*, ita □ *n g* ad □ *g k*; ut autem *h g* ad *g k* ita facta est *k g* ad *g l*; ergo ut □ *n g* ad □ *g k* ita *k g* ad *g l*. Sed ut *k g* ad *g l* ita □ *k g* ad □ *g m*; media enim est *g m* inter *k g*, *g l*, ergo 3 $\square^{a}$ *n g*, *k g*, *g m* sunt proportionalia, et 2 extrema *n g*, *g m* idest *m n* maius quam duplum $\square^{i}$ *k g*, cuius $\square^{um}$ *a e* duplum est; ergo □ *m n* maius est $\square^{o}$ *a e* et linea *m n* maior linea *e a*. *

Sia l'angolo *a d c* gradi 45: è manifesto che dalla sublimitá *a b* nascerá la parabola, la cui altezza *b c*. Posto l'angolo *e d c* gradi 55, si cerca la parabola alla elevazione di gradi 55, la cui sublimitá e altezza siano eguali alla *a c*.

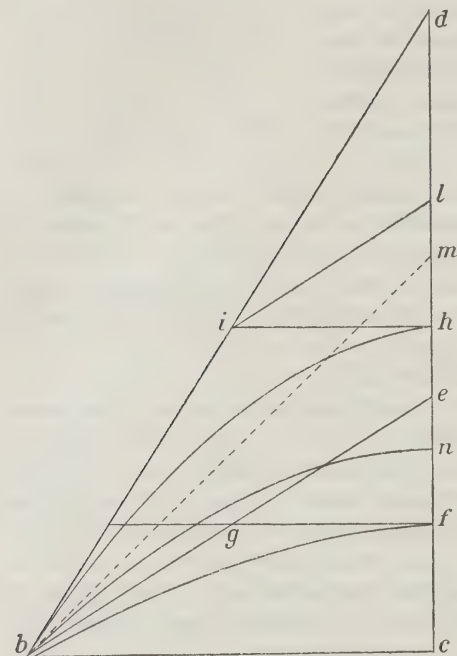
Con falsa posizione cerca se di tal parabola fusse l'asse nella *e c*, con la tangente *e d*, e però dividendo la *e c* in mezo in *f*, onde l'altezza di tal parabola sia *f c* e la sublimitá *f a*: il che allora sarebbe quando la metá dell'ampiezza *c d* si trovasse esser media proporzionale tra la *c f* e la *f a*. Ma tra *e f* (cioè *f c*) ed *f a* media una minore della metá di *c d*, essendo che la metá di *c d* è media tra *c b* e *b a*: trova dunque quale è la sublimitá tra la quale e la *f c* sia media la metá dell'ampiezza *c d*, cioè la *c b*, e trovata che sia, pongasegli eguale la *f o*, ed arassi la sublimitá *o f* descrivere la parabola, la cui altezza sia *f c* ed ampiezza *c d*.

È dunque tal parabola maggiore della cercata, secondo che la *o c* è maggiore della *a c*; ma ben gli è simile, sendo toccata dalla *e d*. Convien dunque descriverne altra simile, diminuendo la sua sublimitá e ampiezza secondo la proporzione di *c a* a *c o*. Facciasi dunque come *o c* a *c a*, cosí *c d* a *c n*. Si cerca l'ampiezza *n d*.

Data la tangente *c e* mediante l'angolo retto *e d c*, dividasi in mezo in *f*, e delle *f c*, *c s* sia 3ª proporzionale *f o*, che sará la sublimitá della parabola *f d*; congiugni *c f* con *f o*, facendo *o c*; facciasi poi come *o c* a *c a* cosí *c d* a *d n*, ed aremo l'ampiezza cercata, cioè della parabola la cui sublimitá e altezza sono eguali alla *a c*, e per conseguenza nascono da impeti eguali de' proietti cacciati dal punto *d*.

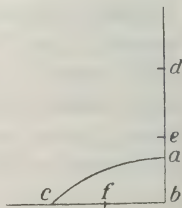
SIMPL. Che la palla ricacciata in su descriva la medesima sx, mi par duro.

SAGR. Ma se non vi par duro che, descrivendo la parabola intera yxs, possa ridescriver la sxy, non vedete che di necessitá fa la sx?

Sit △ rectangulum abc, latera habens æqualia ac, cb. Fiant ∠ æquales dba, abe, et divisa ec bifariam in f, et ducta fg parallela cb, fiat ut ef ad fg, ita gf ad fl: dico quod, si tota dc bifariam secetur in h, ducta hi parallela bc, erit ut dh ad hi, ita ih ad hl.

Quia enim angulus cab æquatur angulo cba, et dba angulo abe, et angulus ceb duobus eab, abe est æqualis, ergo cbe ipsi cbd æquabitur, et triangulus ecb triangulo dcb erit similis, et illis quoque et inter se similes sunt egf, dih. Sed quia est ut ef ad ig, ita gf ad fl, erit triangulus agf ipsi egf similis, et ipsi quoque dih.

* In 3ang.^{o} rectang.^{o} bcd fiat ang.^{o} d æqualis ang.^{us} cbe, et iungatur eb; erunt ergo 2 3ang.^{a} dcb, ebc similia. Dividatur tota dc bifariam in h et parallela hi sit ipsi cb; dividatur pariter ec bifariam in f, et ducatur fg parallela bc, et fiat ut dh ad hi ita hi ad hl et iungatur li; erit 3ang.^{um} lih simile 3ang.^{o} dhi, et ob id simile quoque ipsi efg; sed hi est æqualis gf (utriusque enim dupla est bc), ergo reliqua latera hl, fe æqualia erunt; quare tertia proportionalis ipsarum lh, hi nempe hd, erit æqualis 3^{ae} proportionali ipsarum ef, fg; sed 3^{a} proportionalis ipsarum lh, hi est hd, dimidia

nempe totius *d c*, ergo 3ª proportionalis ipsarum *e f*, *f g* æquabitur dimidiæ *c d*, nempe ipsi *c h*. Sed *c h* est æqualis *f l*, cum *c f* sit æqualis *h l*, et *f h* communis, ergo 3ª proportionalis ipsarum *e f*, *f c* erit *f l* terminata in puncto *l*, ubi terminatur 3ª proportionalis ipsarum *d h*, *h i*.

Ex hoc demonstrabitur proiectorum *e m* elevationes a semirecta per angulos æquales factorum amplitudines parabolarum esse æquales. *

Tabula altitudinum semiparabolarum infra elevationem gr. 45, quarum impetus est semper idem, nempe sublimitas cum altitudine 10000.

Sit impetus datus semper idem, nempe *b d*, ex altitudine et sublimitate composita linea *d b* 10000; et quia dimidia amplitudo, nempe *b f*, mediat inter altitudinem et sublimitatem, intelligatur *d b* divisa ita, ut □ partium sit æquale □° *f b*. Quod si *d b* divisa sit bifariam in

e, erit □ *b e* æquale □ partium ipsius *d b* et □ *a e*; si ergo a □ *b e* dematur □ *f b* (seu dicas □ illi æquale, a partibus contentum) remanebit □ *e a*, cuius radix, dempta ex *e b*, relinquet *b a* altitudinem quæsitam. Amplitudo autem *b c* iam calculata est ad singulos gradus elevationis.

Per trovar l'altezze delle parabole.

Dal □° della metá dell'impeto (che è l'altezza con la sublimitá della parabola) cava il □° della metá dell'ampiezza della semiparabola; e la radice del rimanente, aggiunta alla metá dell'impeto, dará l'altezza cercata, quando l'elevazione è piú di gradi 45. Per la presente tavola che si fabrica, la metá dell'impeto è sempre 5000. Ma se l'elevazione sará meno di gradi 45, la detta radice del rimanente si de' sottrar dalla metá dell'impeto, ed il restante è l'altezza cercata.

ad elevationem gr. 22 proiectio in plano absumit amplitudinem ut 4 ad 3, nempe sexquitertia altitudinis.

Altitudines semiparabolarum, quarum eadem sit amplitudo, reperire.

Id autem absolvitur per dimidiam tangentem arcum elevationis datæ semiparabolæ.

Inventa, ex dictis, altitudine, sublimitates singularum semiparabolarum, quarum eadem sit amplitudo, facile reperies. Nam, cum dimidia amplitudo mediet inter altitudinem et sublimitatem, diviso □ mediæ amplitudinis per altitudinem, habebimus sublimitatem, quæ postea, addita altitudini, exibet impetum.

Fabricemus ergo tabulam sublimitatum, sitque semper dimidia amplitudo semiparabolæ 5000, eius □ semper idem 25000000; elevatio sit gr. 1, tangens ipsius $174\,{}^{1}/_{2}$, qualium tangens gr. 45 est 10000; tangens gr. 1, $174\,{}^{1}/_{2}$; eius dimidium, $87\,{}^{1}/_{4}$: per hunc numerum divide □ 25000000.

	Amplitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum		*Altitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum, amplitudinibus congruentes*	
gr.				
45	10000		5000	
		— 6		— 173
46	9994		5173	
		— 18		— 173
47	9976		5346	
		— 31		— 177
48	9945		5523	
		— 43		— 175
49	9902		5698	
		— 54		— 170
50	9848		5868	
		— 66		— 170
51	9782		6038	
		— 78		— 169
52	9704		6207	
		— 92		— 172
53	9612		6379	
		— 101		— 167
54	9511		6546	
		— 115		— 164
55	9396		6710	
		— 124		— 163
56	9272		6873	
		— 136		— 160
57	9136		7033	
		— 147		— 158 [sic]
58	8989		7190	
		— 160		— 158
59	8829		7348	
		— 170		— 154
60	8659		7502	
		— 178		— 148 [sic]
61	8481		7649	
		— 191		— 147
62	8290		7796	
		— 200		— 143
63	8090		7939	
		— 210		— 139
64	7880		8078	
		— 220		— 136
65	7660		8214	
		— 230 [sic]		— 132
66	7431		8346	
		— 240		— 128
67	7191		8474	

	Amplitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum		*Altitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum, amplitudinibus congruentes*	
gr.				
	7191		8474	
		— 247		— 123
68	6944		8597	
		— 252		— 118
69	6692		8715	
		— 264		— 115
70	6428		8830	
		— 271		— 110
71	6157		8940	
		— 279		— 105
72	5878		9045	
		— 286		— 99
73	5592		9144	
		— 292		— 96
74	5300		9240	
		— 300		— 90
75	5000		9330	
		— 306		— 85
76	4694		9415	
		— 311		— 78
77	4383		9493	
		— 316		— 74
78	4067		9567	
		— 321		— 69
79	3746		9636	
		— 326		— 62
80	3420		9698	
		— 330		— 57
81	3090		9755	
		— 334		— 51
82	2756		9806	
		— 337		— 45
83	2419		9851	
		— 340		— 39
84	2079		9890	
		— 343		— 34
85	1736		9924	
		— 345		— 27
86	1391		9951	
		— 346 [sic]		— 21
87	1044		9972	
		— 347 [sic]		— 15
88	698		9987	
		— 348 [sic]		— 11
89	349		9998	

Tabula altitudinum semiparabolarum
infra elevationem gr. 45,
quarum impetus sit idem etc.

gr.	altitudo		gr.	altitudo	
				1402	— 125
1	3	— 10	23	1527	— 128
2	13	— 15	24	1655	— 131
3	28	— 22	25	1786	— 136
4	50	— 26	26	1922	— 139
5	76	— 32	27	2061	— 143
6	108	— 42	28	2204	— 147
7	150	— 45 [sic]	29	2351	— 148
8	194	— 51	30	2499	— 154
9	245	— 57	31	2653	— 157
10	302	— 63	32	2810	— 157
11	365	— 67	33	2967	— 161
12	432	— 74	34	3128	— 161
13	506	— 79	35	3289	— 167
14	585	— 85	36	3456	— 165
15	670	— 90	37	3621	— 172
16	760	— 95	38	3793	— 169
17	855	— 100	39	3962	— 170
18	955	— 105	40	4132	— 170
19	1060	— 110	41	4302	— 175
20	1170	— 115	42	4477	— 177
21	1285	— 117	43	4654	— 173
22	1402		44	4827	

Sublimitates parabolarum eiusdem amplitudinis partium 10000								
gr.			*gr.*		*gr.*		*gr.*	
1	574712	288998	25	21440	49	8692	73	3057
2	285714	94875	26	20500	50	8390	74	2867
3	190839	44707	27	19631	51	8099	75	2679
4	146132	31716	28	18435	52	7813	76	2493
5	114416		29	18037	53	7535	77	2308
6	96762		30	17319	54	7265	78	2125
7	81433		31	16625	55	7002	79	1943
8	71225		32	16005	56	6744	80	1763
9	63131		33	15399	57	6494	81	1583
10	56753		34	14819	58	6248	82	1405
11	51440		35	14253	59	6000	83	1243
12	47036		36	13762	60	5814	84	1051
13	43327		37	13268	61	5543	85	874
14	40770		38	12800	62	5317	86	699
15	37341		39	12348	63	5095	87	524
16	34867		40	11916	64	4877	88	349
17	32701		41	11504	65	4654	89	174
18	30788		42	11106	66	4452		
19	29035		43	10767	67	4245		
20	27472		44	10356	68	4040		
21	26055		45	10000	69	3838		
22	24754		46	9658	70	3776		
23	23551		47	9325	71	3443		
24	22462		48	9004	72	3249		

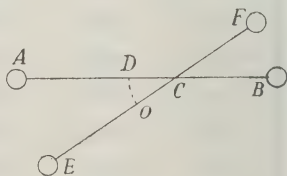
Tabula continens altitudines et sublimitates semiparabolarum quarum amplitudo sit eadem, partium scilicet 10000, ad singulos gradus elevationis calculata

Elevationes gr.	*Altitudines*	*Sublimitates*	*Elevationes gr.*	*Altitudines*	*Sublimitates*
1	87	286533	21	1919	13024
2	175	142450	22	2020	12376
3	262	95802	23	2123	11778
4	349	71531	24	2226	11230
5	437 1/2	57142	25	2332	10722
6	525 1/2	47573	26	2439	10253
7	614	40716	27	2547	9812
8	702 1/2	35587	28	2658	9404
9	792	31565	29	2772	9020
10	881 1/2	28367	30	2887	8659
11	972	25720	31	3008	8336
12	1063	23518	32	3124	8001
13	1154	21701	33	3247	7699
14	1246	20056	34	3373	7413
15	1339	18663	35	3501	7141
16	1434	17405	36	3633	6882
17	1529	16355	37	3768	6635
18	1624	15389	38	3906	6395
19	1722	14522	39	4049	6174
20	1820	13736	40	4196	5959

Elevationes gr.	*Altitudines*	*Sublimitates*	*Elevationes gr.*	*Altitudines*	*Sublimitates*
41	4346	5752	66	11230	2226
42	4502	5553	67	11779	2122
43	4662	5362	68	12375	2020
44	4828	5177	69	13025	1919
45	5000	5000	70	13237	1819
46	5177	4828	71	14521	1721
47	5362	4662	72	15388	1624
48	5553	4502	73	16354	1528
49	5752	4345	74	17437	1433
50	5959	4195	75	18660	1339
51	6174	4048	76	20054	1246
52	6399	3906	77	21657	1154
53	6635	3765	78	23523	1062
54	6882	3632	79	25723	972
55	7141	3500	80	28356	881
56	7413	3372	81	31569	792
57	7699	3234	82	35577	702
58	8002	3123	83	40722	613
59	8322	3004	84	47572	525
60	8660	2887	85	57150	437
61	9020	2771	86	71503	349
62	9403	2658	87	95405	262
63	9813	2547	88	143181	174
64	10251	2438	89	286499	87
65	10722	2331			

Il numero de' cubi ne' quali uno si risolve, è il numero cubo delle parti che [son] nel lato del cubo che si risolve: come, per esempio, diviso il lato del cubo in tre o quattro parti, i cubi che da esse parti si faranno, saranno 27 o 64; ed avendo ogni cubo sei quadrati in superficie, multiplicando 27 per 6 e 64 pur per 6, averemo i numeri de i quadrati che sono superficie de i detti cubi. Tutte le superficie de i piccoli cubi risoluti, prese insieme, alla superficie del cubo grande risoluto hanno la medesima proporzione che il numero delle parti del lato che si sega all'uno: e cosí tutte le superficie de i 27 cubi alla superficie del primo massimo cubo saranno triple, e tutte le superficie delli 64 cubetti, prese insieme, saranno quadruple della superficie dell'intero gran cubo, essendo che il lato di questo fu diviso in tre parti per cavarne li 27 cubi, ed in 4 per cavarne li cubi 64.

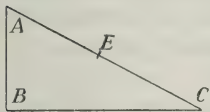
Il numero de i cubi che restano sepolti nel gran cubo si trova essere il numero cubo delle parti nelle quali si divide il lato del gran cubo, trattone dua; onde nascendo i 27 cubi dalla divisione in 3, tratto da questo numero 3, 2, resta uno, ed un solo sará il cubo che rimane incluso e sepolto tra li 27. Otto saranno i cubi sepolti tra li 64 nascenti dalla divisione del primo gran lato in 4; imperò che, tratto dal 4, 2, resta 2, il cui cubo è otto: e cosí di tutti gli altri, etc.

SAGR. Sia sostenuta nel punto C la libra di braccia diseguali, A C maggiore, C B minore: cercasi la cagione onde avvenga che, posti nell'estremitá due pesi eguali A, B, la libra non resti in quiete ed equilibrio, ma inclini dalla parte del braccio maggiore, trasferendosi come in E F.

La ragione che comunemente se ne assegna è perché la velocitá del peso A, nello scendere, sarebbe maggiore della velocitá del peso B, per essere la distanza C A maggiore della C B; onde il mobile A, quanto al peso, eguale al B, lo supera quanto al momento della velocitá, e però gli prevale, e scende sollevando l'altro. Dubitasi circa il valore di tal ragione, la quale pare che non abbi forza di concludere: perché è ben vero che il momento di un grave si accresce, congiunto con velocitá, sopra il momento di un grave eguale che sia costituito in quiete; ma che, posti amendue in quiete, cioè dove non sia pur moto, non che velocitá maggiore di un'altra, quella maggioranza che non è, ma ancora ha da essere, possa produrre un effetto presente, ha qualche durezza nel potersi apprendere, ed io veramente ci sento difficultá notabile.

SAL. V. S. ha molto ben ragione da dubitare; ed io ancora non restando ben sodisfatto di simile discorso, trovai di quietarmi per un altro verso molto semplice e speditivo, senza suppor niente altro che la prima e comunissima nozione, cioè che le cose gravi vanno all'in giú in tutte le maniere che gli viene permesso. Quando nella libra A B voi ponete due pesi eguali, se voi la lascerete andare liberamente, ella se ne calerá al centro delle cose gravi, mantenendo sempre il centro della sua gravitá (che è il punto di mezzo D) nella retta che da esso va al centro universale; ma se voi a cotal moto opporrete un intoppo sotto il centro D, il moto si fermerá, restando la libra con i suoi pesi in equilibrio; ma se l'intoppo si metterá fuor del centro D, come sarebbe il C, tal intoppo non fermerá la bilancia, ma devierá il centro D dalla perpendicolare per la quale camminava, e lo fará scendere per l'arco D O. Insomma la libra con i due pesi è un corpo ed un grave solo, il cui centro della gravitá è il punto D, e questo solo corpo grave scenderá quanto potrá, e la sua scesa è regolata dal centro di gravitá suo

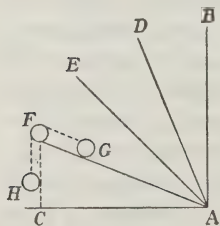
proprio: quando voi gli supponete il sostegno, il centro D cala in O, e cosí quel che scende è tutto il corpo aggregato e composto della libra e suoi pesi. La risposta, dunque, propria alla interrogazione perché inclina la libra etc., è perché, come quella che è una mole sola, scende e si avvicina quanto può al centro comune di tutti i gravi.

De i moti fatti in tempi eguali gli spazii stanno come le velocitá; de i fatti con velocitá eguale gli spazii stanno come i tempi; de' fatti in spazii eguali le velocitá rispondono contrariamente a i tempi.

Posta la parte A E eguale alla A B, il tempo per A B al tempo per A C sta come A B ad A C, cioè come A E ad A C: ma come il tempo per A C al tempo per A E, cosí la media tra le A C, A E alla A E: adunque come il tempo per A B al tempo per A E, cosí la A B, cioè la A E, alla detta media. Ma [come] la velocitá per A C alla velocitá per A E, cosí la medesima media alla A E: adunque la velocitá per A B (che è la medesima che la velocitá per A C) alla velocitá per A E sta come quella media alla A E. Adunque è manifesto che i tempi per le eguali A B, A E rispondono contrariamente alle velocitá per le medesime: il che bisognava dimostrare.

...surto su l'ancore, si dessero le vele al vento e si sarpasse: dove la forza del vento non subitamente imprime la massima velocitá alla nave, ma successivamente e con tempo, avvenga che nel principio la trovò immota, e poi e di mano in mano opera sopra il mobile continuamente affetto di maggiore velocitá. Né doviamo porre alcuna differenza tra gl'impulsi dati per intervalli e quello che vien conferito con forza continuata, perché sí come tra gl'impulsi interrotti nessuna varietá si deve considerare se talvolta in 10 minuti di tempo si dieno 20 vogate o 30 o 100 o 1000, cosí né anche può cader alcuna alterazione tra quelli e l'impulso continuato, non sendo questo altro che una frequentissima moltitudine di spinte, cioè di infinite, dentro all'istesso tempo. Non basta dunque che il mobile il mezzo e la facoltá sieno sempre l'istesse, a fare

l'introduzione di una tanta celeritá; ma vi vuole, partendosi il mobile dalla quiete, una successione di tempo.

In simil guisa penso io che proceda il negozio ne i mobili naturali, partendosi dalla quiete, dove da qualche impedimento erano ritenuti: perché, il mezzo sia sempre l'istesso, l'istesso il mobile e l'istessa la gravitá movente, tutta via essa gravitá su 'l principio opera sopra un mobile non abituato di moto alcuno, ma poi successivamente va operando sopra mobile affetto di velocitá; onde, operando essa virtú nel modo istesso, muove piú, perché accresce moto sopra mobile che ella ritrova in moto.

Che i gravi descendenti dalla medesima sublimitá sopra l'orizonte per linee rette in qualsivoglia modo inclinate, si trovino, giunti che sieno all'orizonte, aver acquistato eguali gradi di velocitá (proposizione sin qui da me supposta, e solo con esperienze e probabili discorsi confermata), potremo nel seguente modo dimostrativamente provare; pigliando come effetto notissimo, le velocitá dell'istesso mobile esser diverse sopra diverse inclinazioni di piani, e la massima esser per la linea perpendicolarmente sopra l'orizonte elevata, e per l'altre inclinate diminuirsi tal velocitá secondo che dal perpendicolo si discostano, cioè piú obliquamente s'inclinano: dal che si scorge che l'impeto, il talento, o vogliam dire il momento o energia, del discendere, nel mobile vien diminuita dal soggetto piano, sopra il quale egli si appoggia e discende.

E per meglio dichiararmi, intendasi la linea AB, perpendicolarmente eretta sopra l'orizzonte AC; pongasi poi la medesima in diverse inclinazioni verso l'orizzonte piegata, come in AD, AE, AF, etc.: dico che è assai manifesto che l'impeto massimo e totale del grave per discen-

dere è nella perpendicolare B A, dove non è resistenza o impedimento di piano: minore di questo totale è nella D A, e minore ancora nella E A; e successivamente andarsi diminuendo nella F A, e finalmente esser del tutto estinto nella orizontale C A, dove il mobile non ha per se stesso inclinazione alcuna, né men resistenza, all'esser mosso.

Appresa questa mutazione d'impeto, mi fa mestieri di ritrovare e dimostrare con qual proporzione ella si faccia, con tutto che in altro luogo io abbia ciò dimostrato e diversamente. Per esempio, del piano inclinato A F tirisi la sua elevazione sopra l'orizonte, cioè la linea perpendicolare F C, per la quale l'impeto ed il momento del discendere di un grave è il massimo: cercasi qual proporzione abbia adesso tal impeto massimo all'impeto del medesimo grave per l'inclinata F A.

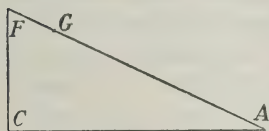
È manifesto, tanto essere per l'appunto l'impeto del suo discendere, quanta è la resistenza o forzá minima che basti per vietargli la scesa e fermarlo: mi voglio servir, per tal misura, della gravitá d'un altro mobile. Intendasi, sopra il piano F A posare il mobile G, il quale venga ritenuto col filo che, cavalcando sopra F e pendendo a perpendicolo, abbia attaccato un peso H, il quale, gravando a piombo, proibisca al grave G lo scender per l'inclinata F A, cioè sieno tali mobili in istato d'equilibrio. Or, riducendosi alla memoria quello che si dimostra in tutti i casi de' movimenti meccanici, cioè che la velocitá del moto d'un mobile men grave compensa, con reciproca proporzione della gravitá, la minor velocitá d'altro mobile piú grave, che è quanto a dire che gli spazi passati da essi nell'istesso tempo abbiano reciproca proporzione delle lor gravitá; consideriamo che lo spazio della scesa o salita a perpendicolo del grave H, quando mai si muovesse, è ben eguale a tutta la salita o scesa del mobile G per l'inclinata A F, ma non giá alla salita o scesa a per-

pendicolo, nella quale esso mobile esercita la sua resistenza. Il che è manifesto. Imperocché considerando, nel triangolo A F C il moto, v. g., da A in F esser composto del traversale orizontale A C e del perpendicolare C F; ed essendo che, quanto all'orizzontale, niuna sia la resistenza del mobile; resta, la resistenza esser solamente rispetto alla perpendicolare C F. Mentre dunque il mobile G, muovendosi, per esempio, da A in F, resiste solo, nel salire, lo spazio perpendicolare C F, ma che l'altro grave H scende a perpendicolo quanto è tutto lo spazio F A, possiamo ragionevolmente affermare, le velocitá e gli spazi passati nel medesimo tempo da tali mobili dover risponder reciprocamente alle loro gravitá; e basterá, per impedir la scesa del peso H, che il grave G sia tanto piú grave di quello H, quanto l'inclinata A F è maggiore della perpendicolare F C. E perché siamo convenuti, che tanto sia l'impeto, l'energia o 'l momento [...] al moto del mobile, quanto è la forza o resistenza minima che basta a fermarlo, concludiamo, l'impeto per l'inclinata all'impeto massimo per la perpendicolare stare com'essa perpendicolare, cioè come l'elevazione della medesima inclinata, alla lunghezza dell'inclinata.

Stabilito ciò, e posto che il mobile grave, partendosi dalla quiete e naturalmente scendendo, vada con eguali aggiunte in tempi uguali accrescendo la sua velocitá, come vien da me definito il moto accelerato nel mio Libro; onde, come quivi io dimostro, gli spazi passati sono in duplicata proporzione de' tempi, ed in conseguenza de i gradi di velocitá, la quale, come si è detto, cresce con la proporzione del tempo; dimostreremo la nostra conclusione, cioè i gradi di velocitá nell'orizonte esser eguali, quelli però acquistati dal mobile che dalla quiete si parta da qualunque altezza, e per quali si sieno inclinazioni pervenga all'orizzonte.

E qui devesi avvertire, che posto che in quali si voglino inclinazioni il mobile dalla partita dalla quiete vada crescendo la velocitá con la proporzione del tempo, e in conseguenza la quantitá dell'impeto; quali furono gl'impeti nella prima mossa, tali saranno i gradi delle velocitá guadagnati nello stesso tempo, poi che e questi e quelli crescono con la medesima proporzione nel medesimo tempo.

Ora sia il piano inclinato F A, la sua elevazione sopra l'orizonte la perpendicolare F C, e l'orizontale C A; e prendasi nell'inclinata F A la F G, terza proporzionale dopo A F, F C: e perché l'impeto per la perpendicolare F C all'impeto per l'inclinata F A sta come F A ad F C, i medesimi impeti staranno come le F C, F G.

Il mobile, dunque, nell'istesso tempo che passasse uno spazio [...] eguale all'F G nell'inclinata F A, ed il grado di velocitá in C al grado di velocitá in G averebbe la medesima proporzione della F C alla F G. Ma il grado di velocitá in A al grado in G ha la medesima proporzione che la A F alla F C, cioè che la F C alla F G; adunque i gradi in A ed in C al grado in G ánno la medesima proporzione, e però son fra loro eguali: che è quel che doveva dimostrarsi.

Il mobile nel descrivere la parabola, benché angustissima, non passa per la quiete nel termine altissimo, ma sí bene nel muoversi per la perpendicolare, cioè ritornando per la medesima retta in giú: e se Aristotele avesse detto che nel moto reflesso si passa per la quiete, averebbe detto bene.

Cercare di assegnare la ragione onde avvenga che la palla tirata in su col moschetto, incontrando dieci o 12 braccia lontano un petto a botta, lo sfonda, sopra il quale cadendo ella dall'altezza dove il moschetto la caccerebbe, percotendo nel ritorno in giú sopra il medesimo petto, assai minore effetto vi farebbe, e forse appena l'ammaccherebbe un poco.

SIMPL. Di grazia, prima che passar piú avanti, fatemi restar capace in qual modo si verifichi quel converso che l'Autore suppone come chiaro e indubitato: dico che, venendo il proietto da alto a basso descrivendo la semiparabola, cacciato per il converso da basso ad alto, ci debba ritornare per la medesima linea, ricalcando precisamente le medesime vestigie, non avendo, per ciò fare, altro regolatore che la direzzione della semplice linea retta toccante la giá disegnata semiparabola; nella cui delineazione, fatta dall'alto al basso, l'impeto trasversale orizontale mi quieta nello ammettere la molta curvazione nella sommitá, ma non so intendere né discernere come l'impulso fatto da basso per una retta tangente possa restituire un impeto trasversale atto a regolare quella medesima curvitá.

SAL. V. S., Sig. Simplicio, nel nominare la retta tangente, lasciate una condizione, cioè tangente ed inclinata; la qual inclinazione è bastante a fare che il proietto in tempi eguali si accosti orizontalmente per spazii eguali

all'asse della parabola, come forse piú a basso intenderemo.

SAGR. Ma intanto, per ora, ditemi, Sig. Simplicio: credete voi che la linea descritta da un proietto da basso ad alto secondo qualche inclinazione sia veramente un'intera linea parabolica? e che niente importi che la proiezzione si faccia da levante verso ponente, o per l'opposito?

SIMPL. Credolo, purché la elevazione sia la medesima e che la forza del proiciente sia l'istessa.

SAGR. Come voi ammettete questo, fatto che si sia un tiro da qualsivoglia parte, che cosa vi ha da mettere in dubbio che la semiparabola da basso ad alto del secondo tiro, che si faccia in contrario del primo, non sia la medesima che la seconda semiparabola del primo tiro, sí che il proietto ritorni per la medesima strada? Quando ciò non fusse, né anco la parabola intera del secondo tiro sarebbe simile a quella del primo.

SIMPL. Giá intendo e mi quieto; però seguiamo.

THEOREMA, PROPOSITIO VIII.

Amplitudines orizontales parabolarum, etc.

Quando V. S., Sig. Sagredo, mi fece intermetter la lettura, pensai che ella si ritrovasse involta in una veramente strana fantasia, la quale a me ed all'Autore stesso ha dato assai che pensare; ed io per me mi trovo sempre piú irresoluto, e quello che mi confonde e perturba è questo.

IL SAGGIATORE

IL SAGGIATORE

NEL QUALE

CON BILANCIA ESQUISITA E GIUSTA

SI PONDERANO LE COSE CONTENUTE

NELLA

LIBRA ASTRONOMICA E FILOSOFICA

DI LOTARIO SARSI

SIGENSANO

SCRITTO IN FORMA DI LETTERA

ALL' ILLUSTRISSIMO E REVERENDISSIMO MONSIG.

D. VIRGINIO CESARINI

ACCADEMICO LINCEO

MAESTRO DI CAMERA DI N. S.

DAL SIGNOR

GALILEO GALILEI

ACCADEMICO LINCEO

NOBILE FIORENTINO

FILOSOFO E MATEMATICO PRIMARIO

DEL

SERENISSIMO GRAN DUCA DI TOSCANA

ALLA SANTITÁ DI N. S.

PAPA URBANO OTTAVO.

In questo universal giubilo delle buone lettere, anzi dell'istessa virtú, mentre la Cittá tutta, e spezialmente la Santa Sede, piú che mai risplende per esservi la Santitá Vostra da celeste e divina disposizione collocata, e non vi è mente alcuna che non s'accenda a lodevoli studi ed a degne operazioni per venerare, imitando, essempio sí eminente, vegniamo noi a comparirle davanti, carichi d'infiniti oblighi per li benefizii sempre dalla sua benigna mano ricevuti, e pieni di contento e d'allegrezza per vedere in cosí sublime seggio un tanto Padrone essaltato. Portiamo, per saggio della nostra divozione e per tributo della nostra vera servitú, il *Saggiatore* del nostro Galilei, del Fiorentino scopritore non di nuove terre, ma di non piú vedute parti del cielo. Questo contiene investigazioni di quegli splendori celesti, che maggior maraviglia sogliono apportare. Lo dedichiamo e doniamo alla Santitá Vostra, come a quella c'ha l'anima di veri ornamenti e splendori ripiena, e c'ha ad altissime imprese l'eroica mente rivolta; desiderando che questo ragionamento d'inusitate faci del cielo sia a lei segno di quel piú vivo ed ardente affetto che è in noi, di servire e di meritare la grazia

di Vostra Santitá. Ai cui piedi intanto umilmente inchinandoci, la supplichiamo a mantener favoriti i nostri studi co' cortesi raggi e vigoroso calore della sua benignissima protezzione.

Di Roma, li 20 di Ottobre 1623.

Della Santitá Vostra

Umilissimi ed Obligatissimi Servi
Gli Accademici Lincei.

IL SAGGIATORE

DEL SIGNOR

GALILEO GALILEI

ACCADEMICO LINCEO, FILOSOFO E MATEMATICO PRIMARIO
DEL SERENISSIMO GRAN DUCA DI TOSCANA,
SCRITTO IN FORMA DI

LETTERA

ALL'ILLUSTRISSIMO E REVERENDISSIMO SIG.

DON VIRGINIO CESARINI

ACCADEMICO LINCEO, MASTRO DI CAMERA DI N. S.

Io non ho mai potuto intendere, Illustrissimo Signore, onde sia nato che tutto quello che de' miei studi, per aggradire o servire altrui, m'è convenuto metter in publico, abbia incontrato in molti una certa animositá in detrarre, defraudare e vilipendere quel poco di pregio che, se non per l'opera, almeno per l'intenzion mia m'era creduto di meritare. Non prima fu veduto alle stampe il mio Nunzio Sidereo, dove si dimostrarono tanti nuovi e meravigliosi discoprimenti nel cielo, che pur doveano esser grati agli amatori della vera filosofia, che tosto si sollevaron per mille bande insidiatori di quelle lodi dovute a cosí fatti ritrovamenti: né mancaron di quelli che, solo per contradir a' miei detti, non si curarono di recar in dubbio quanto fu veduto a lor piacimento e riveduto piú volte da gli occhi loro. Imposemi il Serenissimo Gran Duca Cosimo II, di gloriosa memoria, mio Signore, ch'io scrivessi il mio parere delle cagioni del galleggiare o affondarsi le cose nell'acqua; e, per sodisfar a cosí fatto comandamento, avendo disteso in carta quanto m'era

sovvenuto oltre alla dottrina d'Archimede, che per avventura è quanto di vero in effetto circa sí fatta materia poteva dirsi, eccoti subito piene tutte le stamperie d'invettive contro del mio Discorso; né avendo punto riguardo che quanto da me fu prodotto fusse confermato e concluso con geometriche dimostrazioni, contradissero al mio parere, né s'avvidero (tanto ebbe forza la passione) che 'l contradire alla geometria è un negare scopertamente la veritá. Le Lettere delle Macchie Solari e da quanti e per quante guise fur combattute? e quella materia che doverebbe dar tanto campo d'aprir gl'intelletti ad ammirabili speculazioni, da molti, o non creduta o poco stimata, del tutto è stata vilipesa e derisa; da altri, per non volere acconsentire a' miei concetti, sono state prodotte contro di me ridicole ed impossibili opinioni; ed alcuni, costretti e convinti dalle mie ragioni, ánno cercato spogliarmi di quella gloria ch'era pur mia, e, dissimulando d'aver veduto gli scritti miei, tentarono dopo di me farsi primieri inventori di meraviglie cosí stupende. Tacerò d'alcuni miei privati discorsi, dimostrazioni e sentenze, molte di esse da me non publicate alle stampe, tutte state malamente impugnate o disprezzate come da nulla; non mancando anco queste d'essersi talora abbattute in alcuni che con bella destrezza si sieno ingegnati di farsi con esse onore, come inventate da i loro ingegni.

Io potrei di tali usurpatori nominar non pochi; ma voglio ora passarli sotto silenzio, avvenga che de' primi furti men grave castigo prender si soglia che de i susseguenti. Ma non voglio giá piú lungamente tacere il furto secondo, che con troppa audacia mi ha voluto fare quell'istesso che giá molti anni sono mi fece l'altro, d'appropriarsi l'invenzione del mio compasso geometrico, ancor ch'io molti anni innanzi l'avessi a gran numero di Signori mostrato e conferito, e finalmente fatto publico colle stampe: e siami per questa volta perdonato se, contro

alla mia natura, contro al costume ed intenzion mia, forse troppo acerbamente mi risento ed esclamo colá dove per molti anni ho taciuto. Io parlo di Simon Mario Guntzehusano, che fu quello che giá in Padova, dove allora io mi trovava, traportò in lingua latina l'uso del detto mio compasso, ed attribuendoselo lo fece ad un suo discepolo sotto suo nome stampare, e subito, forse per fuggir il castigo, se n'andò alla patria sua, lasciando il suo scolare, come si dice, nelle peste; contro il quale mi fu forza, in assenza di Simon Mario, proceder nella maniera ch'è manifesto nella Difesa ch'allora feci e publicai. Questo istesso, quattro anni dopo la publicazione del mio Nunzio Sidereo, avvezzo a volersi ornar dell'altrui fatiche, non si è arrossito nel farsi autore delle cose da me ritrovate ed in quell'opera publicate; e stampando sotto titolo di *Mundus Iovialis etc.*, ha temerariamente affermato, sé aver avanti di me osservati i pianeti Medicei, che si girano intorno a Giove. Ma perché di rado accade che la veritá si lasci sopprimer dalla bugia, ecco ch'egli medesimo nell'istessa sua opera, per sua inavvertenza e poca intelligenza, mi dá campo di poterlo convincere con testimoni irrefragabili e manifestamente far palese il suo fallo, mostrando ch'egli non solamente non osservò le dette stelle avanti di me, ma non le vide né anco sicuramente due anni dopo: e dico di piú, che molto probabilmente si può affermare ch'ei non l'ha osservate giá mai. E ben ch'io da molti luoghi del suo libro cavar potessi evidentissime prove di quanto dico, riserbando l'altre ad altra occasione, voglio, per non diffondermi soverchiamente e distrarmi dalla mia principale intenzione, produrre un luogo solo.

Scrive Simon Mario nella seconda parte del suo Mondo Gioviale, alla considerazione del sesto fenomeno, d'aver con diligenza osservato, come i quattro pianeti Gioviali non mai si trovano nella linea retta parallela all'eclittica

se non quando sono nelle massime digressioni da Giove; ma che quando son fuori di queste, sempre declinano con notabil differenza da detta linea; declinano, dico, da quella sempre verso settentrione quando sono nelle parti inferiori de' lor cerchi, ed all'opposito piegano sempre verso austro quando sono nelle parti superiori: e per salvar cotal apparenza, statuisce i lor cerchi inclinati dal piano dell'eclittica verso austro nelle parti superiori, e verso borea nell'inferiori. Or questa sua dottrina è piena di fallacie, le quali apertamente mostrano e testificano la sua fraude.

E prima, non è vero che i quattro cerchi delle Medicee inclinino dal piano dell'eclittica; anzi sono eglino ad esso sempre equidistanti. Secondo, non è vero che le medesime stelle non sieno mai tra di loro puntualmente per linea retta se non quando si ritrovano costituite nelle massime digressioni da Giove; anzi talora accade ch'esse in qualunque distanza, e massima e mediocre e minima, si veggono per linea esquisitamente retta, ed incontrandosi insieme, ancor che sieno di movimenti contrarii e vicinissime a Giove, si congiungono puntualmente, sí che due appariscono una sola. E finalmente, è falso che quando declinano dal piano dell'eclittica, pieghino sempre verso austro quando sono nelle metá superiori de i lor cerchi, e verso borea quando sono nell'inferiori; anzi in alcuni tempi solamente fanno lor declinazioni in cotal guisa, ed in altri tempi declinano al contrario, cioè verso borea quando sono ne' mezi cerchi superiori, e verso austro nell'inferiori. Ma Simon Mario, per non aver né inteso né osservato questo negozio, ha inavvertentemente scoperto il suo fallo. Ora il fatto sta cosí.

Sono i quattro cerchi de i pianeti Medicei sempre paralleli al piano dell'eclittica; e perché noi siamo nell'istesso piano collocati, accade che qualunque volta Giove non averá latitudine, ma si troverá esso ancora sotto

CORTILE DEL "GIOIELLO"

l'eclittica, i movimenti d'esse stelle ci si mostreranno fatti per una stessa linea retta, e le lor congiunzioni fatte in qualsivoglia luogo saranno sempre corporali, cioè senza veruna declinazione. Ma quando il medesimo Giove si troverá fuori del pian dell'eclittica, accaderá che se la sua latitudine sará da esso piano verso settentrione, restando pure i quattro cerchi delle Medicee paralleli all'eclittica, le parti loro superiori a noi, che sempre siamo nel piano dell'eclittica, si rappresenteranno piegar verso austro rispetto all'inferiori, che ci si mostreranno piú boreali; ed all'incontro, quando la latitudine di Giove sará australe, le parti superiori de i medesimi cerchietti ci si mostreranno piú settentrionali dell'inferiori; sí che le declinazioni delle stelle si vedranno fare il contrario quando Giove ha latitudine boreale, di quello che faranno quando Giove sará australe; cioè nel primo caso si vedranno declinar verso austro quando saranno nelle metá superiori de' lor cerchi, e verso borea nelle inferiori; ma nell'altro caso declineranno per l'opposito, cioè verso borea nelle metá superiori, e verso austro nelle inferiori; e tali declinazioni saranno maggiori e minori, secondo che la latitudine di Giove sará maggiore o minore. Ora, scrivendo Simon Mario d'aver osservato come le dette quattro stelle sempre declinano verso austro quando sono nelle metá superiori de' lor cerchi; adunque tali sue osservazioni furon fatte in tempo che Giove aveva latitudine boreale: ma quando io feci le mie prime osservazioni Giove era australe, e tale stette per lungo tempo, né si fece boreale, sí che le latitudini delle quattro stelle potessero mostrarsi come scrive Simone, se non piú di due anni dopo: adunque, se pur egli giá mai le vide ed osservò, ciò non fu se non due anni dopo di me.

Eccolo dunque giá dalle sue stesse deposizioni convinto di bugia d'avere avanti di me fatte cotali osservazioni. Ma io di piú aggiungo e dico, che molto piú

probabilmente si può credere ch'egli giá mai non le facesse: giá ch'egli afferma non l'avere osservate né vedute disposte tra di loro in linea retta isquisitamente se non mentre si ritrovano nelle massime distanze da Giove; e pure la veritá è che quattro mesi interi, cioè da mezo Febraio a mezo Giugno del 1611, nel qual tempo la latitudine di Giove fu pochissima o nulla, la disposizione di esse quattro stelle fu sempre per linea retta in tutte le loro posizioni. E notisi, appresso, la sagacitá colla quale egli vuole mostrarsi anteriore a me. Io scrissi nel mio Nunzio Sidereo d'aver fatta la mia prima osservazione alli 7 di Gennaio dell'anno 1610, seguitando poi l'altre nelle seguenti notti: vien Simon Mario, ed appropriandosi l'istesse mie osservazioni, stampa nel titolo del suo libro, ed anco per entro l'opera, aver fatto le sue osservazioni fino dell'anno 1609, onde altri possa far concetto della sua anterioritá: tuttavia la piú antica osservazione ch'ei produca poi per fatta da sé, è la seconda fatta da me: ma la pronunzia per fatta nell'anno 1609, e tace di far cauto il lettore come, essendo egli separato dalla Chiesa nostra, né avendo accettata l'emendazion Gregoriana, il giorno 7 di Gennaio del 1610 di noi Cattolici è l'istesso che il dí 28 di Decembre del 1609 di loro eretici. E questa è tutta la precedenza delle sue finte osservazioni. Si attribuisce anco falsamente l'invenzione de' loro movimenti periodici, da me con lunghe vigilie e gravissime fatiche ritrovati, e manifestati nelle mie Lettere Solari, ed anco nel trattato che publicai delle cose che stanno sopra l'acqua, veduto dal detto Simone, come si raccoglie chiaramente dal suo libro, di dove indubitabilmente egli ha cavato tali movimenti.

Ma in troppo lunga digressione, fuori di quello che forse richiedeva la presente opportunitá, mi trovo d'essermi lasciato trascorrere. Però, ritornando su 'l nostro cominciato discorso, seguirò di dire che, per tante chia-

rissime prove non mi restando piú luogo alcuno da dubitare d'un mal affetto ed ostinato volere contro dell'opere mie, aveva meco stesso deliberato di starmene cheto affatto, per ovviare in me medesimo alla cagion di quei dispiaceri sentiti nell'esser bersaglio a sí frequenti mordacitá, e togliere altrui materia d'essercitare sí biasmevol talento. È ben vero che non mi sarebbe mancata occasione di metter fuori altre mie opere, forse non meno inopinate nelle filosofiche scuole e di non minor conseguenza nella natural filosofia delle publicate fin ora: ma le dette cagioni ánno potuto tanto, che solo mi son contentato del parere e del giudicio d'alcuni gentil' uomini, miei reali e sincerissimi amici, co' quali communicando e discorrendo de i miei pensieri, ho goduto di quel diletto che ne reca il poter conferire quel che di mano in mano ne somministra l'ingegno, scansando nel medesimo tempo la rinovazion di quelle punture per avanti da me sentite con tanta noia. Anno ben questi Signori, amici miei, mostrando in non piccola parte d'applaudere a i miei concetti, procurato con varie ragioni di ritirarmi da cosí fatto proponimento. E primieramente ánno cercato persuadermi ch'io dovessi poco apprezzare queste tanto pertinaci contradizzioni, quasi che in effetto, tutte in fine ritornando contro de i lor autori, rendesser piú viva e piú bella la mia ragione, e desser chiaro argomento che non vulgari fussero i miei componimenti, allegandomi una commune sentenza, che la vulgaritá e la mediocritá, come poco o non punto considerate, son lasciate da banda, e solamente colá si rivolgono gli umani intelletti ove si scopre la meraviglia e l'eccesso, il quale poi nelle menti mal temperate fa nascer tosto l'invidia, e appresso, con essa, la maldicenza. E ben che tali e somiglianti ragioni, addottemi dall'autoritá di questi Signori, fusser vicine al distogliermi dal mio risoluto pensiero del non piú scrivere, nulladimeno prevalse il mio desiderio di viver

quieto senza tante contese; e cosí stabilito nel mio proposito, mi credetti in questa maniera d'aver ammutite tutte le lingue, che ánno finora mostrato tanta vaghezza di contrastarmi. Ma vano m'è riuscito questo disegno, né co 'l tacer ho potuto ovviare a questa mia cosí ostinata influenza, dell'aver a esserci sempre chi voglia scrivermi contro e prender rissa con esso meco.

Non m'è giovato lo starmi senza parlare, ché questi, tanto vogliolosi di travagliarmi, son ricorsi a far mie l'altrui scritture; e su quelle avendomi mosso fiera lite, si sono indotti a far cosa che, a mio credere, non suol mai seguire senza dar chiaro indizio d'animo appassionato fuor di ragione. E perché non dee aver potuto il Sig. Mario Guiducci, per convenienza e carico di suo officio, discorrer nella sua Academia e poi publicare il suo Discorso delle Comete, senza che Lottario Sarsi, persona del tutto incognita, abbia per questo a voltarsi contro di me, e, senza rispetto alcuno di tal gentil uomo, farmi autore di quel Discorso, nel quale non ho altra parte che la stima e l'onore da esso fattomi nel concorrere col mio parere, da lui sentito ne' sopradetti ragionamenti avuti con que' Signori, amici miei, co' quali il Sig. Guiducci si compiacque spesso di ritrovarsi? E quando pure tutto quel Discorso delle Comete fusse stato opera di mia mano (ché, dovunque sará conosciuto il Sig. Mario, ciò non potrá mai cadere in pensiero), che termine sarebbe stato questo del Sarsi, mentre io mostrassi cosí voler essere sconosciuto, scoprirmi la faccia e smascherarmi con tanto ardire? Per la qual cosa, trovandomi astretto da questo inaspettato e tanto insolito modo di trattare, vengo a romper la mia giá stabilita risoluzione di non mi far piú vedere in publico coi miei scritti; e procurando giusta mia possa che almeno sconosciuta non resti la disconvenienza di questo fatto, spero

d'aver a fare uscir voglia ad alcuno di molestare (come si dice) il mastino che dorme, e voler briga con chi si tace.

E ben ch'io m'avvisi che questo nome, non mai piú sentito nel mondo, di Lotario Sarsi serva per maschera di chi che sia che voglia starsene sconosciuto, non mi starò, come ha fatto esso Sarsi, a imbrigar in altro per voler levar questa maschera, non mi parendo né azzione punto imitabile, né che possa in alcuna cosa porgere aiuto o favore alla mia scrittura. Anzi mi do ad intendere che 'l trattar seco come con persona incognita sia per dar campo a far piú chiara la mia ragione, e porgermi agevolezza ond'io spieghi piú libero il mio concetto. Perché io ho considerato che molte volte coloro che vanno in maschera, o son persone vili che sotto quell'abito voglion farsi stimar signori e gentiluomini, e in tal maniera per qualche lor fine valersi di quella onorevolezza che porta seco la nobiltá; o talora son gentiluomini che deponendo, cosí sconosciuti, il rispettoso decoro richiesto a lor grado, si fanno lecito, come si costuma in molte cittá d'Italia, di poter d'ogni cosa parlare liberamente con ognuno, prendendosi insieme altrettanto diletto che ognuno, sia chi si voglia, possa con essi motteggiare e contender senza rispetto. E di questi secondi credendo io che debba esser quegli che si cuopre con questa maschera di Lottario Sarsi (ché quando fusse de' primi, in poco gusto gli tornerebbe d'aver voluto cosí spacciarla per la maggiore), mi credo ancora che, sí come cosí sconosciuto egli si è indotto a dir cosa contro di me che a viso aperto se ne sarebbe forse astenuto, cosí non gli debba dovere esser grave che, valendomi del privilegio conceduto contro le maschere, possa trattar seco liberamente; né mi sia né da lui né da altri per esser pesata ogni parola ch'io per avventura dicessi piú libera ch'ei non vorrebbe.

Ed ho voluto, Illustrissimo Signore, ch'ella sia prima d'ogn'altro lo spettator di questa mia replica; imper-

ciocché, come intendentissima e, per le sue qualitá nobilissime, spogliata d'animo parziale, giustamente sará per apprender la causa mia, né lascerá di reprimer l'audacia di quelli che, mancando d'ignoranza ma non d'affetto appassionato (ché de gli altri poco debbo curare), volessero appo del vulgo, che non intende, malamente stravolger la mia ragione. E ben che fusse mia intenzione, quando prima lessi la scrittura del Sarsi, di comprendere in una semplice lettera inviata a V. S. Illustrissima le risposte, tuttavia, nel venire al fatto, mi sono in maniera moltiplicate tra le mani le cose degne d'esser notate che in essa scrittura si contengono, che di lungo intervallo m'è stato forza passar i termini d'una lettera. Ho nondimeno mantenuta l'istessa risoluzione di parlar con V. S. Illustrissima ed a lei scrivere, qualunque si sia poi riuscita la forma di questa mia risposta; la quale ho voluta intitolare col nome di SAGGIATORE, trattenendomi dentro la medesima metafora presa dal Sarsi. Ma perché m'è paruto che, nel ponderare egli le proposizioni del Sig. Guiducci, si sia servito d'una stadera un poco troppo grossa, io ho voluto servirmi d'una bilancia da saggiatori, che sono cosí esatte che tirano a meno d'un sessantesimo di grano: e con questa usando ogni diligenza possibile, non tralasciando proposizione alcuna prodotta da quello, farò di tutte i loro saggi; i quali anderò per numero distinguendo e notando, acciò, se mai fussero dal Sarsi veduti e gli venisse volontá di rispondere, ei possa tanto piú agevolmente farlo, senza lasciare indietro cosa veruna.

Ma venendo ormai alle particolari considerazioni, non sará per avventura se non bene (acciò che niente rimanga senza esser ponderato) dir qualche cosa intorno all'inscrizzion dell'opera, la quale il Sig. Lottario Sarsi intitola LIBRA ASTRONOMICA E FILOSOFICA; rende poi nell'epigramma, ch'ei soggiunge, la ragion che lo mosse a cosí nominarla, la qual è che l'istessa cometa, col

nascere e comparir nel segno della Libra, volle misteriosamente accennargli ch'ei dovesse librar con giusta lance e ponderar le cose contenute nel trattato delle comete publicato dal Sig. Mario Guiducci. Dove io noto come il Sarsi comincia, tanto presto che piú non era possibile, a tramutar con gran confidenza le cose (stile mantenuto poi in tutta la sua scrittura) per accommodarle alla sua intenzione. Gli era caduto in pensiero questo scherzo sopra la corrispondenza della sua Libra colla Libra celeste, e perché gli pareva che argutamente venisse la sua metafora favoreggiata dall'apparizion della cometa, quando ella fusse comparita in Libra, liberamente dice quella in tal luogo esser nata; non curando di contradire alla veritá, ed anco in certo modo a sé medesimo, contradicendo al suo proprio Maestro, il quale nella sua Disputazione, alla fac. 7, conclude cosí: *Verum quæcunque tandem ex his prima cometæ lux fuerit, illi semper Scorpius patria est;* e dodici versi piú a basso: *Fuerit hoc sane, cum in Scorpio, hoc est in Martis præcipua domo, natus sit*; e poco di sotto: *Ego, quo ad me attinet, patriam eius inquiro, quam Scorpium fuisse affirmo, cunctis etiam assentientibus.* Adunque molto piú proporzionatamente, ed anco piú veridicamente, se riguarderemo la sua scrittura stessa, l'avrebbe egli potuta intitolare L'ASTRONOMICO E FILOSOFICO SCORPIONE, costellazione dal nostro sovran poeta Dante chiamata figura del freddo animale

Che colla coda percuote la gente;

e veramente non vi mancano punture contro di me, e tanto piú gravi di quelle degli scorpioni, quanto questi, come amici dell'uomo, non feriscono se prima non vengono offesi e provocati, e quello morde me che mai né pur col pensiero non lo molestai. Ma mia ventura, che so l'antidoto e rimedio presentaneo a cotali punture! In-

fragnerò dunque e stropiccerò l'istesso scorpione sopra le ferite, onde il veleno risorbito dal proprio cadavero lasci me libero e sano.

1. Or vegniamo al trattato, e sia il primo saggio intorno ad alcune parole del proemio, cioè da *Unus, quod sciam,* fino a *Doluimus.* Il qual proemio sará però da noi qui registrato intero, per total compitezza del testo latino, al quale non vogliamo che manchi pur un iota.

EXAMEN PRIMUM

EORUM QUÆ DISPUTATIONI NOSTRÆ A GALILÆO OBIECTA FUERUNT.

Tribus in cælo facibus insolenti lumine, anno superiore, fulgentibus, nemo hebeti adeo ingenio ac plumbeis oculis fuit, qui utramque in illas aciem non intenderit aliquando, miratusque non sit insueti fulgoris eo tempore feracitatem. Sed quoniam est vulgus, ut sciendi avidissimum, ita ad rerum causas investigandas minus aptum, ab iis propterea sibi tantarum rerum scientiam, iure veluti suo, exposcebat, ad quos cæli mundique totius contemplatio maxime pertineret. Philosophorum igitur astronomorumque Academias consulendas illico censuit. Quid igitur nostra hæc Gregoriana, quæ, et disciplinarum et Academicorum multitudine nobilis, se inter cæteras designari omnium oculis, se maxime consuli, ab se responsa expectari, facile intelligebat? Committere enimvero non potuit, ne in re, quamquam dubia, suo saltem muneri et postulantium votis utcumque satisfaceret. Præstitere hoc ii, quibus ex munere id oneris incumbebat; nec male, si summorum etiam capitum suffragium spectes. Unus, quod sciam, Disputationem nostram, et quidem paulo acrius, improbavit Galilæus.

Nelle quali ultime parole, cioè *Unus, quod sciam,* egli afferma che noi agramente abbiamo tassata la Disputazion del suo Maestro. Al che io non veggo per ora che occorra risponder cosa alcuna, avvenga che il suo detto è assolutamente falso; poi che, per diligenza usata in cercar nella scrittura del Sig. Mario il luogo (giá ch'egli nol cita), non l'ho saputo ritrovare. Ma intorno a questo avremo piú a basso altre occasioni di parlare.

2. Seguita appresso (e sia il secondo saggio): *Doluimus primum, quod magni nominis viro hæc displicerent; deinde consolationis loco fuit, ab eodem Aristotelem ipsum, Tychonem, aliosque, non multo mitius hac in disputatione habitos: ut sane non aliæ iis texendæ forent apologiæ, quibus communis cum summis ingeniis causa satis, vel ipsis silentibus, apud æquos æstimatores pro se ipsa peroraret.*

Qui dice, aver da principio sentito dolore che quel Discorso mi sia dispiaciuto, ma soggiunge essergli stato poi in luogo di consolazione il veder l'istesso Aristotile, Ticone ed altri esser con simile asprezza tassati; onde non erano di mestieri altre difese a quelli che nell'accuse fussero a parte con ingegni eminentissimi, la causa stessa de' quali, anco nel lor silenzio, appresso giusti giudici assai da per se stessa parlava e si difendeva. Dalle quali parole mi par di raccorre che, per giudicio del Sarsi, di quelli che intraprendono a impugnar autori d'ingegno eminentissimo si debba far cosí poca stima, che né anco metta conto che alcuno si ponga alla difesa de gli oppugnati, la sola autoritá de' quali basta a mantener loro il credito appresso gl'intendenti. E qui voglio che V. S. Illustrissima noti come il Sarsi, qual se ne sia la causa, o elezzione o inavvertenza, aggrava non poco la reputazion del P. Grassi suo precettore, principale scopo del quale nel suo Problema fu d'impugnar l'opinion d'Aristotile intorno alle comete, come nella sua scrittura

apertamente si vede e l'istesso Sarsi replica e conferma in questa, alla fac. 7; di modo che se i contradittori a gli uomini grandissimi devono esser trapassati, il P. Grassi doveva esser un di questi. Tuttavia noi non solamente non l'abbiamo trapassato, ma ne abbiamo fatto la medesima stima che de gl'ingegni eminentissimi, accoppiandolo con quelli; sí che in cotal particolare altrettanto viene egli da noi essaltato, quanto dal suo discepolo abbassato. Io non veggo che il Sarsi possa per sua scusa addurre altro, se non che il suo senso sia stato che degli oppositori a gl'ingegni eminentissimi si devono ben lasciar da banda i volgari, ma all'incontro pregiar quegli ch'essi ancora sono eminentissimi, tra i quali egli abbia inteso di riporre il suo Maestro, e noi altri tra i popolari, onde per cotal rispetto quello che al Maestro suo si conveniva fare, a noi sia stato di biasimo.

3. Segue appresso (e sia il terzo saggio): *Sed quando sapientissimis etiam viris operæ pretium visum est ut esset saltem aliquis, qui Galilæi disputationem, tum in iis quibus aliena oppugnat, tum etiam in iis quibus sua promit, paulo diligentius expenderet; utrumque mihi paucis agendum statui.*

Il senso di queste parole, continuato con quello delle precedenti, mi par ch'importi questo: che de' contradittori a gl'ingegni eminentissimi non si debba, come giá si è detto, far conto, ma trapassargli sotto silenzio, e se pur si dovesse lor rispondere, si dia il carico a persone piú tosto basse, ch'altrimenti; e che però nel nostro caso sia paruto a uomini sapientissimi che sia ben fatto che non l'istesso P. Grassi o altro d'egual reputazione, ma che *saltem aliquis* rispondesse al Galilei. E sin qui io non dico né replico altro, ma, conoscendo e confessando la mia bassezza, inclino il capo alla sentenza d'uomini tali. Ben mi maraviglio non poco che il Sarsi di proprio moto si abbia eletto d'esser quel *saltem aliquis* ch'abbracci e

si sbracci a tale impresa che, per giudicio d'uomini sapientissimi e suo, non doveva esser deferita in altri che in qualche soggetto assai basso, né so ben intendere come, essendo naturale instinto d'ognuno l'attribuire a se stesso piú tosto piú che manco del merito, ora il Sarsi avvilisca tanto la sua condizione, che s'induca a spacciarsi per un *saltem aliquis.* Questo inverisimile mi ha tenuto un pezzo sospeso, e finalmente m'ha fatto verisimilmente credere ch'in queste sue parole possa esser un poco d'error di stampa, e che dov'è stampato *ut esset saltem aliquis qui Galilæi disputationem diligentius expenderet,* si debba leggere *ut esset qui saltem aliqua in Galilæi disputatione paulo diligentius expenderet*: la qual lettura io tanto reputo esser la vera e legittima, quanto ella puntualmente si assesta a tutto 'l resto del trattato, e l'altra mal s'aggiusta alla stima ch'io pur voglio credere che il Sarsi faccia di se stesso. Vedrá dunque V. S. Illustrissima, nell'andar meco essaminando la sua scrittura, quanto sia vero questo ch'io dico, cioè ch'egli delle cose scritte dal Sig. Mario ha solamente essaminato *aliqua,* anzi pure *saltem aliqua,* cioè alcune minuzie di poco rilievo alla principale intenzione, trapassando sotto silenzio le conclusioni e le ragioni principali: il che ha egli fatto perché conosceva in coscienza di non poter non le lodare e confessar vere, che sarebbe poi stato contro alla sua intenzione, che fu solamente di dannare ed impugnare, com'egli stesso scrive alla fac. 42 con queste parole: *Atque hæc de Galilæi sententia, in iis quæ cometam immediate spectant, dicta sint. Plura enim dici vetat ipsemet, qui, in bene longa disputatione, quid sentiret paucis admodum atque involutis verbis exposuit, nobisque plura in illum afferendi locum præclusit. Qui enim refelleremus quæ ipse nec protulit, neque nos divinare potuimus?* Nelle quali parole, oltre al vedersi la giá detta intenzion di confutar solamente, io noto due altre cose: l'una è, ch'ei simula di non aver intese

molte cose per essere (dic'egli) state scritte oscuramente, che vengon a esser quelle nelle quali non ha trovato attacco per la contradizzione; l'altra, ch'egli dice non aver potuto confutar le cose ch'io non ho profferite né egli ha potute indovinare: tuttavia V. S. Illustrissima vedrá come la veritá è che la maggior parte delle cose ch'ei prende a confutare sono delle non profferite da noi, ma indovinate o vogliam dire immaginate da esso.

4. *Rem quamplurimis pergratam me facturum sperans, quibus Galilæi factum nullo nomine probari potuit: quod tamen in hac disputatione ita præstabo, ut abstinendum mihi ab iis verbis perpetuo duxerim, quæ exasperati magis atque iracundi animi, quam scientiæ, indicia sunt. Hunc ego respondendi modum aliis, si qui volent, facile concedam.*

Agite igitur, quando ille etiam per internuncios atque interpretes rem agi iubet, ut propterea non ipse per se, sed per Consulem Academiæ Marium sui secreta animi omnibus exposuerit, liceat etiam nunc mihi, non quidem Consuli, sed tamen mathematicarum disciplinarum studioso, ea quæ ex Horatio Grassio Magistro meo de nuperrimis eiusdem Galilæi inventis audierim, non uni tantum Academiæ, sed reliquis etiam omnibus qui latine norunt, exponere. Neque hic miretur Marius, Consule se prætermisso, cum Galilæo rem transigi. Primum, enim, Galilæus ipse, in litteris ad amicos Romam datis, satis aperte disputationem illam ingenii sui fœtum fuisse profitetur; deinde, cum idem Marius peringenue fateatur, non sua se inventa, sed quæ Galilæo veluti dictante excepisset, summa fide protulisse, patietur, arbitror, non inique, cum Dictatore potius me de iisdem, quam cum Consule, interim disputare.

In tutto questo restante del proemio io noto primamente, come il Sarsi pretende d'aver fatto cosa grata a molti colla sua impugnazione: e questo forse può essergli

accaduto con alcuni che non abbiano per avventura letta la scrittura del Sig. Mario, ma se ne sieno stati all'informazion sua; la quale venendo fatta privatamente e (come si dice) a quattr'occhi, quanto e quanto sará ella stata lontana dalle cose scritte, poi che in questa publica e stampata ei non s'astiene d'apportar in campo moltissime cose come scritte dal Sig. Mario, le quali non furon mai né nella sua scrittura né pur nella nostra imaginazione? Soggiunge poi, volersi astenere da quelle parole che danno indizio piú tosto d'animo innasprito ed adirato, che di scienza: il che quanto egli abbia osservato, vedremo nel progresso. Ma per ora noto la sua confessione, d'essere internamente innasprito ed in collera, perché quando ei non fusse tale, il trattar di questo volersi astenere sarebbe stato non dirò a sproposito, ma superfluo, perché dove non è abito o disposizione, l'astinenza non ha luogo.

A quello ch'egli scrive appresso, di voler come terza persona riferir quelle cose ch'egli ha intese dal P. Orazio Grassi, suo precettore, intorno agli ultimi miei trovati, io assolutamente non credo tal cosa, e tengo per fermo che il detto Padre non abbia mai né dette né pensate né vedute scritte dal Sarsi tali fantasie, troppo lontane per ogni rispetto dalle dottrine che si apprendono nel Collegio dove il P. Grassi è professore, come spero di far chiaramente conoscere. E giá, senza punto allontanarmi di qui, chi sarebbe quello che, avendo pur qualche notizia della prudenza di quei Padri, si potesse indurre a credere che alcuno di essi avesse scritto e publicato, ch'io in lettere private, scritte a Roma ad amici, apertamente mi fussi fatto autore della scrittura del Sig Mario? cosa che non è vera; e quando vera fusse stata, il publicarla non poteva non dar qualche indizio d'aver piacere di sparger qualche seme onde tra stretti amici potesse nascer alcun'ombra di diffidenza. E quali termini sono il

prendersi libertá di stampar gli altrui detti privati? Ma è bene che V. S. Illustrissima sia informata della veritá di questo fatto.

Per tutto il tempo che si vide la cometa, io mi ritrovai in letto indisposto, dove, sendo frequentemente visitato da amici, cadde piú volte ragionamento delle comete, onde m'occorse dire alcuno de' miei pensieri, che rendevano piena di dubbi la dottrina datane sin qui. Tra gli altri amici vi fu piú volte il Sig. Mario, e significommi un giorno aver pensiero di parlar nell'Academia delle comete, nel qual luogo, quando cosí mi fusse piaciuto, egli avrebbe portate, tra le cose ch'egli aveva raccolte da altri autori e quelle che da per sé aveva immaginate, anco quelle che aveva intese da me, giá ch'io non ero in istato di potere scrivere: la qual cortese offerta io reputai a mia ventura, e non pur l'accettai, ma ne lo ringraziai e me gli confessai obligato. In tanto e di Roma e d'altri luoghi, da altri amici e padroni che forse non sapevano della mia indisposizione, mi veniva con instanza pur domandato se in tal materia avevo alcuna cosa da dire: a' quali io rispondevo, non aver altro che qualche dubitazione, la quale anco non potevo, rispetto all'infermitá, mettere in carta; ma che bene speravo che potesse essere che in breve vedessero tali miei pensieri e dubbi inseriti in un discorso d'un gentiluomo amico mio, il quale per onorarmi aveva preso fatica di raccorgli ed inserirgli in una sua scrittura. Questo è quanto è uscito da me, il che è anco in piú luoghi stato scritto dal medesimo Sig. Mario; sí che non occorreva che il Sarsi, con aggiungere a vero, introducesse mie lettere, né mettesse il Sig. Mario a sí piccola parte della sua scrittura (nella quale egli ve l'ha molto maggior di me), che lo spacciasse per copista. Or, poi che cosí gli è piaciuto, e cosí segua; ed intanto il Sig. Mario, in ricompensa dell'onor fattomi, accetti la difesa della sua scrittura.

5. E ritornando al trattato, rilegga V. S. Illustrissima l'infrascritte parole: *Dolet igitur, primo, se in Disputatione nostra male habitum, cum de tubo optico ageremus nullum cometæ incrementum afferente, ex quo deduceremus eundem a nobis quam longissime distare. Ait enim, multo ante palam affirmasse se, hoc argumentum nullius momenti esse. Sed affirmarit licet: nunquid eius illico ad Magistrum meum pronunciata referrent venti? Licet enim summorum virorum dicta plerunque fama divulget, huius tamen dicti (quid faciat?) ne syllaba quidem ad nos pervenit. Et quanquam dissimulavit, novit id tamen multorum etiam testimonio, novit benevolentissimum in se Magistri mei animum, et qua privatis in sermonibus, qua publicis in disputationibus, effusum plane in laudes ipsius. Illud certe negare non potest, neminem ab illo unquam proprio nomine compellatum, neque se verbis ullis speciatim designatum. Si qua tamen ipsius animum pulsaret dubitatio, meminisse etiam poterat, perhonorifice olim se hoc in Romano Collegio ab eiusdem Mathematicis acceptum, et cum de Mediceis sideribus tuboque optico, illo audiente et (qua fuit modestia) ad laudes suas erubescente, publice est disputatum, et cum postea ab alio, eodem loco atque frequentia, de iis quæ aquis insident disserente, perpetuo Galilæus acroamate celebratus est. Quid ergo causæ fuerit nescimus, cur ei, contra, adeo viluerit huius Romani Collegii dignitas, ut eiusdem Magistros et logicæ imperitos diceret, et nostras de cometis positiones futilibus ac falsis innixas rationibus, non timide pronunciaret.*

Sopra i quali particolari scritti io primieramente dico di non m'esser mai lamentato d'essere stato maltrattato nel Discorso del P. Grassi, nel quale son sicuro che S. R. non applicò mai il pensiero alla persona mia per offendermi; e quando pure, dato e non concesso, io avessi avuta opinione che il P. Grassi nel tassar quelli che fa-

cevan poca stima dell'argomento preso dal poco ricrescer la cometa, avesse voluto comprender me ancora, non però creda il Sarsi che questo mi fusse stato causa di disgusto e di querimonia. Sarebbe forse ciò accaduto quando la mia opinion fusse stata falsa, e per tale scoperta e publicata; ma sendo il detto mio verissimo, e l'altro falso, la moltitudine de' contradittori, e massime di tanto valore quanto è il P. Grassi, poteva piú tosto accrescermi il gusto che il dolore, atteso che piú diletta il restar vittorioso di prode e numeroso essercito, che di pochi e debili inimici. E perché degli avvisi che da molte parti d'Europa andavano (come scrive il Sarsi) al suo Maestro, alcuni nel passar di qua lasciavano ancora a noi sentire come generalmente tutti i piú celebri astronomi facevano gran fondamento sopra cotale argomento, né mancavano anco ne' nostri contorni e nella cittá stessa uomini della medesima opinione, io al primo motto, che di ciò intesi, molto chiaramente mi lasciai intendere che stimavo questo argomento vanissimo, di che molti si burlavano, e tanto piú, quando in favor loro apparve l'autorevole attestazione e confermazione del Matematico del Collegio Romano: il che non negherò che mi fusse cagione d'un poco di travaglio, atteso che trovandomi posto in necessitá di difendere il mio detto da tanti altri contradittori, i quali, per esser stati fatti forti da un tanto aiuto, piú imperiosamente mi si levavano contro, non vedevo modo di poter contradire a quelli senza comprendervi anco il P. Grassi. Fu adunque non mia elezzione, ma accidente necessario, ben che fortuito, che indirizzò la mia impugnazione anco in quella parte dov'io meno avrei voluto. Ma che io pretendessi mai (come soggiunge il Sarsi) che tal mio parere dovesse esser repentinamente portato da' venti sino a Roma, come suole accadere delle sentenze degli uomini celebri e grandi, eccede veramente d'assai i termini della mia ambizione. Bene è vero che la lettura della Libra

m'ha fatto pur anco alquanto maravigliare, che tal mio detto non penetrasse a gli orecchi del Sarsi. E non è egli degno di meraviglia, che cose le quali io giá mai non dissi, né pur pensai, delle quali gran numero è registrato nel suo Discorso, gli sieno state riportate, e che d'altre dette da me mille volte non gliene sia pur giunta una sillaba? Ma forse i venti, che conducono le nuvole, le chimere e i mostri che in essi tumultuariamente si vanno figurando, non ánno poi forza di portar le cose sode e pesanti.

Dalle parole che seguono mi par comprendere che il Sarsi m'attribuisca a gran mancamento il non aver con altrettanta cortesia contracambiata l'onorevolezza fattami da' Padri del Collegio in lezzioni publiche fatte sopra i miei scoprimenti celesti e sopra i miei pensieri delle cose che stanno su l'acqua. E qual cosa doveva io fare? Mi risponde il Sarsi: Laudare e approvar il Discorso del P. Grassi. Ma, Sig. Sarsi, giá che le cose tra voi e me s'ánno a bilanciare e, come si dice, trattar mercantilmente, io vi dimando, se quei Reverendi Padri stimarono per vere le cose mie, o pur l'ebber per false. Se le conobbero vere e come tali le lodarono, con troppo grand'usura ridomandereste ora il prestato, quando voleste che io avessi con pari lode a essaltar le cose conosciute da me per false. Ma se le reputaron vane e pur l'essaltarono, posso ben ringraziarli del buono affetto; ma assai piú grato mi sarebbe stato che m'avessero levato d'errore e mostratami la veritá, stimando io assai piú l'utile delle vere correzzioni, che la pompa delle vane ostentazioni: e perché l'istesso credo di tutti i buoni filosofi, però né per l'uno né per l'altro capo mi sentivo in obligo. Mi direte forse ch'io dovevo tacere. A questo rispondo, primamente, che troppo strettamente ci eravamo posti in obligo, il Sig. Mario ed io, avanti la publicazion della scrittura del P. Grassi, di lasciar vedere i nostri pensieri; sí che il

tacere poi sarebbe stato un tirarsi addosso un disprezzo e quasi derision generale. Ma piú soggiungo, che mi sarei anco sforzato, e forse l'avrei impetrato, che il Sig. Guiducci non publicasse il suo Discorso, quando in esso fusse stato cosa pregiudiciale alla degnitá di quel famosissimo Collegio o d'alcun suo professore; ma quando l'opinioni impugnate da noi sono state tutte d'altri prima che del Matematico professore del Collegio, non veggo perché il solo avergli S. R. prestato l'assenso avesse a metter noi in obligo di dissimulare ed ascondere il vero per favoreggiare e mantenere vivo uno errore. La nota, dunque, di poco intendente di logica cade sopra Ticone ed altri che ánno commesso l'equivoco in quell'argomento; il quale equivoco si è da noi scoperto non per notare o biasimare alcuno, ma solo per cavare altrui d'errore e per manifestare il vero: e tale azzione non so che mai possa esser ragionevolmente biasimata. Non ha, dunque, il Sarsi causa di dire che sia appresso di me avvilita la degnitá del Collegio Romano. Ma bene, all'incontro, quando la voce del Sarsi uscisse di quel Collegio, avrei io occasion di dubitare che la dottrina e la reputazion mia, non solo di presente ma forse in ogni tempo, sia stata in assai vile stima, poi che in questa Libra niuno de' miei pensieri viene approvato, né ci si legge altro che contradizzioni accuse e biasimi, ed oltre a quel ch'è scritto (se si deve prestar credenza al grido) uno aperto vanto di poter annichilar tutte le cose mie. Ma sí come io non credo questo, né che alcuno di questi pensieri abbia stanza in quel Collegio, cosí mi vo immaginando che il Sarsi abbia dalla sua filosofia il poter egualmente lodare e biasimare, confermare e ributtar, le medesime dottrine, secondo che la benevolenza o la stizza lo traporta: e fammi in questo luogo sovvenir d'un lettor di filosofia a mio tempo nello Studio di Padova, il quale essendo, come talvolta accade, in collera con un suo con-

corrente, disse che quando quello non avesse mutato modi, avria sotto mano mandato a spiar l'opinioni tenute da lui nelle sue lezzioni, e che in sua vendetta avrebbe sempre sostenute le contrarie.

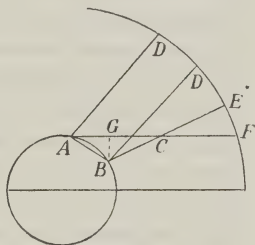
6. Or legga V. S. Illustrissima: *Sed ne tempus querelis frustra teramus, principio, illud non video, quam iure Magistro meo obiiciat ac veluti vitio vertat, quod nimirum in Tychonis verba iurasse eiusdemque vana machinamenta omni ex parte secutus videatur. Quamquam enim hoc plane falsum est, cum, præter argumentandi modos ac rationes quibus cometæ locus inquireretur, nihil aliud in Disputatione nostra reperiat in quo Tychonem, ut expressa verba testantur, sectatus sit; interna vero ipsius animi sensa, astrologus licet Lynceus, ne optico quidem suo telescopio introspexerit; age tamen, detur, Tychoni illum adhæsisse. Quantum tandem istud est crimen? Quem potius sequeretur? Ptolemæum? cuius sectatorum iugulis Mars, propior iam factus, gladio exerto imminet? Copernicum? at qui pius est revocabit omnes ab illo potius, et damnatam nuper hypothesim damnabit pariter ac reiiciet. Unus igitur ex omnibus Tycho supererat, quem nobis ignotas inter astrorum vias ducem adscisceremus. Cur igitur Magistro meo ipse succenseat, qui illum non aspernatur? Frustra hic Senecam invocat Galilæus, frustra hic luget nostri temporis calamitatem, quod vera ac certa mundanarum partium dispositio non teneatur, frustra sæculi huius deplorat infortunium, si nil habeat quo hanc ipsam ætatem, hoc saltem nomine eius suffragio miseram, fortunet magis.*

Da quanto il Sarsi scrive in questo luogo, mi par di comprendere ch'ei non abbia con debita attenzione letto non solo il Discorso del Sig. Mario, ma né anco quello del P. Grassi, poi che e dell'uno e dell'altro adduce proposizioni che in quelli non si ritrovano. Ben è vero che

per aprirsi la strada a poter riuscire a toccarmi non so che di Copernico, egli avrebbe avuto bisogno che le vi fussero state scritte; onde, in difetto, l'ha volute supplir del suo.

E prima, non si trova nella scrittura del Sig. Mario buttato, come si dice, in occhio, né attribuito a mancamento al P. Grassi l'aver giurato fedeltá a Ticone e seguitate in tutto e per tutto le sue vane machinazioni. Ecco i luoghi citati dal Sarsi. Alla fac. 18: « Appresso verrò al Professor di Matematica del Collegio Romano, il quale in una sua scrittura ultimamente publicata pare che sottoscriva ad ogni detto d'esso Ticone, aggiungendovi anco qualche nuova ragione a confermazion dell'istesso parere ». L'altro luogo a fac. 38: « Il Matematico del Collegio Romano ha parimente per quest'ultima cometa ricevuto la medesima ipotesi; e a cosí affermare, oltre a quel poco che n'è scritto dall'Autore, che consuona colla posizion di Ticone, m'induce ancora il vedere in tutto il rimanente dell'opera quanto ei concordi coll'altre Ticoniche immaginazioni ». Or vegga V. S. Illustrissima se qui s'attribuisce cosa veruna a vizio e mancamento. Di piú, è ben chiarissimo che non si trattando in tutta l'opera d'altro che de gli accidenti attenenti alle comete, de' quali Ticone ha scritto sí gran volume, il dire che il Matematico del Collegio concorda coll'altre immaginazioni di Ticone, non s'estende ad altre posizioni ch'a quelle ch'appartengono alle comete; sí che il chiamar ora in paragon di Ticone, Tolomeo e Copernico, i quali non trattaron mai d'ipotesi attenenti a comete, non veggo che ci abbia luogo opportuno.

Quello poi che dice il Sarsi, che nella scrittura del suo Maestro non vi si trova altro, in che egli abbia seguíto Ticone, fuor che le dimostrazioni per ritrovare il luogo della cometa, sia detto con sua pace, non è vero; anzi nessuna cosa vi è meno, che simile dimostrazione.

Tolga Iddio che il P. Grassi avesse in ciò imitato Ticone, né si fusse accorto, quanto nel modo d'investigar la distanza della cometa per l'osservazioni fatte in due luoghi differenti in Terra, si mostri bisognoso della notizia de' primi elementi delle matematiche. Ed acciocché V. S. Illustrissima vegga ch'io non parlo cosí senza fondamento, ripigli la dimostrazion ch'egli comincia alla fac. 123 del Trattato della Cometa del 1577, ch'è nell'ultima parte de' suoi Proginnasmi: nella quale volendo egli provare com'ella non fusse inferiore alla Luna per la conferenza dell'osservazioni fatte da sé in Uraniburg e da Tadeo Agecio in Praga, prima, tirata la subtesa AB all'arco dell'orbe terrestre che media tra i detti due luoghi, e traguardando dal punto A la stella fissa posta in D, suppone l'angolo DAB esser retto; il che è molto lontano dal possibile, perché, sendo la linea AB corda d'un arco minor di gradi 6 (come Ticon medesimo afferma) bisogna, acciò che il detto angolo sia retto, che la fissa D sia lontana dal zenit di A meno di gradi 3; cosa ch'è tanto falsa, quanto che la sua minima distanza è piú di gradi 48, essendo, per detto dell'istesso Ticone, la declinazion della fissa D, ch'è l'Aquila o vogliamo dire l'Avvoltoio, di gradi 7.52 verso borea, e la latitudine di Uraniburg gradi 55.54. In oltre egli scrive, la medesima stella fissa da i due luoghi A e B vedersi nel medesimo luogo dell'ottava sfera, perché la Terra tutta, non che la piccola parte AB, non ha sensibil proporzione coll'immensitá d'essa ottava sfera. Ma perdonimi Ticone: la grandezza e piccolezza della Terra non ha che fare in questo caso, perché il vedersi da ogni sua parte la medesima stella nell'istesso luogo deriva dall'essere ella realmente nell'ottava sfera, e non da altro;

in quel modo a punto che i caratteri che sono sopra questo foglio, giá mai rispetto al medesimo foglio non muteranno apparenza di sito, per qualunque grandissima mutazion di luogo che faccia l'occhio di V. S. Illustrissima che gli riguarda: ma ben uno oggetto posto tra l'óchio e la carta, al movimento della testa varierá l'apparente sito rispetto a' caratteri, sí che il medesimo carattere ora se gli vedrá dalla destra, ora dalla sinistra, ora piú alto, ed ora piú basso; ed in cotal guisa mutano apparente luogo i pianeti nell'orbe stellato, veduti da differenti parti della Terra, perché da quello sono lontanissimi; e quello che in questo caso opera la piccolezza della Terra, è che, facendo i piú lontani da noi minor varietá d'aspetto, ed i piú vicini maggiore, finalmente per uno lontanissimo la grandezza della Terra non basti a far tal varietá sensibile. Quello poi che soggiunge accadere conforme alle leggi de gli archi e delle corde, vegga V. S. Illustrissima quant'ei sia da tali leggi lontano, anzi pure da' primi elementi di geometria. Egli dice, le due rette A D, B D esser perpendicolari alla A B: il che è impossibile, perché la sola retta che viene dal vertice è perpendicolare sopra la tangente e le sue parallele, e queste non vengono altramente dal vertice, né l'A B è tangente o ad essa parallela. In oltre, ei le domanda parallele, e appresso dice che le si vanno a congiungere nel centro: dove, oltre alla contradizzione dell'esser parallele e concorrenti, vi è che, prolungate, passano lontanissime dal centro. E finalmente conclude, che venendo dal centro alla circonferenza sopra i termini dell'A B, elle sono perpendicolari: il che è tanto impossibile, quanto che delle linee tirate dal centro a tutti i punti della corda A B, sola quella che cade nel punto di mezo gli è perpendicolare, e quelle che cascano ne gli estremi termini sono piú di tutte l'altre inclinate ed oblique. Vegga dunque V. S. Illustrissima a quali e quante essorbitanze avrebbe

il Sarsi fatto prestar l'assenso dal suo Maestro, quando vero fusse ciò ch'in questo proposito ha scritto, cioè che quello abbia seguitate le ragioni e modi di dimostrar di Ticone nel ricercar il luogo della cometa. Vegga di piú il medesimo Sarsi quant'io meglio di lui, senza adoperar astrologia né telescopio, abbia penetrato, non dirò i sensi interni dell'animo suo, perché per ispiar questi io non ho né occhi né anco orecchi, ma i sensi della sua scrittura, i quali son pur tanto chiari e manifesti, che bisogno non ci è de gli occhi lincei, gentilmente introdotti dal Sarsi, credo per ischerzare un poco sopra la nostra Academia. E perché e V. S. Illustrissima ed altri Principi e Signori grandi son meco a parte nello scherzo, io, per la dottrina di sopra insegnatami dal Sarsi, non curando molto i suoi motti, me la passerò sotto l'ombra loro, o, per meglio dire, illustrerò l'ombra mia col loro splendore.

Ma tornando al proposito, vegga com'egli di nuovo vuol pure ch'io abbia reputato gran mancamento nel P. Grassi l'aver egli aderito alla dottrina di Ticone, e risentitamente domanda: Chi ei doveva seguitare? forse Tolomeo, la cui dottrina dalle nuove osservazioni in Marte è scoperta per falsa? forse il Copernico, dal quale piú presto si deve rivocar ognuno, mercé dell'ipotesi ultimamente dannata? Dove io noto piú cose: e prima, replico ch'è falsissimo ch'io abbia mai biasimato il seguitar Ticone, ancor che con ragione avessi potuto farlo, come pur finalmente dovrá restar manifesto a i suoi aderenti per l'Antiticone del Sig. Cavalier Chiaramonte; sí che quanto qui scrive il Sarsi, è molto lontano dal proposito; e molto piú fuor del caso s'introducono Tolomeo e Copernico, de' quali non si trova che scrivessero mai parola attenente a distanze, grandezze, movimenti e teoriche di comete, delle quali sole, e non d'altro, si è trattato, e con altrettanta occasione vi si potevano accoppiare Sofocle, e Bartolo, o Livio. Parmi, oltre a ciò, di scorgere nel Sarsi ferma cre-

denza, che nel filosofare sia necessario appoggiarsi all'opinioni di qualche celebre autore, sí che la mente nostra, quando non si maritasse col discorso d'un altro, ne dovesse in tutto rimanere sterile ed infeconda; e forse stima che la filosofia sia un libro e una fantasia d'un uomo, come l'Iliade e l'Orlando Furioso, libri ne' quali la meno importante cosa è che quello che vi è scritto sia vero. Sig. Sarsi, la cosa non istá cosí. La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto. Ma posto pur anco, come al Sarsi pare, che l'intelletto nostro debba farsi mancipio dell'intelletto d'un altr'uomo (lascio stare ch'egli, facendo cosí tutti, e se stesso ancora, copiatori, loderá in sé quello che ha biasimato nel Sig. Mario), e che nelle contemplazioni de' moti celesti si debba aderire ad alcuno, io non veggo per qual ragione ei s'elegga Ticone, anteponendolo a Tolomeo e a Nicolò Copernico, de' quali due abbiamo i sistemi del mondo interi e con sommo artificio costrutti e condotti al fine; cosa ch'io non veggo che Ticone abbia fatta, se giá al Sarsi non basta l'aver negati gli altri due e promessone un altro, se ben poi non esseguito. Né meno dell'aver convinto gli altri due di falsitá, vorrei che alcuno lo riconoscesse da Ticone: perché, quanto a quello di Tolomeo, né Ticone né altri astronomi né il Copernico stesso potevano apertamente convincerlo, avvenga che la principal ragione, presa da i movimenti di Marte e di Venere, aveva sempre il senso in contrario; al quale dimostrandosi il disco di Venere nelle due congiunzioni e separa-

zioni dal Sole pochissimo differente in grandezza da se stesso, e quel di Marte perigeo a pena 3 o 4 volte maggiore che quando è apogeo, giá mai non si sarebbe persuaso dimostrarsi veramente quello 40 e questo 60 volte maggiore nell'uno che nell'altro stato, come bisognava che fusse quando le conversioni loro fussero state intorno al Sole, secondo il sistema Copernicano; tuttavia ciò esser vero e manifesto al senso, ho dimostrato io, e fattolo con perfetto telescopio toccar con mano a chiunque l'ha voluto vedere. Quanto poi all'ipotesi Copernicana, quando per beneficio di noi Cattolici da piú sovrana sapienza non fussimo stati tolti d'errore ed illuminata la nostra cecitá, non credo che tal grazia e beneficio si fusse potuto ottenere dalle ragioni ed esperienze poste da Ticone. Essendo, dunque, sicuramente falsi li due sistemi, e nullo quello di Ticone, non dovrebbe il Sarsi riprendermi se con Seneca desidero la vera costituzion dell'universo. E ben che la domanda sia grande e da me molto bramata, non però tra ramarichi e lagrime deploro, come scrive il Sarsi, la miseria e calamitá di questo secolo, né pur si trova minimo vestigio di tali lamenti in tutta la scrittura del Sig. Mario; ma il Sarsi, bisognoso d'adombrare e dar appoggio a qualche suo pensiero ch'ei desiderava di spiegare, lo va da se stesso preparando, e somministrandosi quegli attacchi che da altri non gli sono stati porti. E quando pur io deplorassi questo nostro infortunio, io non veggo quanto acconciamente possa dire il Sarsi, indarno essere sparse le mie querele, non avendo io poi modo né facoltá di tor via tal miseria, perché a me pare che appunto per questo avrei causa di querelarmi, ed all'incontro le querimonie allora non ci avrebbon luogo, quando io potessi tor via l'infortunio.

7. Ma legga ormai V. S. Illustrissima. *Et quoniam hoc loco atque hoc ad disputationem ingressu confutanda ea mihi sunt quæ minoris ponderis videntur, illud ab homine*

perhumano, qualem illum omnes norunt, expectassem profecto nunquam, ut, vel ipso Catone severior, lepores quosdam ac sales, apposite a nobis inter dicendum usurpatos, fastidiose adeo aversaretur, ut irrideret potius, ac diceret naturam poëticis non delectari. At ego, proh, quantum ab hac opinione distabam! naturam poëtriam ad hanc usque diem existimavi. Illa certe vix unquam poma fructusque ullos parit, quorum flores, veluti ludibunda, non præmittat. Galilæum vero quis unquam adeo durum existimasset, ut a severioribus negotiis festiva aliqua eorum condimenta longe ablegenda censeret? Hoc enim Stoici potius est, quam Academici. Attamen iure is quidem nos arguat, si gravissimas quæstiones iocis ac salibus eludere, potius quam explicare, tentaremus; at vero, rationum inter gravissimarum pondera, lepide aliquando ac salse iocari quis vetat? Vetat enimvero Academicus. Non paremus. Et si illi nostra hæc urbanitas non sapit? Plures habemus, non minus eruditos, quos delectat. Neque enim hic fuit sensus virorum, et genere et doctrina clarissimorum, qui nostræ disputationi interfuere, quibus sapienter omnino factum visum est, ut cometes, triste infaustumque vulgo portentum, placido aliquo verborum lenimento tractaretur, ac prope mitigaretur. Sed hæc levia sunt, inquis. Ita est; ac proinde leviter diluenda.

Da quanto qui è scritto in poche parole sbrigandomi, dico che né il Sig. Mario né io siamo cosí austeri, che gli scherzi e le soavitá poetiche ci abbiano a far nausea: di che ci sieno testimoni l'altre vaghezze interserite molto leggiadramente dal P. Grassi nella sua scrittura, delle quali il Sig. Mario non ha pur mosso parola per tassarle; anzi con gran gusto si son letti i natali, la cuna, le abitazioni, i funerali della cometa, e l'essersi accesa per far lume all'abboccamento e cena del Sole e di Mercurio; né pur ci ha dato fastidio che i lumi fussero accesi 20 giorni

dopo cena, né meno il sapere che dov'è il Sole, le candele son superflue ed inutili, e ch'egli non cena, ma desina solamente, cioè mangia di giorno, e non di notte, la quale stagione gli è del tutto ignota: tutte queste cose senza veruno scrupolo si sono trapassate, perché, dette in cotal guisa, non ci ánno lasciato nulla da desiderare nella veritá del concetto sotto cotali scherzi contenuto, il quale, per esser per sé noto e manifesto, non avea bisogno d'altra piú profonda dimostrazione. Ma che in una questione massima e difficilissima, qual è il volermi persuadere trovarsi realmente, e fuor di burle, in natura un particolare orbe celeste per le comete, mentre che Ticone non si può sviluppar nell'esplicazion della difformitá del moto apparente di essa cometa, la mente mia debba quietarsi e restar appagata d'un fioretto poetico, al quale non succede poi frutto veruno, questo è quello che il Sig. Mario rifiuta, e con ragione e con veritá dice che la natura non si diletta di poesie: proposizion verissima, ben che il Sarsi mostri di non la credere, e finga di non conoscer o la natura o la poesia, e di non sapere che alla poesia sono in maniera necessarie le favole e finzioni, che senza quelle non può essere; le quali bugie son poi tanto abborrite dalla natura, che non meno impossibil cosa è il ritrovarvene pur una, che il trovar tenebre nella luce. Ma tempo è ormai che vegniamo a cose di momento maggiore; però legga V. S. Illustrissima quel che segue.

8. *Venio nunc ad graviora. Tribus potissimum argumentis cometæ locum indagandum censuit Magister meus: primum quidem, per parallaxis observationes; deinde, ex incessu eiusdem ac motu; denique, ex iis quæ tubo optico in illo observarentur. Conatur Galilæus singulis abrogare fidem, eaque suis momentis privare. Cum enim ostendissemus, cometam, ex variis diversorum locorum observationibus ,parvam admodum passum esse aspectus diversitatem, ac propterea supra Lunam sta-*

tuendum, ait ille, argumentum ex parallaxi desumptum nihil habere ponderis, nisi prius statuatur, sint ne illa quæ observantur vera unoque loco consistentia, an vero in speciem apparentia ac vaga. Recte is quidem; sed non erat his opus. Quid enim, si statutum iam id haberetur? Certe, cum certamen nobis præsertim esset cum Peripateticis, quorum sententia quamplurimos etiam nunc sectatores recenset, frustra ex apparentium numero cometas exclusissemus, cum nullius nostrum animum pulsaret hæc dubitatio. Sane Galilæus ipse, dum adversus Aristotelem disputat, non acriori ac validiori utitur argumento, quam ex parallaxi desumpto. Cur igitur, simili atque eadem prorsus in caussa, nobis eodem uti libere non liceret?

Per conoscer quanto sia il momento delle cose qui scritte, basterá restringere in brevitá quello che dice il Sig. Mario e questo che gli viene opposto. Scrisse il Sig. Mario in generale: « Quelli che per via della paralasse voglion determinar circa 'l luogo della cometa, ánno bisogno di stabilir prima, lei esser cosa fissa e reale, e non un'apparenza vaga, atteso che la ragion della paralasse conclude ben negli oggetti reali, ma non negli apparenti », com'egli essemplifica in molti particolari; aggiunge poi, la mancanza di paralasse rendere incompatibili le due proposizioni d'Aristotile, che sono, che la cometa sia un incendio, ch'è cosa tanto reale, e sia in aria molto vicina alla Terra. Qui si leva su il Sarsi, e dice: « Tutto sta bene, ma è fuor del caso nostro, perché noi disputiamo contro Aristotile, e vana sarebbe stata la fatica in provar che la cometa non fusse una apparenza, poi che noi convegniamo con lui in tenerla cosa reale, e come di cosa reale il nostro argomento, preso dalla paralasse, conclude; anzi (soggiunge egli) l'avversario stesso non si serve d'argomento piú valido contro Aristotile; e se ei se ne serve, perché nell'istessa causa non ce ne possiamo liberamente servir noi ancora? ». Or qui io non so

quel che il Sarsi pretenda, né in qual cosa ei pensa d'impugnare il Sig. Mario, poi che ambedue dicono le medesime cose, cioè che la ragione della paralasse non vale nelle pure apparenze, ma val ben ne gli oggetti reali, ed in conseguenza val contro Aristotile, mentr'ei vuole che la cometa sia cosa reale. Qui, se si debbe dire il vero con pace del Sarsi, non si può dir altro se non ch'egli, co 'l palliare il detto del Sig. Mario, ha voluto abbarbagliar la vista al lettore, sí che gli resti concetto che il Sig. Mario abbia parlato a sproposito; perché a voler che l'obbiezzioni del Sarsi avessero vigore, bisognerebbe che, dove il Sig. Mario, parlando in generale a tutto il mondo, dice: « A chi vuol che l'argomento della paralasse militi nella cometa, convien che provi prima, quella esser cosa reale », bisognerebbe, dico, che avesse detto: « Se il P. Grassi vuole che l'argomento della paralasse militi contro Aristotile, che tiene la cometa esser cosa reale, e non apparente, bisogna che prima provi che la cometa sia cosa reale, e non apparente »; e cosí il detto del Sig. Mario sarebbe veramente, quale il Sarsi lo vorrebbe far apparire, un grandissimo sproposito. Ma il Sig. Mario non ha mai né scritte né pensate queste sciocchezze.

9. *Sed confutandæ etiam fuerint Anaxagoræ, Pythagoræorum atque Hippocratis opiniones. Nemo tamen ex iis, cometam vanum omni ex parte oculorum ludibrium affirmarat. Anaxagoras enim stellarum verissimarum congeriem esse dixit; cum Aeschylo Hippocrates nihil a Pythagoræis dissentit: Aristoteles profecto, cum eorundem Pythagoræorum sententiam exposuisset, qua dicerent cometam unum esse errantium siderum, tardissime ad nos accedens ac citissime fugiens, subdit: « Similiter autem his et qui sub Hippocrate Chio et discipulo eius Aeschylo enunciaverunt; sed comam non ex se ipso aiunt habere, sed errantem, propter locum, aliquando accipere, refracto nostro visu ab humore attracto ab ipso ad Solem ». Ga-*

lilæus vero, in ipso suæ disputationis exordio, dum eorumdem placita recenset, asserit dixisse illos, cometam stellam quandam fuisse, quæ, Terris aliquando propior facta, quosdam ab eadem ad se vapores extraheret, e quibus sibi, non caput, sed comam decenter aptaret. Minus igitur, ut hoc obiter dicam, ad rem facit, dum postea ex his iisdem locis probat, Pythagoræos etiam existimasse cometam ex refractione luminis extitisse; illi enim nihil in cometis vanum, præter barbam, existimarunt. Intelligit ergo, nulli horum visum unquam fuisse, cometam, si de eiusdem capite loquamur, inane quiddam ac mere apparens dicendum. Quare, cum hac in re, ad hoc usque tempus, convenirent omnes, quid erat causæ, cur facem hanc lucidissimam larvis illis ac fictis colorum ludibriis spoliaremus, ab eaque crimen illud averteremus, quod ei nullus hominum, quorum habenda foret ratio, obiecisset? Cardanus enim ac Telesius, ex quibus aliquid ad hanc rem desumpsisse videtur Galilæus, sterilem atque infelicem philosophiam nacti, nulla ab ea prole beati, libros posteris, non liberos, reliquerunt. Nobis igitur ac Tychoni satis sit, apud eos non perperam disputasse, apud quos nunquam vani ac fallacis spectri cometes incurrit suspicionem; hoc est, ipso Galilæo teste, apud omnium, quotquot adhuc fuerunt, philosophorum Academias. Quod si quis modo inventus est, qui hæc phænomena inter mere apparentia reponenda diserte docuerit, ostendam huic ego suo loco, ni fallor, quam longe cometæ ab iride, areis et coronis, moribus ac motibus distent, quibusque argumentis conficiatur, cometem, si comam excluseris, non ad Solis imperium nutumque, quod apparentibus omnibus commune est, agi, sed liberum moveri protinus ac circumferri quo sua illum natura impulerit traxeritque.

Qui volendo anco in universale mostrar, la dubitazion promossa dal Sig. Mario esser vana e superflua, dice, niuno autore antico o moderno, degno d'esser avuto in

considerazione, aver mai stimato la cometa potere esser una semplice apparenza, e che per ciò al suo Maestro, il quale solo con questi disputava e di questi soli aspirava alla vittoria, niun mestier faceva di rimuoverla dal numero de' puri simulacri. Al che io rispondendo, dico primieramente che il Sarsi ancora con simil ragione poteva lasciare stare il Sig. Mario e me, poi che siam fuori del numero di quegli antichi e moderni contro i quali il suo Maestro disputava, ed abbiamo avuta intenzione di parlar solamente con quelli (sieno antichi o moderni) che cercano con ogni studio d'investigar qualche veritá in natura, lasciando in tutto e per tutto ne' lor panni quegli che solo per ostentazione in strepitose contese aspirano ad esser con pomposo applauso popolare giudicati non ritrovatori di cose vere, ma solamente superiori a gli altri; né doveva mettersi con tanta ansietá per atterrar cosa che né a sé né al suo Maestro era di pregiudicio. Doveva secondariamente considerare, che molto piú è scusabile uno a chi in alcuna professione non cade in mente qualche particolare attenente a quella, e massime quando né anco a mille altri, che abbiano professato il medesimo, è sovvenuto, che quegli a cui venga in mente, e presti l'assenso a cosa che sia vana ed inutile in quell'affare; ond'ei poteva e doveva piú tosto confessare che al suo Maestro, com'anco a nessun de' suoi antecessori, non era passato per la mente il concetto che la cometa potesse essere una apparenza, che sforzarsi per dichiarar vana la considerazion sovvenuta a noi: perché quello, oltre che passava senza niuna offesa del suo Maestro, dava indizio d'una ingenua libertá, e questo, non potendo seguire senza offesa della mia reputazione (quando gli fusse sortito l'intento), dá piú tosto segno d'animo alterato da qualche passione. Il Sig. Mario, con isperanza di far cosa grata e profittevole agli studiosi del vero, propose con ogni modestia, che per l'avvenire fusse bene

considerare l'essenza della cometa, e s'ella potesse esser cosa non reale, ma solo apparente, e non biasimò il P. Grassi né altri, che per l'addietro non l'avesser fatto. Il Sarsi si leva su, e con mente alterata cerca di provare, la dubitazione essere stata fuor di proposito, ed esser di piú manifestamente falsa; tuttavia per trovarsi, come si dice, *in utrumque paratus,* in ogni evento ch'ella apparisse pur degna di qualche considerazione, per ispogliarmi di quella lode che arrecar mi potesse, la predica per cosa vecchia del Cardano e del Telesio, ma disprezzata dal suo Maestro come fantasia di filosofi deboli e di niun seguito; ed in tanto dissimula, e non sente con quanta poca pietá egli spoglia e denuda coloro di tutta la reputazione, per ricoprire un piccolissimo neo di quella del suo Maestro. Se voi, Sarsi, vi fate scolare di quei venerandi Padri nella natural filosofia, non vi fate giá nella morale, perché non vi sará creduto. Quello che abbiano scritto il Cardano e 'l Telesio, io non l'ho veduto, ma per altri riscontri, che vedremo appresso, posso facilmente conghietturare che il Sarsi non abbia ben penetrato il senso loro. In tanto non posso mancare, per avvertimento suo e per difesa di quelli, di mostrar quanto improbabilmente ei conclude la loro poca scienza della filosofia dal piccol numero de' suoi seguaci. Forse crede il Sarsi, che de' buoni filosofi se ne trovino le squadre intere dentro ogni ricinto di mura? Io, Sig. Sarsi, credo che volino come l'aquile, e non come gli storni. È ben vero che quelle, perché son rare, poco si veggono e meno si sentono, e questi, che volano a stormi, dovunque si posano, empiendo il ciel di strida e di rumori, metton sozzopra il mondo. Ma pur fussero i veri filosofi come l'aquile, e non piú tosto come la fenice. Sig Sarsi, infinita è la turba de gli sciocchi, cioè di quelli che non sanno nulla; assai son quelli che sanno pochissimo di filosofia; pochi son quelli che ne sanno qualche piccola cosetta; pochissimi

quelli che ne sanno qualche particella; un solo Dio è quello che la sa tutta. Sí che, per dir quel ch'io voglio inferire, trattando della scienza che per via di dimostrazione e di discorso umano si può da gli uomini conseguire, io tengo per fermo che quanto piú essa participerá di perfezzione, tanto minor numero di conclusioni prometterá d'insegnare, tanto minor numero ne dimostrerá, ed in conseguenza tanto meno alletterá, e tanto minore sará il numero de' suoi seguaci: ma, per l'opposito, la magnificenza de' titoli, la grandezza e numerositá delle promesse, attraendo la natural curiositá de gli uomini e tenendogli perpetuamente ravvolti in fallacie e chimere, senza mai far loro gustar l'acutezza d'una sola dimostrazione, onde il gusto risvegliato abbia a conoscer l'insipidezza de' suoi cibi consueti, ne terrá numero infinito occupato; e gran ventura sará d'alcuno che, scorto da straordinario lume naturale, si saprá torre da i tenebrosi e confusi laberinti ne i quali si sarebbe coll'universale andato sempre aggirando e tuttavia piú avviluppando. Il giudicar dunque dell'opinioni d'alcuno in materia di filosofia dal numero de i seguaci, lo tengo poco sicuro. Ma ben ch'io stimi, piccolissimo poter esser il numero de i seguaci della miglior filosofia, non però concludo, pel converso, quelle opinioni e dottrine esser necessariamente perfette, le quali ánno pochi seguaci; imperocché io intendo molto bene, potersi da alcuno tenere opinioni tanto erronee, che da tutti gli altri restino abbandonate. Ora, da qual de' due fonti derivi la scarsitá de' seguaci de' due autori nominati dal Sarsi per infecondi e derelitti, io non lo so, né ho fatto studio tale nell'opere loro, che mi potesse bastar per giudicarle.

Ma tornando alla materia, dico che troppo tardi mi par che il Sarsi voglia persuaderci che il suo Maestro, non perché non gli cadesse in mente, ma perché disprezzò come cosa vanissima il concetto che la cometa potess'es-

sere un puro simulacro, e che in questi non milita l'argomento della paralasse, non ne fece menzione: tarda, dico, è cotale scusa, perché quand'egli scrisse nel suo Problema: *Statuo, rem quamcunque inter firmamentum et Terram constitutam, si diversis e locis spectetur, diversis etiam firmamenti partibus responsuram,* chiaramente si dimostrò, non gli esser venuto in mente l'iride e l'alone, i parelii ed altre reflessioni, che a tal legge non soggiacciono, le quali ei doveva nominare ed eccettuare, e massime ch'egli stesso, lasciando Aristotile, inclina all'opinione del Kepplero, che la cometa possa essere una reflessione. Ma seguendo piú avanti, mi par di vedere che il Sarsi faccia gran differenza dal capo della cometa alla sua barba o chioma, e che quanto alla chioma possa esser veramente ch'ella sia un'illusione della nostra vista e una apparenza, e che tale l'abbiano stimata ancora quei Pittagorici nominati da Aristotile; ma quanto al capo stima che sia necessariamente cosa reale, e che niuno l'abbia mai creduto altrimenti. Or qui vorrei io una bene specificata distinzione tra quello che il Sarsi intende per reale e quello ch'egli stima apparente, e qual cosa sia quella che fa esser reale quello ch'è reale, e apparente quello ch'è apparente: perché, s'egli chiama il capo reale per esser in una sostanza e materia reale, io dico che anco la chioma è tale; sí che chi levasse via quei vapori ne' quali si fa la reflession della vista nostra al Sole, sarebbe tolta parimente la chioma, come al tor via delle nuvole si toglie l'iride e l'alone: e s'ei domanda la chioma finta perché senza la reflession della vista al Sole ella non sarebbe, io dico che anco del capo seguirebbe l'istesso; sí che tanto la chioma quanto il capo non son altro che reflession di raggi in una materia, qualunqu'ella si sia; e che in quanto reflessioni sono pure apparenze, in quanto alla materia son cosa reale. E se il Sarsi ammette che alla mutazion di luogo del riguardante

faccia o possa far mutazion di luogo la generazion della chioma nella materia, io dico che del capo ancora può nel medesimo modo seguir l'istesso; e non credo che quei filosofi antichi stimassero altrimenti, perché, se, v. g., avessero creduto il capo esser realmente una stella per se stessa, lucida e consistente, e solo la chioma apparente, avrebber detto che quando per l'obliquitá della sfera non si fa la refrazzion della nostra vista al Sole, non si vede piú la chioma, ma sí ben la stella, ch'è capo della cometa; il che non dissero, ma dissero che in tutto non si vedeva cometa: segno evidente, la generazion d'ambedue esser l'istessa. Ma detto o non detto che ciò sia da gli antichi, vien messo in considerazione adesso dal Sig. Mario con assai sensate ragioni di dubitare, le quali devono esser ponderate, come pure fa ancora l'istesso Sarsi; e noi a suo luogo anderemo considerando quanto egli ne scrive.

10. Intanto segua V. S. Illustrissima di leggere: *Eadem prorsus ratione respondendum mihi est ad ea quæ argumento ex motu desumpto obiiciuntur. Nos enim ex eo, quod loca cometæ singulis diebus respondentia in plano, ad modum horologii, descripta in una recta linea reperirentur, motum illum in circulo maximo fuisse necessario inferebamus: obiicit autem Galilæus, « non deduci id necessario; quia, si incessus cometæ revera in linea recta fuisset, sic etiam loca ipsius, ad modum horologii descripta, lineam rectam constituissent; non tamen fuisset motus hic in circulo maximo ». Sed quamvis verissimum sit, motum etiam per lineam rectam repræsentari debuisse rectum; cum tamen adversus eos lis esset, qui vel de cometæ motu circulari nihil ambigerent, vel quibus rectus hic motus nunquam venisset in mentem, hoc est contra Anaxagoram, Pythagoræos, Hippocratem et Aristotelem, atque illud tantum quæreretur, an cometes, qui in orbem agi credebatur, maiores an potius minores lu-*

straret orbes; non inepte, sed prorsus necessario, ex motu in linea recta apparente inferebatur circulus ex motu descriptus maximus fuisse: nemo enim adhuc motum hunc rectum et perpendicularem invexerat. Quamvis enim Keplerus ante Galilæum, in appendicula de motu cometarum, per lineas rectas eundem motum explicare contendat, ille tamen nihilominus vidit, in quales sese difficultates indueret: quare neque ad Terram perpendicularem esse voluit motum hunc, sed transversum; neque æqualem, sed in principio ac fine remissiorem, celerrimum in medio; eumque præterea fulciendum Terræ ipsius motu circulari existimavit, ut omnia cometarum phœnomena explicaret; quæ nobis catholicis nulla ratione permittuntur. Ego igitur opinionem illam, quam pie ac sancte tueri non liceret, pro nulla habendam duxeram. Quod si postea, paucis mutatis, motum hunc rectum cometis tribuendum putavit Galilæus, id quam non recte præstiterit inferius singillatim mihi ostendendum erit. Intelligat interim, nihil nos contra logicæ præcepta peccasse, dum ex motu in linea recta apparente orbis maximi partem eodem descriptam fuisse deduximus. Quid enim opus fuerat motum illum rectum et perpendicularem excludere, quem in cometis nusquam reperiri constabat?

Aveva il Sig. Guiducci, con quell'onestissimo fine d'agevolar la strada agli studiosi del vero, messo in considerazione l'equivoco che prendevano quegli che, dall'apparir la cometa mossa per linea retta, argumentavano il movimento suo esser per cerchio massimo, avvertendogli che, se bene era vero che il moto per cerchio massimo sempre appariva retto, non era però necessariamente vero il converso, cioè che il moto che apparisse retto fusse per cerchio massimo, come venivano ad aver supposto quegli che dall'apparente moto retto inferivano, la cometa muoversi per cerchio massimo: tra i quali era stato il P.

Grassi, il quale, forse quietandosi nell'autoritá di Ticone, che prima aveva equivocato, trapassò quello che forse non avrebbe passato quando non avesse avuto tal precursore; il che rende assai scusabile appresso di me il piccolo errore del Padre, il quale credo anco che dell'avvertimento del Sig. Mario abbia fatto capitale e tenutogliene buon grado. Vien ora il Sarsi, e continuando nel suo giá impresso affetto, s'ingegna di far apparir l'avvertimento innavvertenza e poca considerazione, credendo in cotal guisa salvar il suo Maestro: ma a me pare che ne segua contrario effetto (quando però il Padre prestasse il suo assenso alle scuse e difese del Sarsi), e che per ischivare nn error solo, incorrerebbe in molti.

E prima, seguitando il Sarsi di reputar vano e superfluo l'avvertir quelle cose che né esso né altri ha avvertite, dice che, disputando il suo Maestro con Aristotile e con Pittagorici, che mai non avevano introdotto per le comete movimento retto, fuor del caso sarebbe stato ch'avesse tentato di rimuoverlo. Ma se noi ben considereremo, questa scusa non solleva punto il Padre: perché non avendo mai li medesimi avversari introdotto per le comete il moto per cerchi minori, altrettanto resta superfluo il dimostrar ch'elle si muovano per cerchi massimi. Bisogna dunque al Sarsi, o trovar che quegli antichi abbiano scritto, le comete muoversi per cerchi minori, o confessare che il suo Maestro sia del pari stato superfluo nel considerare il moto per cerchio massimo, come sarebbe stato nel considerare il retto.

Anzi (e sia per la seconda instanza), stando pur nella regola del Sarsi, assai maggior mancamento è stato il lasciar senza considerazione il moto retto, poi che pur v'era il Kepplero che attribuito l'aveva alle comete, ed il medesimo Sarsi lo nomina. Né mi pare che la scusa ch'egli adduce sia del tutto sofficiente, cioè che per tirarsi tale opinion del Kepplero in conseguenza la mo-

bilitá della Terra, proposizione la quale piamente e santamente non si può tenere, egli per ciò la reputava per niente; perché questo doveva piú tosto essergli stimolo a distruggerla e manifestarla per impossibile: e forse non è mal fatto il dimostrar anco con ragioni naturali, quando ciò si possa, la falsitá di quelle proposizioni che son dichiarate repugnanti alle Scritture Sacre.

Terzo, resta ancor manchevole la scusa del Sarsi, perché non solamente il moto veramente retto apparisce per linea retta, ma qualunque altro, tuttavolta che sia fatto nel medesimo piano nel quale è l'occhio del riguardante; il che fu pure accennato dal Sig. Mario: sí che bisognerá al Sarsi trovar modo di persuaderci che né anco alcuno altro movimento, fuor del circolare, sia mai caduto in mente ad alcuno potersi assegnare alle comete; il che non so quanto acconciamente gli potesse succedere; perché, quando niuno altro l'avesse detto, l'ha pure egli stesso scritto pochi versi di sotto, quando, per difesa della digression dal Sole di piú di 90 gradi, ei dá luogo al moto non circolare, ed ammette quello per linea ovata, anzi pur, bisognando, per qualsivoglia linea irregolare ancora. È dunque necessario, o che l'istesso movimento sia or circolare or ovale or del tutto irregolare, secondo il bisogno del Sarsi, o ch'ei confessi la difesa pel suo Maestro esser difettosa.

Quarto, ma che sará quando io ammetta, il moto della cometa esser, non solo per commune opinione, ma veramente e necessariamente, circolare? Stimerá forse il Sarsi, esser perciò dal suo Maestro o da altri, dall'apparir quello per retta linea, concludentemente dimostrato esser per cerchio massimo? So che il Sarsi ha sin ora creduto di sí, e si è ingannato, ed io lo trarrei d'errore, quando credessi di non gli dispiacere; e per ciò fare l'interrogherei, quali nella sfera ei domanda cerchi massimi. So che mi risponderebbe, quelli che passando per lo centro di quella (ch'è

anco il centro della Terra), la dividono in due parti uguali. Io gli soggiungerei: Adunque i cerchi descritti da Venere, da Mercurio e da' pianeti Medicei non sono altrimenti cerchi massimi, anzi piccolissimi, avendo questi per lor centro Giove, e quelli il Sole; tuttavia se s'osserverá quali si mostrino i movimenti loro, gli troveremo apparir per linee rette; il che avviene per esser l'occhio nostro nel medesimo piano nel quale son anco i cerchi descritti dalle nominate stelle. Concludiamo per tanto che dall'apparirci un moto retto altro non si può concludere salvo che l'esser fatto, non per la circonferenza d'un cerchio massimo piú che per quella d'un minore, ma solamente esser fatto nel piano che passa per l'occhio, cioè nel piano d'un cerchio massimo; e che in se stesso quel moto può esser fatto per linea circolare, ed anco per qual si voglia altra quanto si voglia irregolare, ché sempre apparirá retto; e che però, non essendo le due proposizioni giá da noi essaminate convertibili, il prender l'una per l'altra è un equivocare, ch'è poi peccare in logica.

Se io credessi che il Sarsi non fusse per volermene male, vorrei che noi gli conferissimo un'altra simil fallacia, la quale veggo ch'è da grandissimi uomini trapassata, e forse l'istesso Sarsi non vi ha fatto reflessione; ma non vorrei fargli dispiacere col mostrargli di non l'aver io ancora, con tanti altri piú perspicaci di me, trascorsa. Ma sia come si voglia, la voglio conferire a V. S. Illustrissima. È stato con arguta osservazion notato, che l'estremitá della coda, il capo delle comete ed il centro del disco del Sole si scorgono sempre secondo la medesima linea retta; dal che si è preso gagliarda conghiettura, detta coda essere una distesa refrazzione del lume solare, diametralmente opposta al Sole; ned è, per quanto io sappia, sin qui caduto in considerazione ad alcuno, come il mostrarcisi il Sole e tutto il tratto della cometa in linea retta non concluda che necessariamente la linea

retta tirata per l'estremitá della coda e pel capo della cometa vada, prolungata, a terminar nel Sole. Per apparir tre o piú termini in linea retta, basta che sieno collocati nel medesimo piano che l'occhio: e cosí per essempio, Marte o la Luna talora si vederanno in mezo direttamente tra due stelle fisse, ma non perciò la linea retta che congiungesse le due stelle passerebbe per Marte o per la Luna, Dall'apparir, dunque, la coda della cometa direttamente opposta al Sole, altro non si può necessariamente concludere, che l'esser nel medesimo piano coll'occhio.

Or sia, nel quinto luogo, notata certa, dirò cosí, incostanza nelle parole verso il fine delle lette da V. S. Illustrissima e da me essaminate; dove il Sarsi si prende assunto di voler piú a basso mostrare quanto malamente io, cioè il Sig. Mario, abbia attribuito alla cometa il moto retto, e poi, tre versi piú a basso, dice non esser bisogno alcuno d'escluder questo moto retto, il qual era certo e manifesto giá mai non ritrovarsi nelle comete. Ma se l'impossibilitá di questo moto è certa e manifesta, a che proposito mettersi a volerla escludere? ed in qual modo è ella certa e manifesta, se, per detto del Sarsi, nessuno l'ha pur mai non solamente confutata, ma né anco considerata? Al Kepplero solo, dic'egli, è tal moto venuto in considerazione. Ma il Kepplero non lo confuta, anzi l'introduce per possibile e vero. Parmi che 'l Sarsi, sentendosi di non poter far altro, cerchi d'avviluppare il lettore: ma io cercherò di disfare i viluppi.

11. *Sed dum illud præterea hoc loco nobis obiicit: « Si cometes circa Solem ageretur, cum integro quadrante ab eodem Sole recesserit, futurum aliquando ut ad Terram usque descenderet », non venit illi in mentem fortasse, non uno modo circa Solem cometam agi potuisse. Quid enim, si circulus, quo vehebatur, eccentricus Soli fuisset, et maiori sui parte aut supra Solem existente, aut ad*

septentrionem vergente? Quid, si motus circularis non fuisset, sed ellipticus, et quidem summa imaque parte compressus, longe vero exporrectus in latera? Quid, si ne ellipticus quidem, sed omnino irregularis, cum præsertim, ex ipsius Galilæi systemate, nullo plane impedimento cometis, quocunque liberet, moveri licuerit? Ut sane propterea timendum non esset, ne cometarum lucem Tellus aut Tartarus e propinquo visurus umquam foret.

Qui, primieramente, se io ammetto l'accusa che mi dá il Sarsi di poco considerato, mentre non mi siano venuti in mente i diversi moti ch'attribuir si possono alla cometa, non so com'egli potrá scolpare dalla medesima nota il suo Maestro, il quale non considerò il potersi ella muover di moto retto; e s'egli scusa il suo Maestro col dire che tal considerazione sarebbe stata superflua, non sendo stato da niun altro autore introdotto tal movimento, non veggo di meritar d'essere accusato io, ma sí ben nell'istesso modo debbo essere scusato, non si trovando autor nessuno ch'abbia introdotti questi moti stranieri ch'ora nomina il Sarsi. In oltre, Sig. Sarsi, toccava al vostro Maestro, e non a me, a pensare a questi movimenti per li quali si potesse render convenevol ragione delle digressioni cosí grandi della cometa; e se alcuno ve n'è accommodato a tal bisogno, doveva nominarlo e quel solo accettare, e non lasciarlo sotto silenzio e introdurre con Ticone il semplice circolare intorno al Sole, inettissimo a salvar cotale apparenza, e voler poi che non esso ma noi avessimo commesso fallo, in non indovinare ch'ei potesse internamente aver dato ricetto a pensieri diversissimi da quello ch'aveva scritto. Di piú, il Sig. Mario non ha mai detto che non sia in natura modo alcuno di salvar la digressione d'una quarta (anzi se tal digressione è stata, ben chiara cosa è che ci è anco il modo com'ella è stata); ma ha detto: Nell'ipotesi ricevuta dal Padre

non si può far tal digressione senza che la cometa tocchi la Terra, e anco la penetri. Vana, dunque, è sin qui la scusa del Sarsi. Ma fors'ei pretende ch'ogni leggiera scusa si debba ammettere per lo suo Maestro, ma che per me ogni piú gagliarda resti invalida; e se questo è, io volentieri mi quieto, e liberamente gliel concedo.

E vengo, nel secondo luogo, a produrre altra scusa per me (vestito della persona del Sig. Mario); e con ingenuitá confessando, non m'esser venuti in mente i movimenti per eccentrici o per linee ovali o per altre irregolari, dico ciò essere accaduto perch'io non soglio dar orecchio a' concetti che non ánno che fare in quel proposito di che si tratta. E che vuol fare il Sarsi del moto intorno al Sole in una figura ovale, per far digredir la cometa una quarta? cred'egli forse che, coll'allungar per un verso e stringer per l'altro tal figura, gli possa succedere l'intento? certo no, quando anco ei l'allungasse in infinito. E la medesima impossibilitá cade nell'eccentrico che sia per la minor parte sotto il Sole. E per intelligenza del Sarsi, V. S. Illustrissima potrá una volta, incontrandolo, proporgli due tali linee rette A B, C D, delle quali la C D sia perpendicolare all'A B, e dirgli che supponendo la retta D C esser quella che va dall'occhio al Sole, quella per la quale si ha da vedere la cometa digredita 90 gradi, bisogna che di necessitá sia la D A o vero D B, essendo communemente conceduto, il moto apparente della cometa esser nel piano d'un cerchio massimo: lo preghi poi, che per nostro ammaestramento egli descriva l'eccentrico o l'ovato nominati da lui, per li quali movendosi la cometa possa abbassarsi tanto ch'ella venga veduta per la linea A D B, perché io confesso di non lo saper fare. E sin qui vengono esclusi due de' pro-

posti modi: ci resta l'altro eccentrico col centro declinante a destra o a sinistra della linea D C, e la linea irregolare. Quanto all'eccentrico, è vero che non è del tutto impossibile a disegnarsi in carta in maniera che causi la cercata digressione; ma dico bene al Salsi che s'ei si metterá a delinear il Sole cogli orbi di Mercurio e di Venere attorno, e di piú la Terra circondata dall'orbe della Luna, come di necessitá convien fare l'uno e l'altro, e poi si porrá a volervi ingarbare un tale eccentrico per la cometa, credo certo che se gli rappresenteranno tali essorbitanze e mostruositá, che quando bene con tale scusa ei potesse sollevare il suo Maestro, si spaventerebbe a farlo. Quanto poi alle linee irregolari, non è dubbio nessuno che non solamente questa, ma qualsivoglia altra apparenza si può salvare: ma voglio avvertire il Sarsi che l'introdur tal linea non pur non gioverebbe alla causa del suo Maestro, ma piú gravemente gli pregiudicherebbe, e questo non solamente perch'ei non l'ha nominata mai, anzi accettò la linea circolare regolarissima, per cosí dire, sopra ogn'altra, ma perché maggior leggerezza sarebbe stata il proporla; il che potrebbe intendere il Sarsi medesimo, tuttavolta ch'ei considerasse che cosa importi linea irregolare. Chiamansi linee regolari quelle che, avendo la loro descrizzione una, ferma e determinata, si possono definire, e di loro dimostrare gli accidenti e proprietá: e cosí la spirale è regolare, e si definisce nascer da due moti uniformi, l'un retto e l'altro circolare; cosí l'ellittica, nascendo dalla sezzion del cono e del cilindro, etc. Ma le linee irregolari son quelle che, non avendo determinazion veruna, sono infinite e casuali, e perciò indefinibili, né di esse si può, in conseguenza, dimostrar proprietá alcuna, né in somma saperne nulla. Sí che il voler dire « Il tale accidente accade mercé di una linea irregolare » è il medesimo che dire « Io non so perché ei s'accaggia »; e l'introduzzione di tal linea non

è punto migliore delle simpatie, antipatie, proprietá occulte, influenze ed altri termini usati da alcuni filosofi per maschera della vera risposta, che sarebbe « Io non lo so », risposta tanto piú tollerabile dell'altre, quant'una candida sinceritá è piú bella d'un'ingannevol doppiezza. Fu dunque molto piú avveduto il P. Grassi a non propor cotali linee irregolari come bastanti a soddisfare al quesito, che il suo scolare a nominarle.

È ben vero, s'io devo liberamente dire il mio parere, che io credo che il Sarsi medesimo abbia benissimo ed internamente compresa l'inefficacia delle sue risposte, e che poco fondamento ci abbia fatto sopra; il che conghietturo io dall'essersene con gran brevitá spedito, ancor che il punto fusse principalissimo nella materia che si tratta, e le difficoltá promosse dal Sig. Mario gravissime: ed egli di se medesimo mi è buon testimonio mentre, alla fac. 16, parlando di certo argomento usato dal suo Maestro, scrive: *Cæterum, quanti hoc argumentum apud nos esset, satis arbitror ex eo poterat intelligi, quod paucis adeo ac plane ieiune propositum fuerit, cum prius reliqua duo longe accuratius ac fusius fuissent explicata.* E con qual brevitá e quanto sobriamente egli abbia tocco questo, veggasi, oltre all'altre cose, dal non aver pur fatte le figure degli eccentrici e dell'ellissi introdotte per salvare il tutto; dove che piú a basso incontreremo un mar di disegni inseriti in un lungo discorso, per riprovar poi una esperienza che in ultimo non reca pure un minimo ristoro alla principale intenzione che si ha in quel luogo. Ma, senz'andar piú lontano, entri pur V. S. Illustrissima in un oceano di distinzioni, sillogismi ed altri termini logicali, e troverá esser fatta dal Sarsi stima grandissima di cosa che, liberamente parlando, io stimo assai meno della lana caprina.

12. *Sed quando Magistro meo logicæ imperitiam Galilæus obiecit, patiatur experiri nos, quam exacte eiusdem*

ipse facultatis leges servaverit: neque hoc multis; uno enim aut altero exemplo contenti erimus.

Dixeramus, stellas tubo inspectas minimum, ad sensum, incrementum suscepisse. « Sed cum stellæ, inquit ille, quamplurimæ, quæ perspicacissimos quosque oculos fugiunt, per tubum conspiciantur, non insensibile, sed infinitum potius, incrementum ab illo accepisse dicendæ erunt; nihil enim atque aliquid infinito plane distant intervallo ». Ex eo igitur, quod aliquid videatur cum prius non videretur, infert Galilæus obiecti incrementum infinitum, incrementum, inquam, apparens saltem, quantitatis. At ego, neque infinitum, neque incrementum quidem ullum, inferri posse existimo. Et primo quidem, quamquam verum sit, inter hoc quod est videri, et hoc quod est non videri, distantiam esse infinitam, una saltem ex parte, atque hæc duo proportionem illam habere quam nihil atque aliquid, hoc est proportionem prorsus nullam; cum tamen id quod non erat, esse incipit, crescere aut augeri non dicitur, quod augmentum omne aliquid semper ante supponat, neque mundum, cum primum a Deo creatus est, infinite auctum dicimus, cum nihil antea præfuisset: est enim augeri, fieri aliquid maius, cum prius esset minus. Quare ex eo, quod aliquid prius non videretur, videatur autem postea, inferri non potest, ne in ratione quidem visibilis, augmentum infinitum. Sed hoc interim nihil moror; vocetur augmentum transitus de non esse ad esse: ulterius pergo. Ipse tamen, cum ex eo quod stellæ, antea non visæ, per tubum inspectæ fuerint, intulit a tubo illas infinitum incrementum accepisse, meminisse debuerat, affirmasse se alibi tubum eundem in eadem proportione augere omnia. Si ergo stellas, quas nudis oculis videmus, auget in certa ac determinata proportione, puta in centupla, illas etiam minimas, quæ oculos fugiunt, cum in aspectum profert, in

eadem proportione augebit: non igitur infinitum erit illarum incrementum, hoc enim nullam admittit proportionem.

Secundo, ad hoc, ut inter visibile et non visibile intercedat augmentum infinitum in apparenti quantitate, id enim significat vox incrementi ab illo usurpata, necesse est ostendere inter quantitatem visam et non visam distantiam esse infinitam in ratione quanti; alioquin nunquam inferetur hoc augmentum infinitum. Si quis enim ita argumentetur: « Cum quid transit de non visibili ad visibile, augetur infinite; sed stellæ transeunt de non visibili ad visibile; ergo augentur infinite », distinguenda erit maior: augentur infinite in ratione visibilis, esto; augentur in ratione quanti, negatur. Sic enim etiam consequens eadem distinctione solvetur: augentur in ratione visibilis, non autem in ratione quanti. Ex quibus apparet, terminum incrementi non eodem modo sumi in maiori propositione atque in consequentia; in illa siquidem pro incremento visibilitatis accipitur, in hac vero pro augmento quantitatis: hoc autem quam logicæ legibus consentaneum sit, videat Galilæus.

Tertio, aio ne ullum quidem augmentum inde inferri posse. Logicorum enim lex est, quotiescumque effectus aliquis a pluribus causis haberi potest, male ex effectu ipso unam tantum illarum inferri: v. g., cum calor haberi possit ab igne, a motu, a Sole, aliisque causis, male quis inferet, Hic calor est, ergo ab igne. Cum ergo hoc, quod est videri aliquid cum prius non videretur, a multis etiam causis pendere possit, non poterit ex illa visibilitate una tantum illarum causarum deduci. Posse autem hunc effectum a pluribus causis haberi, apertissimum esse arbitror: manente enim, primum, obiecto ipso immutato, si vel potentia visiva augeatur in se ipsa, vel impedimentum aliquod auferatur, si adsit, vel instrumento aliquo, qualia sunt specilla, eadem potentia fortior evadat, vel certe, immutata potentia, obiectum ipsum aut

illuminetur clarius aut propius accedat ad visum aut eius denique moles excrescat; unum ex his satis erit ad eumdem effectum producendum. Cum ergo infertur, ex eo quod stellæ videantur, cum prius laterent, infinitum illas augmentum accepisse, ad logicorum normam id minus recte colligitur, quod aliæ causæ omissæ sint ex quibus idem effectus haberi poterat. Sane nihil est quod tubo hoc incrementum tribuat Galilæus; si enim vel clausos tantum oculos semel aperiat, augeri omnia infinite æque vere pronunciabit, cum prius non viderentur, modo videantur. Quod si dicat, sibi de iis tantum loquendum fuisse, quæ a tubo haberi possent, cum solum hic de tubo ageretur, potuisse proinde se alias causas omittere; respondeo, ne id quidem ad rectam argumentationem satis esse: tubus enim ipse non uno tantum modo ea, quæ sine illo non videntur, in conspectum profert; primo quidem, obiecta sub maiori angulo ad oculum ferendo, ex quo fit ut maiora videantur; secundo, radios ac species in unum cogendo, ex quo fit ut efficacius agant: horum autem alterum satis est ad hoc, ut videantur ea quæ prius aspectum fugiebant. Non licuit ergo ex hoc effectu alteram tantum illarum causarum inferre.

Quarto, ne id quidem logicorum legibus congruit, stellas, si per tubum non augentur, ab eodem, singulari sane eiusdem prærogativa instrumenti, illuminari. Ex quibus videtur Galilæus duobus his membris adæquate specillorum effecta partiri, quasi diceret: Specillum vel stellas auget, vel easdem illuminat; non auget, ergo illuminat. Lex tamen alia logicorum est, in divisione membra omnia dividentia includi debere: sed in hac Galilæi divisione neque omnia specilli effecta includuntur, neque ea quæ numerantur eius propria sunt; illuminatio enim, ut ipse quidem existimat, tubi effectus esse non potest; et specierum aut radiorum coactio, quæ proprie a specillis habetur, ab eodem omittitur: vitiosa igitur fuit

eiusdem divisio. Nec plura hic addo: pauca autem hæc quæ uno ferme loco forte inter legendum offendi, adnotare volui, aliis interim omissis, ut intelligat, disputationem suam ea culpa non vacare, quam ipse in aliis repræhendit.

Sed quid (libet enim hoc loco rem Galilæo adhuc inauditam non omittere), quid, inquam, si quam ipse prærogativam tubo suo tribuere non audet, illam ego eidem tribuendam esse ostendero? Tubus, inquit, vel obiecta auget, vel certe, occulta quadam atque inaudita vi, eadem scilicet illuminat. Ita est: tubus luminosa omnia magis illuminat. Hoc si ostendero, næ ego magnam me apud Galilæum initurum gratiam spero; dum tubum, cuius amplificatione merito gloriatur, hac etiam inaudita prærogativa donavero. Age igitur, tubo eodem ideo augeri dicimus obiecta, quia hæc ab eo ad oculum feruntur maiori angulo, quam cum sine tubo conspiciuntur; quæcumque autem sub maiori angulo conspiciuntur, ea maiora videntur, ex opticis: sed tubus idem luminosorum species et dispersos radios dum cogit et ad unum fere punctum colligit, conum visivum, seu piramidem luminosam qua obiecta lucida spectantur, longe lucidiorem efficit, et proinde luminosa obiecta splendidiore piramide ad oculum vehit: ergo pari ratione dicetur tubus stellas illuminare, sicuti easdem augere dicitur. Quemadmodum enim angulus maior vel minor, sub quo res conspicitur, rem maiorem minoremve ostendit, ita piramis magis minusve luminosa, per quam corpus luminosum aspicitur, idem obiectum lucidum magis aut minus monstrabit. Fieri autem lucidiorem piramidem opticam ex radiorum coactione, satis manifeste et experientia et ratio ipsa ostendunt. Hæc siquidem docet, lumen idem, quo minori compræhenditur spatio, eo magis illuminare locum in quo est; at radii in unum coacti lumen idem minori spatio claudunt; ergo et hoc idem magis illumi-

nant. Experientia vero idem probabitur, si lentem vitream Soli exponamus; videbimus enim in radiis ad unum punctum coactis, non solum ligna comburi et plumbum liquescere, sed oculos eo lumine, utpote clarissimo, pene excæcari. Quare assero, tam vere dici stellas tubo illuminari, quam easdem eodem tubo augeri. Bene igitur est ac perbeate tubo huic nostro, quando stellas ipsas ac Solem, clarissima lumina, illustrare etiam clarius per me iam potest.

Qui, come vede V. S. Illustrissima, in contracambio dell'equivoco nel quale il P. Grassi era, come il Sig. Guiducci avverte, incorso, seguendo l'orme di Ticone e d'altri, vuole il Sarsi mostrare, me aver altrettanto, o piú, errato in logica; mentre che per mostrare, l'augumento del telescopio esser nelle stelle fisse quale negli altri oggetti, e non insensibile o nullo, come aveva scritto il Padre, si argumentò in cotal forma: Molte stelle del tutto invisibili a qualsivoglia vista libera si rendon visibilissime col telescopio; adunque tale augumento si doverebbe piú tosto chiamare infinito che nullo. Qui insorge il Sarsi, e con lunghissime contese fa forza di dichiararmi pessimo logico, per aver chiamato tale ingrandimento infinito: alle quali tutte, perché ormai sento grandissima nausea da quelle altercazioni nelle quali io altresí nella mia fanciullezza, mentr'ero ancor sotto il pedante, con diletto m'ingolfavo, risponderò breve e semplicemente, parermi che il Sarsi apertamente si mostri quale egli tenta di mostrar me, cioè poco intendente di logica, mentr'ei piglia per assoluto quello ch'è detto in relazione. Mai non si è detto, l'accrescimento nelle stelle fisse esser infinito; ma avendo scritto il Padre, quello esser nullo, ed il Sig. Mario avvertitolo, ciò non esser vero, poi che moltissime stelle di totalmente invisibli si rendono visibilissime, soggiunse, tale accrescimento doversi piú tosto chiamare infinito che nullo. E chi è cosí semplice che

non intenda che chiamandosi il guadagno di mille, sopra cento di capitale, grande, e non nullo, il medesimo sopra diece, grandissimo, e non nullo, e' non intenda, dico, che l'acquisto di mille sopra il niente piú tosto si deva chiamare infinito che nullo? Ma quando il Sig. Mario ha parlato dell'accrescimento assoluto, sa pur il Sarsi, ed in molti luoghi l'ha scritto, ch'egli ha detto, esser come di tutti gli altri oggetti veduti coll'istesso strumento; sí che quando in questo luogo ei vuol tassar il Sig. Mario di poca memoria, dicendo ch'ei si doveva pur ricordare d'avere altra volta detto che il medesimo strumento accresceva tutti gli oggetti nella medesima proporzione, l'accusa è vana. Anzi, quando anco senz'altra relazione il Sig. Mario l'avesse chiamato infinito, non avrei creduto che si fusse per trovar alcuno cosí cavilloso, che vi si fusse attaccato, essendo un modo di parlare tutto il giorno usitato il porre il termine d'infinito in luogo del grandissimo. Largo campo avrá il Sarsi di mostrarsi maggior logico di tutti gli scrittori del mondo, ne i quali io l'assicuro ch'ei troverá la parola *infinito* presa delle diece volte le nove in vece di *grande* o *grandissimo*. Ma piú, Sig. Sarsi, se il Savio si leverá contro di voi e dirá: *Stultorum infinitus est numerus,* qual partito sará il vostro? vorrete voi forse ingaggiarla seco, e sostener la sua proposizione esser falsa, provando, anco coll'autoritá dell'istessa Scrittura, che il mondo non è eterno, e che, essendo stato creato in tempo, non possono essere né essere stati uomini infiniti, e che, non regnando la stoltizia se non tra gli uomini, non può accadere che quel detto sia mai vero, quando ben tutti gli uomini presenti e passati ed anco, dirò, i futuri fussero sciocchi, essendo impossibile che gl'individui umani, quando anco la durazion del mondo fusse per essere eterna, sieno giá mai infiniti?

Ma ritornando alla materia, che diremo dell'altra fallacia con tanta sottigliezza scoperta dal Sarsi, nel

chiamar noi accrescimento quello d'un oggetto che d'invisibile si fa, col telescopio, visibile? il quale, dic'egli, non si può chiamare accrescimento, perché l'accrescimento suppone prima qualche quantitá, e l'accrescersi non è altro che di minore farsi maggiore. A questo veramente io non saprei che altro dirmi, per iscusa del Sig. Mario, se non ch'egli se n'andò alla buona, come si dice; e credendo che la facoltá del telescopio colla quale ei ci rappresenta quelli oggetti i quali senz'esso non iscorgevamo, fusse la medesima che quella colla quale anco i veduti avanti ci rappresenta maggiori assai, e sentendo che questa communemente si chiamava uno accrescimento della specie o dell'oggetto visibile, si lasciò traportare a chiamare quella ancora nell'istesso modo; la quale, come ora ci insegna il Sarsi, si doveva chiamar non accrescimento, ma transito dal non essere all'essere. Sí che quando, v. g., l'occhiale ci fa da una gran lontananza legger quella scrittura della quale senz'esso noi non veggiamo se non i caratteri maiuscoli, per parlar logicamente si deve dire che l'occhiale ingrandisce le maiuscole, ma quanto alle minuscole fa lor far transito dal non essere all'essere. Ma se non si può senza errore usar la parola *accrescimento* dove non si supponga prima alcuna cosa in atto, che debba riceverlo, forse che la parola *transito* o *trapasso* non verrá troppo piú veridicamente usurpata dal Sarsi dove non sieno due termini, cioè quello donde si parte e l'altro dove si trapassa. Ma chi sa che il Sig. Mario non avesse ed abbia opinione che degli oggetti, ancor che lontanissimi, le specie pure arrivino a noi, ma sotto angoli cosí acuti che restino al senso nostro impercettibili e come nulle, ancor ch'elle veramente sieno qualche cosa (perché, s'io devo dire il mio parere, stimo che quando veramente elle fusser niente, non basterebbon tutti gli occhiali del mondo a farle diventar qualche cosa); sí che le specie altresí delle stelle

invisibili sieno, non meno che quelle delle visibili, diffuse per l'universo, e che in conseguenza si possa anco di quelle, con buona grazia del Sarsi e senza error di logica, predicar l'accrescimento? Ma perché vo io mettendo in dubbio cosa della quale io ho necessaria e sensata prova? Quel fulgore ascitizio delle stelle non è realmente intorno alle stelle, ma è nel nostro occhio; sí che dalla stella vien la sola sua specie, nuda e terminatissima. Sappiamo di sicuro ch'una nubilosa non è altro che uno aggregato di molte stelle minute, invisibili a noi; con tutto ciò non ci resta invisibile quel campo che da loro è occupato, ma si dimostra in aspetto d'una piazzetta biancheggiante, la qual deriva dal congiungimento de' fulgori di che ciascheduna stellina s'inghirlanda: ma perché questi irraggiamenti non sono se non nell'occhio nostro, è necessario che ciascheduna specie di esse stelline sia realmente e distintamente nell'occhio. Di qui si cava un'altra dottrina, cioè che le nubilose, ed anco tutta la Via Lattea, in cielo non son niente, ma sono una pura affezzione dell'occhio nostro; sí che per quelli che fussero di vista cosí acuta che potesser distinguer quelle minutissime stelle, le nubilose e la Via Lattea non sarebbono in cielo. Queste, come conclusioni non dette da altri sin ora, credo che non sarebbono ammesse dal Sarsi, e ch'egli pur vorrebbe che il Sig. Mario avesse peccato nel chiamare accrescimento quello che appresso di lui si deve dir transito dal non essere all'essere. Ma sia come si voglia; io ho licenza dal Sig. Mario (per non ingaggiar nuove liti) di conceder tutta la vittoria al Sarsi di questo duello, e di quello ancora che segue appresso, dove il Sarsi si contenta che la scoperta delle fisse invisibili si possa chiamare accrescimento infinito in ragion di visibile, ma non giá in ragion di quanto: tutto questo se gli conceda, pur che ei conceda a noi che e le invisibili e le visibili, crescano pure in ragion di quel che piace al Sarsi, crescono finalmente in modo

che rendon totalmente falso il detto del suo Maestro, che scrisse ch'elle non crescevano punto in veruna maniera; sopra il qual detto era fondato il terzo delle ragioni, colle quali egli aveva intrapreso a provar la primaria intenzione del suo trattato, cioè il luogo della cometa.

Ma che risponderem noi ad un altro errore, pure in logica, che il Sarsi ci attribuisce? Sentiamolo, e poi prenderemo quel partito che ci parrá piú opportuno. Non contento il Sarsi d'aver mostrato come il piú volte giá nominato scoprimento delle fisse invisibili non si deve chiamare accrescimento infinito, passa a provar che il dire ch'ei proceda dal telescopio è grave errore in logica, le cui leggi vogliono che quando un effetto può derivare da piú cause, malamente da quello se n'inferisca una sola: e che il vedersi quello che prima non si vedeva sia un degli effetti che posson depender da piú cause, oltre a quella del telescopio, chiaramente lo mostra il Sarsi nominandole ad una ad una; le quali tutte era necessario rimuovere, e mostrar com'elle non erano a parte nell'atto del farci vedere col telescopio le stelle invisibili. Sí che il Sig. Mario, per fuggir l'imputazione del Sarsi, doveva mostrare che l'accostarsi il telescopio all'occhio non era, prima, uno accrescere in se stessa e per se stessa la virtú visiva (che pur è una causa per la quale, senz'altro aiuto, si può veder quel che prima non si poteva); secondo, doveva mostrar che la medesima applicazione non era un tor via le nuvole, gli alberi, i tetti o altri impedimenti di mezo; terzo, ch'ei non era un servirsi d'un paio d'occhiali da naso ordinarii (e vo, come V. S. Illustrissima vede, numerando le cause poste dal medesimo Sarsi, senz'alterar nulla); quarto, che questo non è un illuminar l'oggetto piú chiaramente; quinto, che questo non è un far venir le stelle in Terra o salir noi in cielo, onde l'intervallo traposto si diminuisca; sesto, ch'ei non è un farle rigonfiare, onde, ingrandite, divengano piú visibili; set-

timo, che questo non è finalmente un aprir gli occhi chiusi: azzioni tutte, ciascheduna delle quali (ed in particolar l'ultima) è bastante a farci vedere quel che prima non vedevamo. Sig. Sarsi, io non so che dirvi, se non che voi discorrete benissimo; solo dispiacemi che queste imputazioni cascano tutte addosso al vostro Maestro, senza toccar punto il Sig. Mario o me. Io vi domando se alcune di queste cause, da voi prodotte come potenti a farci veder quello che senza lor non si vederebbe, come, v. g., l'avvicinarlo, l'interpor vapori o cristalli etc., vi dimando, dico, se alcuna di queste cause può produr l'effetto dell'ingrandir gli oggetti visibili, sí come lo produce il telescopio ancora. Io credo pure che voi risponderete di sí. Ed io vi soggiungerò che questo è un aperto accusare di cattivo logico il vostro Maestro, il quale, parlando in generale a tutto il mondo, riconobbe l'ingrandimento della Luna e di tutti gli altri oggetti dal solo telescopio, senza l'esclusion di niuna dell'altre cause, come per vostra opinione sarebbe stato in obligo di fare; il quale obligo non cade poi punto nel Sig. Mario, avvenga che, parlando solo col vostro Maestro, e non piú a tutto il mondo, e volendo mostrar falso quello ch'egli aveva pronunziato dell'effetto di tale strumento, lo considerò (né era in obligo di considerarlo altrimenti) nel modo che l'aveva considerato il suo avversario. Anzi la vostra nota di cattivo logico cade tanto piú gravemente sopra il vostro Maestro, quanto ch'egli in altra occasione importantissima trasgredí la legge: dico nell'inferir dall'apparenza del moto retto la circolazione per cerchio massimo, potendo esser del medesimo effetto causa il movimento realmente retto e qualunque altro moto fatto nell'istesso piano dove fusse l'occhio, delle quali tre cagioni potevano con gran ragione dubitare anco gli uomini molto sensati; anzi l'istesso vostro Maestro, per vostro detto, non ricusò d'accettare il moto per linea ovale o anco irregolare. Ma

il dubitare se alcuna delle vostre sette cause poste di sopra potesse aver luogo nell'apparizion delle stelle invisibili, mentre che col telescopio si rimirano, se io devo parlar liberamente, non credo che potesse cadere in mente se non a persone costituite nel sommo ed altissimo grado di semplicitá.

Nella quale schiera io non però intendo, Illustrissimo Signore, di porre il Sarsi; perché, se ben egli è quello che si è lasciato traportare a far questa passata, tuttavia si vede ch'ei non ha parlato, come si dice, *ex corde*; poi che in ultimo quasi quasi si accommoda a concedere che, non si trattando d'altro che del telescopio, si potessero lasciar da banda l'altre cause: tuttavia, perché il conceder poi questo apertamente, si tirava in conseguenza la nullitá della sua giá fatta accusa e del concetto, per quella impresso forse in alcuno de' lettori, d'esser io cattivo logico, per ovviare a tutto questo soggiunge che né anco tal cosa basta ad una retta argumentazione: e la ragion è, perché il telescopio non in un modo solo fa veder quel che non si vedeva, ma in due: il primo è col portar gli oggetti a gli occhi sotto angolo maggiore, per lo che maggiori appariscono; l'altro, con l'unire i raggi e le specie, onde piú efficacemente operano; e perché l'uno di questi basta per far apparire quel che non si scorgeva, non si deve da questo effetto inferire una sola di quelle cause. Queste sono le sue precise parole, delle quali io non direi di saper penetrar l'intimo senso, avvenga che egli stia troppo su 'l generale, dove mi par che fusse stato di mestieri dichiararsi piú specificatamente, potendo la sua proposizione esser intesa in piú modi; de i quali quello ch'è per avventura il primo a rappresentarsi alla mente, contiene in sé una manifesta contradizzione. Imperocché il portar gli oggetti sotto maggior angolo, onde maggiori appariscano, si rappresenta effetto contrario al ristringer insieme i raggi e le

specie; perché, essendo i raggi quelli che conducono le specie, par che non ben si capisca come, nel condurle, si ristringano insieme ed in un tempo formino angolo maggiore; imperò che, concorrendo insieme linee a formare un angolo, par che, nel ristringersi, l'angolo debba piú tosto inacutirsi che farsi maggiore. E se pure il Sarsi aveva in fantasia qualch'altro modo per lo quale potessero i raggi, coll'unirsi, formare angolo maggiore (il che io non niego poter per avventura ritrovarsi), doveva dichiararlo e distinguerlo dall'altro, per non lasciare il lettore tra i dubbi e gli equivoci. Ma posto per ora che sieno tali due modi d'operare nell'uso del telescopio, io vorrei sapere se ei lavora sempre con ambedue insieme, o pur talvolta coll'uno e altra volta coll'altro separatamente, sí che quando ei si serve dell'ingrandimento dell'angolo, lasci stare il ristringimento de' raggi, e quando ristringe i raggi, ritenga l'angolo nella sua primiera quantitá. S'egli opera sempre con ambedue questi mezi, gran semplicitá è quella del Sarsi mentre accusa il Sig. Mario per non avere accettato e nominato l'uno ed escluso l'altro; ma s'egli opera con un solo, pure ha errato il Sarsi a non lo nominare, escludendo l'altro, e mostrar che quando noi guardiamo, v. g., la Luna, che ricresce assaissimo, ei lavora coll'ingrandimento dell'angolo, ma quando si guardano le stelle, non s'ingrandisce l'angolo, ma solamente s'uniscono i raggi. Io, per quanto posso con veritá deporre, nelle infinite o, per meglio dire, moltissime volte che ho guardato con tale strumento, non ho mai conosciuta diversitá alcuna nel suo operare, e però credo ch'egli operi sempre nell'istessa maniera, e credo che il Sarsi creda l'istesso; e come questo sia, bisogna che le due operazioni, dell'ingrandir l'angolo e ristringer i raggi, concorrano sempre insieme: la qual cosa rende poi in tutto e per tutto fuori del caso l'opposizione del Sarsi; perch'è ben vero che quando da un effetto il quale

può depender da piú cause separatamente, altri ne inferisce una particolare, commette errore; ma quando le cause sieno tra di loro inseparabili, sí che necessariamente concorrano sempre tutte, se ne può ad arbitrio inferir qual piú ne piace, perché qualunque volta sia presente l'effetto, necessariamente vi è anco quella causa. E cosí, per darne un essempio, chi dicesse « Il tale ha acceso il fuoco, adunque si è servito dello specchio ustorio », errerebbe, potendo derivar l'accendimento dal batter un ferro, dall'esca e fucile, dalla confricazion di due legni, e da altre cause; ma chi dicesse « Io ho sentito batter il fuoco al vicino », e soggiungesse « Adunque egli ha della pietra focaia », senza ragione sarebbe ripreso da chi gli opponesse che, concorrendo a tale operazione, oltre alla pietra, il fucile, l'esca e 'l solfanello ancora, non si poteva con buona logica inferir la pietra risolutamente. E cosí, se l'ingrandimento dell'angolo e l'union de' raggi concorron sempre nell'operazioni del telescopio, delle quali una è il far veder l'invisibile, perché da questo effetto non si può inferire quale delle due cause piú ne piace? Io credo di penetrare in parte la mente del Sarsi, il quale, s'io non m'inganno, vorrebbe che il lettore credesse quello ch'egli stesso assolutamente non crede, cioè ch'il veder le stelle, che prima erano invisibili, derivasse non dall'ingrandimento dell'angolo, ma dall'unione de' raggi; sí che, non perché la specie di quelle divenisse maggiore, ma perché i raggi fussero fortificati, si facesser visibili; ma non si è voluto apertamente scoprire, perché troppo gli sono addosso l'altre ragioni del Sig. Mario taciute da esso, ed in particolare quella del vedersi gl'intervalli tra stella e stella ampiati colla medesima proporzione che gli oggetti quaggiú bassi; i quali intervalli non dovrian ricrescer punto se niente ricrescessono le stelle, essendo loro cosí distanti da noi come quelle. Ma per finirla, io son certo che quando il Sarsi volesse

venire a dichiararsi com'egli intenda queste due operazioni del telescopio, dico del ristringere i raggi e dell'ingrandir il loro angolo, e' manifesterebbe che non solamente si fanno sempre ambedue insieme, sí che giá mai non accaggia unire i raggi senza ingrandir l'angolo, ma ch'elle sono una cosa medesima; e quando egli avesse altra opinione, bisogna ch'ei mostri che 'l telescopio alcune volte unisca i raggi senza ingrandir l'angolo, e che ciò faccia egli a punto quando si guardano le stelle fisse; cosa ch'egli non mostrerá in eterno, perch'è una vanissima chimera o, per dirla piú chiara, una falsitá.

Io non credeva, Signor mio Illustrissimo, dover consumar tante parole in queste leggerezze; ma giá che si è fatto il piú, facciasi ancora il meno. E quanto all'altra censura di trasgression dalle leggi logicali, mentre nella division degli effetti del telescopio il Sig. Mario ne pose uno che non vi è, e ne trapassò uno che vi si doveva porre, quando disse « Il telescopio rende visibili le stelle o coll'ingrandir la loro specie o coll'illuminarle », in vece di dire « coll'ingrandirle o coll'unir le specie e i raggi », come vorrebbe il Sarsi che si dovesse dire; io rispondo che il Sig. Mario non ebbe mai intenzion di far divisione di quello ch'è una cosa sola, quale egli, ed io ancora, stimiamo esser l'operazione del telescopio nel rappresentarci gli oggetti: e quando ei disse « Se il telescopio non ci rende visibili le stelle coll'ingrandirle, bisogna che con qualche inaudita maniera le illumini », non introdusse l'illuminazione come effetto creduto, ma come manifesto impossibile lo contrappose all'altro, acciò la di lui veritá restasse piú certa; e questo è un modo di parlare usitatissimo, come quando si dicesse « Se gli inimici non ánno scalata la rocca, bisogna che vi sian piovuti dal cielo ». Se il Sarsi adesso crede di poter con lode impugnare questi modi di parlare, se gli apre un'altra porta, oltre a quella di sopra dell'infinito, da trionfare in duello di

logica sopra tutti gli scrittori del mondo; ma avvertisca, nel voler mostrarsi gran logico, di non apparer maggior sofista. Mi par di veder V. S. Illustrissima sogghignare; ma che vuol ella? Il Sarsi era entrato in umore di scrivere in contradizzione alla scrittura del Sig. Mario: gli è stato forza attaccarsi, come noi sogliamo dire, alle funi del cielo. Io per me non solamente lo scuso, ma lo lodo, e parmi ch'egli abbia fatto l'impossibile. Ma tornando alla materia, giá è manifesto che il Sig. Mario non ha posto l'illuminare com'effetto creduto del telescopio. Ma che piú? l'istesso Sarsi confessa ch'ei l'ha messo come impossibile. Non è adunque membro della divisione, anzi, come ho detto, non ci è né meno divisione. Circa poi all'unione delle specie e de' raggi, ricordata dal Sarsi come membro trapassato dal Sig. Mario nella divisione, sarebbe bene che il Sarsi specificasse come questa è una seconda operazion diversa dall'altra, perché noi sin qui l'abbiamo intesa per una stessa cosa; e quando saremo assicurati ch'elle sieno due differenti e diverse operazioni, allora intenderemo d'avere errato; ma l'error non sará di logica nel mal dividere, ma di prospettiva nel non aver ben penetrati tutti gli effetti dello strumento.

Quanto alla chiusa, dove il Sarsi dice di non voler per adesso stare a registrare altri errori che questi pochi incontrati cosí casualmente in un luogo solo, lasciando da banda gli altri, io, prima, ringrazio il Sarsi del pietoso affetto verso di noi; poi mi rallegro col Sig. Mario, il quale può star sicuro di non aver commesso in tutto il trattato un minimo mancamento in logica; perché, se bene par che il Sarsi accenni che ve ne sieno moltissimi altri, tuttavia crederò almeno che questi, notati e manifestati da lui, sieno stati eletti per li maggiori; il momento de i quali lascio ora che sia da lei giudicato, ed in conseguenza la qualitá degli altri.

Vengo finalmente a considerar l'ultima parte, nella quale il Sarsi, per farmi un segnalato favore, vuol nobilitare il telescopio con una ammirabil condizione e facoltá d'illuminar gli oggetti che per esso rimiriamo, non meno ch'ei ce gl'ingrandisca. Ma prima ch'io passi piú avanti, voglio rendergli grazie del suo cortese affetto, perché dubito che l'effetto sia per obligarmi assai poco dopo che avremo considerata la forza della dimostrazione portata per prova del suo intento: della quale, perché mi par che l'autore nello spiegarla si vada, non so perché, ravvolgendo e piú volte replicando le medesime proposizioni, cercherò di trarne la sostanza, la qual mi par che sia questa.

Il telescopio rappresenta gli oggetti maggiori, perché gli porta sotto maggiore angolo che quando son veduti senza lo strumento. Il medesimo, ristringendo quasi a un punto le specie de' corpi luminosi ed i raggi sparsi, rende il cono visivo, o vogliamo dire la piramide luminosa, per la quale si veggono gli oggetti, di gran lunga piú lucida; e però gli oggetti splendidi di pari ci si rappresentano ingranditi e di maggior luce illustrati. Che poi la piramide ottica si renda piú lucida per lo ristringimento de i raggi, lo prova con ragione e con esperienza. Imperò che la ragione ci insegna che il lume raccolto in minore spazio lo debba illuminar piú; e l'esperienza ci mostra che posta una lente cristallina al Sole, nel punto del concorso de' raggi non solo s'abbrucia il legno, ma si liquefá il piombo e si accieca la vista: perloché di nuovo conclude, che con altrettanta veritá si può dire che il telescopio illumina le stelle, con quanta si dice ch'ei le accresce.

In ricompensa della cortesia e del buono animo che 'l Sarsi ha avuto d'essaltare e maggiormente nobilitare questo ammirabile strumento, io non gli posso dar altro, per ora, che un totale assenso a tutte le proposizioni ed

esperienze sopradette. Ma mi duol bene oltre modo che l'essere esse vere gli è di maggior pregiudicio che se fusser false; poi che la principal conclusione che per esse doveva essere dimostrata è falsissima, né credo che ci sia verso di poter sostenere che gravemente non pecchi in logica quegli che da proposizioni vere deduce una conclusion falsa. È vero che il telescopio ingrandisce gli oggetti col portargli sotto maggior angolo; verissima è la prova che n'arrecano i prospettivi; non è men vero che i raggi della piramide luminosa maggiormente uniti la rendono piú lucida, ed in conseguenza gli oggetti per essa veduti; vera è la ragione che n'assegna il Sarsi, cioè perché il medesimo lume, ridotto in minore spazio, l'illumina piú; e finalmente verissima è l'esperienza della lente, che coll'unione de' raggi solari abbrucia ed accieca: ma è poi falsissimo che gli oggetti luminosi ci si rappresentino col telescopio piú lucidi che senza, anzi è vero che li veggiamo assai piú oscuri; e se il Sarsi nel riguardar, v. g., la Luna col telescopio, avesse una volta aperto l'altr'occhio, e con esso libero riguardato pur l'istessa Luna, avrebbe potuto fare il paragone senza niuna fatica tra lo splendor della gran Luna vista con lo strumento, e quello della piccola, vista coll'occhio libero; il che osservato, avrebbe sicuramente scritto, la luce della veduta liberamente mostrarsi di gran lunga maggiore che quella dell'altra. Chiarissima è adunque la falsitá della conclusione: resta ora che mostriamo la fallacia nel dedurla da premesse vere. E qui mi pare che al Sarsi sia accaduto quello che accaderebbe ad un mercante che, nel riveder sopra i suoi libri lo stato suo, leggesse solamente le facce dell'avere, e che cosí si persuadesse di star bene ed esser ricco; la qual conclusione sarebbe vera quando all'incontro non vi fussero le facce del dare. È vero, Sig. Sarsi, che la lente, cioè il vetro convesso, unisce i raggi, e perciò moltiplica il lume e favorisce la vostra conclusione; ma

dove lasciate voi il vetro concavo, che nel telescopio è la contrafaccia della lente, e la piú importante, perch'è quello appresso del quale si tiene l'occhio, e per lo quale passano gli ultimi raggi, ed è finalmente l'ultimo bilancio e saldo delle partite? Se la lente convessa unisce i raggi, non sapete voi che il vetro concavo gli dilata e forma il cono inverso? Se voi aveste provato a ricevere i raggi passati per ambedue i vetri del telescopio, come avete osservato quelli che si rifrangono in una lente sola, avreste veduto che dove questi s'uniscono in un punto, quelli si vanno piú e piú dilatando in infinito, o, per dir meglio, per ispazio grandissimo: la quale esperienza molto chiaramente si vede nel ricever sopra una carta l'immagine del Sole, come quando si disegnano le sue macchie; sopra la qual carta, secondo ch'ella piú e piú si discosta dall'estremitá del telescopio, maggiore e maggior cerchio vi viene stampato dal cono de' raggi, e quanto si fa tal cerchio maggiore, tanto è men luminoso in comparazione del resto del foglio tocco da' raggi liberi del Sole. E quando questa ed ogn'altra esperienza vi fusse stata occulta, mi resta pur tuttavia duro a credere che voi non abbiate alcuna volta sentito dir questo, ch'è verissimo, cioè che i vetri concavi, quanto piú mostrano l'oggetto grande, tanto piú lo mostrano oscuro. Come dunque mandate voi di pari nel telescopio l'illuminar coll'ingrandire? Sig. Sarsi, rimanetevi dal voler cercar d'essaltar questo strumento con queste vostre nuove facoltá sí ammirande, se non volete porlo in ultimo dispregio appresso quelli che sin qui l'ánno avuto in poca stima. Ed avvertite che io in questo conto vi ho passata come cosa vera una partita ch'è falsa, cioè che la luce ingagliardita mediante l'union de' raggi, renda l'oggetto veduto piú luminoso. Sarebbe vero questo, quando tal luce andasse a trovar l'oggetto; ma ella vien verso l'occhio, il che produce poi contrario effetto: imperò che, oltre al-

l'offender la vista, rende il mezo piú luminoso, ed il mezo piú luminoso fa apparir (come credo che voi sappiate) gli oggetti piú oscuri; ché per questa sola cagione le stelle piú risplendenti si mostrano quanto piú l'aria della notte divien tenebrosa, e nello schiarirsi l'aria si mostrano piú fosche. Queste cose, come vede V. S. Illustrissima, son tanto manifeste, che non mi lasciano credere che al Sarsi possano essere state incognite, ma ch'egli piú tosto per mostrar la vivezza del suo ingegno si sia messo a dimostrare un paradosso, che perch'egli cosí internamente credesse. Ed in questa opinione mi conferma l'ultima sua conclusione, dove, per mostrar (cred'io) ch'egli ha parlato per ischerzo, serra con quelle parole: « Affermo dunque, con tanta veritá dirsi che il telescopio illumina le stelle, con quanta si dice che il medesimo le ingrandisce ». V. S. Illustrissima sa poi che ed egli ed il suo Maestro ánno sempre detto, e dicono ancora, ch'ei non l'ingrandisce punto; la qual conclusione si sforza il Sarsi di sostenere ancora, come vedremo, nelle cose che seguono qui appresso.

13. Legga dunque V. S. Illustrissima: *Ad tertium argumentum propero, quod iisdem mihi verbis hoc loco referendum arbitror; ut nimirum omnes intelligant, quid illud tandem fuerit, quo se vehementer adeo offensum profitetur Galilæus. Sic enim se habet: « Illud, tertio loco, hoc idem persuadet: quod cometa, tubo optico inspectus, vix ullum passus est incrementum; longa tamen experientia compertum est utque opticis rationibus comprobatum, quæcunque hoc instrumento conspiciuntur, maiora videri quam nudis oculis inspecta compareant, ea tamen lege, ut minus ac minus sentiant ex illo incrementum, quo magis ab oculo remota fuerint; ex quo fit ut stellæ fixæ, a nobis omnium remotissimæ, nullam sensibilem ab illo recipiant magnitudinem. Cum ergo parum admodum augeri visus sit cometa, multo a nobis remotior*

quam Luna dicendus erit, cum hæc tubo inspecta longe maior appareat. Scio hoc argumentum parvi apud aliquos fuisse momenti: sed hi fortasse parum opticæ principia perpendunt, ex quibus necesse est huic eidem maximam inesse vim ad hoc quod agimus persuadendum ». Hic ego præmittere, primum, habeo, quorsum huiusmodi argumentum Disputationi nostræ intextum fuerit: non enim velim maiori id apud alios in pretio haberi, quam apud nos; neque ii sumus qui emptoribus fucum faciamus, sed tanti merces nostras vendimus quanti valent.

Cum igitur ad Magistrum meum ex multis Europæ partibus illustrium astronomorum observationes perferrentur, nemo illorum tunc fuit, qui illud etiam postremo loco non adderet, cometam a se longiori specillo observatum vix ullum incrementum suscepisse, ex qua observatione deducerent, illum saltem supra Lunam statuendum; cumque hoc etiam, ut cætera, variis hominum inter frequentium cœtus sermonibus agitaretur, non defuere qui palam ac libere assererent, nullam huic argumento fidem habendam, tubum hunc larvas oculis ingerere ac variis animum deludere imaginibus, quare, sicuti ne ea quidem quæ cominus aspicimus sincera ac sine ludificationibus ostendit, ita illum multo minus ea quæ longe a nobis remota sunt, non nisi larvata atque deformia monstraturum. Ut ergo et amicorum observationibus aliquid dedisse videremur, ac simul eorum inscitiam, quibus instrumentum hoc nullo erat in precio, publice redargueremus, hoc argumentum tertio loco apponendum, ac postrema ea verba, quibus offensum se dicit *Galilæus, addenda, existimavimus, de homine bene potius nos hinc meritos, quam male, sperantes, dum tubum hunc, quamvis non fœtum, alumnum certe pisius, ab invidorum calumniis tueremur. Cæterum,* quanti hoc argumentum apud nos esset, satis arbitror *ex eo poterat intelligi,*

PANORAMA DEL "GIOIELLO"
E DEL CONVENTO DI SAN MATTEO IN ARCETRI

quod paucis adeo ac plane ieiune propositum fuerit, cum prius reliqua duo longe accuratius ac fusius fuissent explicata. Neque Galilæum hæc ipsa latuerunt, si quod res est fateri velit. Cum enim rescissemus, eo illum argumento graviter commotum, quod existimaret se unum iis verbis peti, curavit Magister meus illi per amicos significari, nihil unquam minus se cogitasse, quam ut eum verbo vel scripto læderet; cumque iis, a quibus hæc acceperat, Galilæus pacatum iam atque eorum dictis acquiescentem animum ostendisset, maluit tamen postea, quantum in se fuit, amicum quam dictum perdere.

Intorno alle cose qui scritte mi si fa da considerar, nel primo luogo, qual possa esser la cagione per la quale il Sarsi abbia scritto ch'io grandemente mi sia lamentato del P. Grassi, avvenga che nel trattato del Sig. Mario non vi è pur ombra di mie querele, né io giá mai con alcuno, né anco con me stesso, mi son doluto, né meno ho conosciuto d'aver cagion di dolermi; e gran semplicitá mi parrebbe di chi si dolesse che uomini di gran nome fusser contrari alle sue opinioni, quantunque volta egli avesse modi facili ed evidenti da poterle dimostrar vere, quali son sicuro d'aver io: tal che a me non si rappresenta altra cagione, se non che 'l Sarsi sotto questa finzione ha voluto ascondere, non so giá perché, suoi interni motivi che l'ánno spinto a volerla pigliar meco; del che ho ben sentito qualche fastidio, perché piú volentieri avrei impiegato questo tempo in qualch'altro studio piú di mio gusto. Che il P. Grassi non avesse intenzione d'offender me nel tassar di poco intelligenti quelli che disprezzavano l'argomento preso dal poco ingrandimento della cometa per lo telescopio, lo voglio creder al Sarsi; ma se io per me stesso m'ero giá dichiarato essere in quel numero, ben mi doveva esser tollerato ch'io producessi mie ragioni e difendessi la causa mia, e tanto piú quanto ella era giusta e vera. Voglio ancora ammettere al Sarsi che 'l

suo Maestro con buona intenzione si mettesse a sostenere quell'opinione, credendo di conservare ed accrescere la reputazione ed il pregio del telescopio contro alle calunnie di quelli che lo predicavano per fraudolente e per ingannator della vista, e cosí cercavano di spogliarlo de' suoi ammirabili pregi: ma in questo fatto, quanto l'intenzion del Padre mi par lodevole e buona, tanto l'elezzione e la qualitá delle difese mi si rappresenta cattiva e dannosa, mentr'ei vuole contro all'imposture de' maligni fare scudo agli effetti veri del telescopio coll'attribuirgliene de' manifestamente falsi. Questo non mi par buon luogo topico per persuader la nobiltá di tale strumento. Per tanto piaccia al Sarsi di scusarmi se io non vengo, con quella larghezza che forse gli par che convenisse, a chiamarmi e confessarmi obligato per li nuovi pregi ed onori arrecati a questo strumento. E con qual ragione pretend'egli che in me si debba accrescer l'obligo e l'affezzione verso di loro per li vani e falsi attributi, mentr'eglino, perché io col dir cose vere gli traggo d'errore, mi pronunzian la perdita della loro amicizia?

Segue appresso, e, non so quanto opportunamente, s'induce a chiamare il telescopio mio allievo, ma a scoprire insieme come non è altrimenti mio figliuolo. Che fate, Sig. Sarsi? Mentre voi sete su 'l maneggio d'interessarmi in oblighi grandi per li beneficii fatti a questo ch'io reputavo mio figliuolo, mi venite dicendo che non è altro ch'un allievo? Che rettorica è la vostra? Avrei piú tosto creduto che in tale occasione voi aveste avuto a cercar di farmelo creder figliuolo, quando ben voi foste stato sicuro che non fusse. Qual parte io abbia nel ritrovamento di questo strumento, e s'io lo possa ragionevolmente nominar mio parto, l'ho gran tempo fa manifestato nel mio Avviso Sidereo, scrivendo come in Vinezia, dove allora mi ritrovavo, giunsero nuove che al Sig. Conte Maurizio era stato presentato da un Olandese un oc-

chiale, col quale le cose lontane si vedevano cosí perfettamente come se fussero state molto vicine; né piú fu aggiunto. Su questa relazione io tornai a Padova, dove allora stanziavo, e mi posi a pensar sopra tal problema, e la prima notte dopo il mio ritorno lo ritrovai, ed il giorno seguente fabbricai lo strumento, e ne diedi conto a Vinezia a i medesimi amici co' quali il giorno precedente ero stato a ragionamento sopra questa materia. M'applicai poi subito a fabbricarne un altro piú perfetto, il quale sei giorni dopo condussi a Vinezia, dove con gran meraviglia fu veduto quasi da tutti i principali gentiluomini di quella republica, ma con mia grandissima fatica, per piú d'un mese continuo. Finalmente, per consiglio d'alcun mio affezzionato padrone, lo presentai al Principe in pieno Collegio, dal quale quanto ei fusse stimato e ricevuto con ammirazione, testificano le lettere ducali, che ancora sono appresso di me, contenenti la magnificenza di quel Serenissimo Principe in ricondurmi, per ricompensa della presentata invenzione, e confermarmi in vita nella mia lettura nello Studio di Padova, con dupplicato stipendio di quello che avevo per addietro, ch'era poi piú che triplicato di quello di qualsivoglia altro mio antecessore. Questi atti, Sig. Sarsi, non son seguiti in un bosco o in un diserto: son seguiti in Vinezia, dove se voi allora foste stato, non m'avreste spacciato cosí per semplice balio: ma vive ancora, per la Dio grazia, la maggior parte di quei Signori, benissimo consapevoli del tutto, da' quali potrete esser meglio informato.

Ma forse alcuno mi potrebbe dire, che di non piccolo aiuto è al ritrovamento e risoluzion d'alcun problema l'esser prima in qualche modo reso consapevole della veritá della conclusione, e sicuro di non cercar l'impossibile, e che perciò l'avviso e la certezza che l'occhiale era di giá stato fatto mi fusse d'aiuto tale, che per avventura senza quello non l'avrei ritrovato. A questo io

rispondo distinguendo, e dico che l'aiuto recatomi dall'avviso svegliò la volontá ad applicarvi il pensiero, che senza quello può esser ch'io mai non v'avessi pensato; ma che, oltre a questo, tale avviso possa agevolar l'invenzione, io non lo credo: e dico di piú, che il ritrovar la risoluzion d'un problema segnato e nominato, è opera di maggiore ingegno assai che 'l ritrovarne uno non pensato né nominato, perché in questo può aver grandissima parte il caso, ma quello è tutto opera del discorso. E giá noi siamo certi che l'Olandese, primo inventor del telescopio, era un semplice maestro d'occhiali ordinari, il quale casualmente, maneggiando vetri di piú sorti, si abbatté a guardare nell'istesso tempo per due, l'uno convesso e l'altro concavo, posti in diverse lontananze dall'occhio, ed in questo modo vide ed osservò l'effetto che ne seguiva, e ritrovò lo strumento: ma io, mosso dall'avviso detto, ritrovai il medesimo per via di discorso; e perché il discorso fu anco assai facile, io lo voglio manifestare a V. S. Illustrissima, acciò, raccontandolo dove ne cadesse il proposito, ella possa render, colla sua facilitá, piú creduli quelli che, col Sarsi, volessero diminuirmi quella lode, qualunqu'ella si sia, che mi si perviene.

Fu dunque tale il mio discorso. Questo artificio o costa d'un vetro solo, o di piú d'uno. D'un solo non può essere, perché la sua figura o è convessa, cioè piú grossa nel mezo che verso gli estremi, o è concava, cioè piú sottile nel mezo, o è compresa tra superficie parallele: ma questa non altera punto gli oggetti visibili col crescergli o diminuirgli; la concava gli diminuisce, e la convessa gli accresce bene, ma gli mostra assai indistinti ed abbagliati; adunque un vetro solo non basta per produr l'effetto. Passando poi a due, e sapendo che 'l vetro di superficie parallele non altera niente, come si è detto, conclusi che l'effetto non poteva né anco seguir dall'accoppiamento di questo con alcuno degli altri due. Onde

mi ristrinsi a volere esperimentare quello che facesse la composizion degli altri due, cioè del convesso e del concavo, e vidi come questa mi dava l'intento: e tale fu il progresso del mio ritrovamento, nel quale di niuno aiuto mi fu la concepita opinione della veritá della conclusione. Ma se il Sarsi o altri stimano che la certezza della conclusione arrechi grand'aiuto al ritrovare il modo del ridurla all'effetto, leggano l'istorie, ché ritroveranno essere stata fatta da Archita una colomba che volava, da Archimede uno specchio che ardeva in grandissime distanze ed altre macchine ammirabili, da altri essere stati accesi lumi perpetui, e cento altre conclusioni stupende; intorno alle quali discorrendo, potranno, con poca fatica e loro grandissimo onore ed utile, ritrovarne la costruzzione, o almeno, quando ciò lor non succeda, ne caveranno un altro beneficio, che sará il chiarirsi meglio, che l'agevolezze che si promettevano da quella precognizione della veritá dell'effetto, era assai meno di quel che credevano.

Ma ritorno a quel che segue scrivendo il Sarsi, dove destreggiando, per non si ridurre a dire che l'argomento preso dal minimo ingrandimento degli oggetti remotissimi non val nulla, perch'è falso, dice che di quello non n'ánno mai fatta molta stima; il che manifesta egli dall'averlo il suo Maestro scritto con assai brevitá, dove che gli altri due argomenti si veggono distesi ed amplificati senza risparmio di parole. Al che io rispondo che non dalla moltitudine, ma dall'efficacia, delle parole si deve argumentar la stima che altri fa delle cose dette: e, come ogn'un sa, vi sono delle dimostrazioni che per lor natura non possono esser senza lunghezza spiegate, ed altre nelle quali la lunghezza sarebbe del tutto superflua e tediosa; e qui, se si deve aver riguardo alle parole, l'argomento è portato con quante bastavano alla sua spiegatura chiara e perfetta. Ma, oltre a questo, lo scrivere lo stesso P. Grassi esser in tal argomento, come necessariamente si raccoglie

da' principii ottici, forza grandissima per provar l'intento, ci dá pur troppo chiaro indizio della stima ch'egli almeno ha voluto mostrar di farne: la qual voglio ben credere al Sarsi che internamente sia stata pochissima, ed a questo mi persuade non la brevitá dello spiegarlo, ma altra assai piú forte conghiettura; e questa è, che mentre il Padre fa sembiante di dimostrare il luogo della cometa dover essere lontanissimo, avvenga che nel ricevere dal telescopio insensibile augumento ella imita puntualmente le lontanissime stelle fisse, quando poi accanto accanto ei passa a piú specifica limitazione d'esso luogo, ei la colloca sotto ad oggetti che ricevono dal medesimo telescopio grandissimo accrescimento; dico sotto il Sole, che pur ricresce in superficie quelle medesime centinaia e migliaia di volte, che il medesimo Padre ed il Sarsi stesso sanno. Ma il Sarsi non ha penetrato l'artificio grande del suo Maestro, col quale nell'istesso tempo ha voluto cortesemente applaudere a gli amici suoi né ha voluto amareggiar loro il gusto che sentivano per l'invenzion del nuovo argomento, ed a' piú intendenti e meno appassionati ha in tanto voluto, come si dice, sotto mano mostrarsi accorto ed intelligente, imitando quel generosissimo atto di quel gran signore, che gettò il flussi a monte per non interrompere il giubilo nel quale vedeva galleggiare il giovinetto principe suo avversario, per la vittoria d'un gran resto promessagli dal cinquantacinque giá scoperto e gittato in tavola. Ma il Sig. Mario, con maniera un poco piú severa, ha voluto a carte spiegate dire il suo concetto e mostrar la falsitá e nullitá di quell'argomento, regolandosi da altro fine, ch'è stato di voler piú tosto medicare i difetti e tor via gli errori con qualche passione degl'infermi, che fomentargli e fargli maggiori per non gli disgustare.

A quello che il Sarsi scrive in ultimo, che il suo Maestro non avesse avuto pensiero di offender me nel

tassar quelli che si burlavan dell'argomento, non occorre ch'io replichi altro, perché giá ho detto che lo credo e che mai non ho creduto in contrario. Ma voglio che il Sarsi creda che né io ancora, nel dimostrar falso l'argomento, non ho avuta intenzion d'offender il suo Maestro, ma ben di giovare a chiunque era in quello errore; né so bene intendere con quale occasione m'abbia in questo luogo a toccare col motto del volere, per non perdere un bel detto, perdere un amico: né so vedere quale arguzia sia nel dir « Questo argumento non è vero », sí che debba esser preso per detto arguto.

14. Or segua V. S. Illustrissima il leggere: *Sed rem ipsam nunc enucleatius discutiamus. Aio, nihil in hoc argumento a veritate alienum reperiri. Nam asserimus, primum, obiecta tubo optico visa, quo propinquiora fuerint, eo augeri magis, minus vero quo remotiora. Nihil verius. Galilæus negat. Quid, si fateatur? Quæro enim ex illo, cum tubum illum suum et quidem optimum in manus acceperit, si forte rem intra cubiculi aut aulæ spatia inclusam intueri voluerit, an non is longissime producendus sit? Ita est, ait. Si vero rem longe dissitam e fenestra eodem instrumento spectare libuerit, contrahendum illico dicet, atque ab immani illa longitudine breviorem redigendum in formam. Quod si productionis huius contractionisque caussam quæsiero, ad naturam utique instrumenti recurrendum erit; cuius ea conditio est, ut ad propinquiora intuenda, ex opticæ principiis, produci, ad remotiora vero spectanda contrahi, postulet. Cum ergo ex productione et contractione tubi, ut ait ipse, necessario oriatur maius minusve obiectorum incrementum, licebit iam mihi ex his argumentum huiusmodi conficere: Quæcumque non aliter quam productiore tubo spectari postulant, necessario augentur magis, et quæcumque non aliter quam contractiore tubo spectari postulant, necessario augentur minus; sed pro-*

pinqua omnia non aliter quam productiore tubo, longe vero remota non aliter quam contractiore tubo, spectari postulant: ergo propinqua omnia necessario augentur magis, longe vero remota necessario augentur minus. In quo argumento si maior minorque propositio vera comprobetur, nec negabitur, arbitror, quod ex illis necessario consequitur. Primam vero propositionem ipse ultro admittit: altera etiam certissima est; et quidem in iis quæ citra dimidium milliare spectantur, nulla apud illum probatione indiget; quod si ea quæ ulterius deinde excurrunt, eadem spectari solent tubi longitudine, id fit non quia revera magis semper ac magis contrahendus ille non sit, sed quia maior isthæc contractio adeo exiguis includitur terminis, ut non multum intersit si omittatur, ac proinde ut plurimum negligatur. Si tamen rei naturam spectemus atque ex rigore geometrico loquendum sit, semper maior hæc contractio requiretur: eadem plane ratione ac si quis diceret, visibile quodcumque quo magis ab oculo removetur, minori semper ac minori spectari angulo, quæ propositio verissima est; nihilominus, cum res oculo obiecta ad certam pervenerit distantiam, in qua angulum visivum efficiat valde exiguum, quamvis postea multo adhuc intervallo fiat remotior, non minuitur sensibiliter idem angulus; et tamen demonstrari potest, illum semper minorem ac minorem futurum. Ita, quamvis ultra maximam quandam distantiam obiectorum vix varientur anguli incidentiæ specierum ad tubi specilla (perinde enim tunc est, ac si omnes radii perpendiculariter inciderent), et consequenter neque varianda sensibiliter sit instrumenti longitudo, verissima tamen adhuc censenda est ea propositio quæ asserit, naturam specilli eam esse, ut, quo remotiora fuerint obiecta, eo magis ad ea spectanda contrahi postulet, et propterea minus eadem augeat quam propinqua; et si severe, ut aiebam, loquendum sit, affirmo stellas breviori specillo spectandas quam Lunam.

Qui, com'ella vede, si apparecchia il Sarsi con mirabil franchezza a volere in virtú d'acuti sillogismi mantenere, niuna cosa esser piú vera della piú volte profferita proposizione, cioè che gli oggetti veduti col telescopio tanto ricrescon piú quanto son piú vicini, e tanto meno quanto son piú lontani; ed è tanta la sua confidenza, che quasi si promette ch'io sia per confessarla, ben che di presente io la neghi. Ma io fo un augurio e pronostico molto differente, e credo ch'egli si sia, nel tesser questa tela, per ritrovare in maniera inviluppato, piú di quello ch'ei pensa ora che egli è su l'ordirla, che in ultimo da per se stesso sia per confessarsi convinto; convinto, dico, a chi con qualche attenzione considererá le cose nelle quali egli anderá a terminare, che facilmente saranno le medesime *ad unguem* che le scritte dal Sig. Mario, ma orpellate in maniera e cosí spezzatamente intarsiate tra varii ornamenti e rabeschi di parole, o vero riportate in iscorcio in qualche angolo, che forse alla prima scorsa possano, a chi meno fissamente le consideri, parer qualch'altra cosa da quello che realmente sono in pianta.

In tanto, per non lo tor d'animo, gli soggiungo, che come questo ch'ei tenta sia vero, non solo l'argomento che in questa proposizione s'appoggia, del quale il suo Maestro e gli altri astronomi amici suoi si son serviti per ritrovare il luogo della cometa, è il piú ingegnoso e concludente d'ogn'altro, ma di piú dico che questo effetto del telescopio avanza in eccellenza di gran lunga tutti gli altri, mediante le gran conseguenze ch'ei si tira dietro; e resto estremamente meravigliato, né so restar capace come possa esser, che, conoscendolo vero, abbia il Sarsi poco fa detto di sé e del suo Maestro d'averne fatto assai minore stima che degli altri due, presi l'uno dal moto circolare e l'altro dalla piccolezza della paralasse, li quali, sia detto con pace loro, non son degni d'esser servidori di questo. Signore, se questa cosa è vera, ecco spianata

al Sarsi la strada ad invenzioni ammirande, tentate da moltissimi né mai trovate da alcuno; ecco non solo misurata in una sola stazione qualsivoglia lontananza in Terra, ma senza errore alcuno stabilite le distanze de' corpi celesti. Perché, osservato che sia una volta sola che, v. g., un cerchio lontano un miglio ci si dimostri, veduto col telescopio, di diametro trenta volte maggiore che coll'occhio libero, subito che vedremo l'altezza d'una torre ricrescer, per essempio, diece volte, saremo sicuri quella esser lontana tre miglia; e ricrescendo il diametro della Luna come dir tre volte piú di quel che ce lo mostra l'occhio libero, potremo dire, quella esser lontana dieci miglia, ed il Sole quindici, se il suo diametro ricrescerá due volte solamente; o pure, se con qualche telescopio eccellente noi vedessimo la Luna ricrescere in diametro, v. g., dieci volte, la qual è lontana piú di cento mila miglia, come bene scrive il P. Grassi, la palla della cupola dalla distanza di un miglio ricrescerá in diametro piú d'un milion di volte. Or io, per aiutare quanto posso un'impresa cosí stupenda, anderò promovendo alcuni dubbietti che mi nascono nel progresso del Sarsi, i quali V. S. Illustrissima, se cosí le piacerá, potrá con qualche occasione mostrar a lui, acciò, col torgli via, possa tanto piú perfettamente stabilire il tutto.

Volendo dunque il Sarsi persuadermi che le stelle fisse non ricevono sensibile accrescimento dal telescopio, comincia dagli oggetti che sono in camera, e mi domanda se per vedergli col telescopio, e' mi bisogna allungarlo assaissimo; ed io gli rispondo che sí: passa a gli oggetti fuori della finestra in gran lontananza, e mi dice che per veder questi bisogna scorciar assai lo strumento; ed io l'affermo, e gli concedo, appresso, ciò derivar, com'esso scrive, dalla natura dello strumento, che per veder gli oggetti vicinissimi richiede assai maggior lunghezza di canna, e minor per li piú lontani; ed oltre a

ciò confesso che la canna piú lunga mostra gli oggetti maggiori che la piú breve; e finalmente gli concedo per ora tutto il sillogismo, la cui conclusione è che in universale gli oggetti vicini s'accrescon piú, e i molto lontani meno, cioè (adattandola a i nominati particolari) che le stelle fisse, che sono oggetti lontani, ricrescon meno che le cose poste in camera o dentro al palazzo, tra i quali termini mi pare che il Sarsi comprenda le cose ch'ei chiama vicine, non avendo nominatamente discostato in maggior lontananza il termine loro. Ma il detto sin qui non mi par che soddisfaccia a gran lunga al bisogno del Sarsi. Imperocché domando io adesso a lui, s'ei ripone la Luna nella classe degli oggetti vicini, o pure in quella de' lontani. Se la mette tra i lontani, di lei si concluderá il medesimo che delle stelle fisse, cioè il poco ingrandirsi (ch'è poi di diretto contrario all'intenzion del suo Maestro, il quale, per costituir la cometa sopra la Luna, ha bisogno che la Luna sia di quegli oggetti che assai s'ingrandiscono; e però anco scrisse ch'ella in effetto assaissimo ricresceva, e pochissimo la cometa); ma s'egli la mette tra i vicini, che son quelli che ricrescono assai, io gli risponderò ch'ei non doveva da principio ristringere i termini delle cose vicine dentro alle mura della casa, ma doveva ampliargli almeno sino al ciel della Luna. Or sieno ampliati sin lá, e torni il Sarsi alle sue prime interrogazioni, e mi dimandi se per veder col telescopio gli oggetti vicini, cioè che non sono oltre all'orbe della Luna, e' mi bisogna allungar assaissimo il telescopio. Io gli risponderò di no; ed ecco spezzato l'arco, e finito il saettar de' sillogismi.

Per tanto, se noi torneremo a considerar meglio questo argomento, lo troveremo esser difettoso, ed esser preso come assoluto quello che non si può intendere senza relazione, o vero come terminato quello ch'è indeterminato, ed in somma essere stata fatta una divisione diminuta

(che si chiamano errori in logica), mentre il Sarsi, senza assegnar termine e confine tra la vicinanza e lontananza, ha divisi gli oggetti visibili in lontani ed in vicini, errando in quel medesimo modo ch'errerebbe quel che dicesse: « Le cose del mondo o son grandi o son piccole », nella qual proposizione non è veritá né falsitá, e cosí anco non è nel dire: « Gli oggetti o son vicini o son lontani »; dalla quale indeterminazione nasce che le medesime cose si potranno chiamar vicinissime e lontanissime, grandissime e piccolissime, e le piú vicine lontane, e le piú lontane vicine, e le piú grandi piccole, e le piú piccole grandi, e si potrá dire: « Questa è una collinetta piccolissima », e « Questo è un grandissimo diamante »; quel corriero chiama brevissimo il viaggio da Roma a Napoli, mentre che quella gentildonna si duole che la chiesa è troppo lontana dalla casa sua. Doveva dunque, s'io non m'inganno, per fuggir questi equivochi, fare il Sarsi la sua divisione almeno in tre membri, dicendo: « Degli oggetti visibili altri son vicini, altri lontani, ed altri posti in mediocre distanza », la qual restava come confine tra i vicini ed i lontani; né anco qui si doveva fermare, ma di piú doveva soggiungere una precisa determinazione alla distanza d'esso confine, dicendo, v. g.: « Io chiamo distanza mediocre quella d'una lega; grande, quella ch'è piú d'una lega; piccola, quella ch'è meno »: né so ben capire perch'egli non l'abbia fatto, se non che forse scorgeva piú il suo conto e piú se lo prometteva dal potere accortamente prestigiare con equivochi tra le persone semplici, che dal saldamente concludere tra i piú intelligenti; ed è veramente un gran vantaggio aver la carta dipinta da tutte due le bande, e poter, per essempio, dire: « Le stelle fisse, perché son lontane, ricrescon pochissimo; ma la Luna, assai, perch'è vicina », ed altra volta, quando venisse il bisogno, dire: « Gli oggetti di camera, essendo vicini, crescono assaissimo; ma

la Luna, poco, perch'è lontanissima ». E questo sia il primo dubbio.

Secondo, giá il P. Grassi pose in un sol capo la cagione del ricrescere or piú ed or meno gli oggetti veduti col telescopio, e questo fu la minore o la maggiore lontananza d'essi oggetti, né pur toccò una sillaba dell'allungare o abbreviare lo strumento; e di questo, dice ora il Sarsi, nessuna cosa esser piú vera: tuttavia, quando ei si ristringe al dimostrarlo, non gli basta piú la breve e gran lontananza dell'oggetto, ma gli bisogna aggiungervi la maggiore e la minor lunghezza del telescopio, e construire il sillogismo in cotal forma: La vicinanza dell'oggetto è causa d'allungare il telescopio; ma tal allungamento è causa di ricrescimento maggiore; adunque la vicinanza dell'oggetto è causa di ricrescimento maggiore. Qui mi pare che il Sarsi, in cambio di sollevare il suo Maestro, l'aggravi maggiormente, facendolo equivocare dal *per accidens* al *per se*; in quel modo ch'errerebbe quegli che volesse metter l'avarizia tra le regole *de sanitate tuenda*, e dicesse: L'avarizia è causa di viver sobriamente, la sobrietá è causa di sanitá, adunque l'avarizia mantien sano: dove l'avarizia è un'occasione, o vero un'assai remota causa *per accidens* alla sanitá, la quale segue fuor della primaria intenzion dell'avaro, in quanto avaro, il fine del qual è il risparmio solamente. E questo ch'io dico è tanto vero, quanto con altrettanta conseguenza io proverò, l'avarizia esser causa di malattia, perché l'avaro, per risparmiare il suo, va frequentemente a i conviti degli amici e de' parenti, e la frequenza de' conviti causa diverse malattie; adunque l'avarizia è causa d'ammalarsi: da i quali discorsi si scorge finalmente che l'avarizia, come avarizia, non ha che far niente colla sanitá, come anco la propinquitá dell'oggetto col suo maggior ricrescimento; e la causa per la quale nel rimirar gli oggetti propinqui s'allunga lo strumento, è per ri-

muover la confusione nella quale esso oggetto ci si dimostra adombrato, la qual si toglie coll'allungamento; ma perché poi all'allungamento ne conséguita un maggior ricrescimento, ma fuor della primaria intenzione, che fu di chiarificare, e non d'ingrandir, l'oggetto, quindi è che la propinquitá non si può chiamare altro che un'occasione, o vero una remotissima causa *per accidens*, del maggior ricrescimento.

Terzo, se è vero che quella, e non altra, si debba propriamente stimar causa, la qual posta segue sempre l'effetto, e rimossa si rimuove; solo l'allungamento del telescopio si potrá dir causa del maggior ricrescimento: avvenga che, sia pur l'oggetto in qualsivoglia lontananza, ad ogni minimo allungamento ne séguita manifesto ingrandimento; ma all'incontro, tuttavolta che lo strumento si riterrá nella medesima lunghezza, avvicinisi pur quanto si voglia l'oggetto, quando anco dalla lontananza di cento mila passi si riducesse a quella di cinquanta solamente, non però il ricrescimento sopra l'apparenza dell'occhio libero si fará punto maggiore in questo sito che in quello. Ma bene è vero, che avvicinandolo a piccolissime distanze, come di quattro passi, di due, d'uno, d'un mezo, la specie dell'oggetto piú e piú sempre s'intorbida ed offusca, sí che, per vederlo distinto e chiaro, convien piú e piú allungar il telescopio, al qual allungamento ne conséguita poi il maggior e maggior ricrescimento: ed avvenga che tal ricrescimento dependa solo dall'allungamento, e non dall'avvicinamento, da quello, e non da questo, si deve regolare; e perché nelle lontananze oltre a mezo miglio non fa di mestieri, per veder gli oggetti chiari e distinti, di muover punto lo strumento, niuna mutazione cade ne' loro ingrandimenti, ma tutti si fanno colla medesima proporzione; sí che se la superficie, v. g., d'una palla, veduta col telescopio, in distanza di mezo miglio ricresce mille volte, mille volte ancora, e

niente meno, ricrescerá il disco della Luna, tanto ricrescerá quel di Giove, e finalmente tanto quel d'una stella fissa. Né accade qui che il Sarsi la voglia star a sminuzzolare e rivedere a tutto rigor di geometria, perché, quando ei l'avrá tirata e ridotta in atomi e presosi anco tutti i vantaggi, il guadagno suo non arriverá a quello di colui che con diligenza s'andava informando per qual porta della cittá s'usciva per andar per la piú breve in India; ed in fine gli converrá confessare (come anco in parte pare ch'ei faccia nel fine del periodo letto da V. S. Illustrissima) che trattando con ogni severitá il telescopio, si debba tener manco d'un capello piú corto nel riguardar le stelle fisse, che nel mirar la Luna. Ma da tutta questa severitá che ne risulterá poi in ultimo, che sia di sollevamento al Sarsi? Nulla assolutamente; perché non ne raccorrá altro se non che, ricrescendo, v. g., la Luna mille volte, le stelle fisse ricrescano novecento novantanove; mentre che per difesa sua e del suo Maestro bisognerebbe ch'elle non crescessero né anco due volte, perché il ricrescimento del doppio non è cosa impercettibile, ed eglino dicono le fisse non ricrescer sensibilmente.

Io so che il Sarsi ha intese benissimo queste cose, anco nella lettura del Sig. Mario; ma vuol, per quanto ei può, mantener vivo il suo Maestro a quint'essenza di sillogismi sottilissimamente distillati (e siami lecito dir cosí, perché di qui a poco ei chiamerá troppo minute alcune cose del Sig. Mario, che sono assai piú corpulente di queste sue). Ma per finire ormai i miei dubbi, m'accade dir qualche cosa intorno all'essempio portato dal Sarsi, preso da gli oggetti veduti naturalmente: de' quali dice che quanto piú s'allontanano dall'occhio, sempre si veggono sotto minor angolo; nientedimeno, quando si è arrivato a certa distanza, nella quale l'angolo si faccia assai piccolo, per molto poi che si allontani piú l'oggetto, l'angolo però non si diminuisce sensibilmente; tuttavia,

dic'egli, si può dimostrare ch'ei si fa minore. Ma se il senso di questo essempio è quale mi si rappresenta, e qual anco convien che sia se ha da quadrar bene al concetto essemplificato, io son di parere molto diverso da questo del Sarsi. Imperocché a me pare ch'in sostanza ei voglia che l'angolo visuale, nell'allontanarsi l'oggetto, si vada ben continuamente diminuendo, ma sempre successivamente con minor proporzione, sí che oltre a una gran lontananza, per molto che l'oggetto si discosti ancora, poco piú si diminuisca l'angolo: ma io son di contrario parere, e dico che la diminuzione dell'angolo si va facendo sempre con maggior proporzion, quanto piú l'oggetto s'allontana. E per piú facilmente dichiararmi, noto primieramente, che il voler determinar le grandezze apparenti degli oggetti visibili colle quantitá degli angoli sotto i quali quelle ci si rappresentano, è ben fatto nel trattar di parti di alcuna circonferenza di cerchio nel centro del quale sia collocato l'occhio; ma trattandosi di tutti gli altri oggetti, è errore: imperocché l'apparenti grandezze, non dagli angoli visuali, ma dalle corde degli archi suttesi a detti angoli si deono determinare; e queste tali apparenti quantitá si vanno sempre diminuendo puntualissimamente con proporzion contraria di quella delle lontananze; sí che il diametro, v. g., d'un cerchio, veduto in distanza di cento braccia, mi si rappresenta giusto la metá di quello che m'apparrebbe dalla distanza di braccia cinquanta, e veduto in distanza di mille braccia mi parrá doppio che se sará lontano dumila, e cosí sempre in tutte le lontananze; né mai accaderá ch'egli per qualsivoglia grandissima distanza m'apparisca cosí piccolo, ch'ei non mi paia ancora la metá da dupplicata lontananza. Ma se noi pur vorremo determinar l'apparenti grandezze dalla quantitá degli angoli, come fa il Sarsi, il fatto seguirá ancora piú disfavorevole per lui; perché tali angoli non diminuiranno giá colla propor-

zione colla quale le lontananze crescono, ma con minore. Ma quel che contraria al detto del Sarsi è che, paragonati gli angoli fra di loro, con maggior proporzione si vanno diminuendo nelle maggiori distanze che nelle minori; sí che, se, v. g., l'angolo d'un oggetto posto in distanza di cinquanta braccia, all'angolo del medesimo oggetto posto in distanza di braccia cento, è, per essempio, come cento a sessanta, l'angolo del medesimo oggetto in distanza di mille all'angolo in distanza di dumila sará, v. g., come cento a cinquant'otto, e quello in distanza di quattromila a quello in distanza d'ottomila sará come cento a cinquantacinque, e quel della distanza di 10000 a quel di ventimila sará come cento a cinquantadue, e sempre la diminuzion dell'angolo s'anderá facendo in maggiore e maggior proporzione, senza però ridursi mai a farsi colla medesima delle lontananze permutatamente prese. Tal che, s'io non prendo errore, quello che scrive il Sarsi, che l'angolo visuale, ridotto per gran lontananze a molta acutezza, non continua di diminuirsi per altri immensi allontanamenti con sí gran proporzione come faceva nelle minori distanze, è tanto falso, quanto che tal diminuzione vien sempre fatta in maggior proporzione.

15. Legga ora V. S. Illustrissima: *Sed dicet is, hoc non esse, saltem, eodem uti instrumento, ac proinde, si de eodem loquamur specillo, falsam esse positionem illa: quamquam enim eadem sint vitra, idem etiam tubus, si tamen hic idem modo productior, modo vero fuerit contractior, non idem semper erit instrumentum. Apage hæc tam minuta. Si quis igitur cum amico colloquens leni sono verba formaverit, ut scilicet e propinquo exaudiatur; mox alium conspicatus e longinquo, contentissima illum voce inclamarit; alio atque alio illum uti gutture atque ore dixeris, quod hæc vocis instrumenta illic contrahi, hic dilatari atque extendi necesse sit? Nos vero*

cum tubicines æs illud recurvum ac replicatum adducta reductaque dextra ad graviorem quidem sonum producentes, ad acutiorem vero contrahentes, intuemur, num propterea alia atque alia uti tuba existimamus?

Qui, com'ella vede, il Sarsi introduce me, come ormai convinto dalla forza de' suoi sillogismi, a ricorrere per mio scampo a qualunque debolissimo attacco, ed a dire, quando pur vero sia che le stelle fisse non ricevano accrescimento come gli oggetti vicini, che questo *saltem* non è servirsi del medesimo strumento, poi che negli oggetti propinqui si deve allungare; e mi soggiunge, con un *Apage,* ch'io ricorro a cose troppo minute. Ma, Sig. Sarsi, io non ho bisogno di ricorrere al *saltem* ed alle minuzie. Necessitá ne avete avuta voi sin qui, e piú l'averete nel progresso. Voi avete avuto bisogno di dire che *saltem* nelle sottilissime idee geometriche le fisse richieggono abbreviazione del telescopio piú che la Luna, dal che poi ne seguiva, come di sopra ho notato, che ricrescendo la Luna mille volte, le fisse ricrescerebbono novecento novantanove, mentre che per mantenimento del vostro detto avevate di bisogno ch'elle non ricrescessero né anco una meza volta. Questo, Sig. Sarsi, è un ridursi al *saltem,* e un far come quella serpe che, lacerata e pesta, non le sendo rimasti piú spiriti fuor che nell'estremitá della coda, quella va pur tuttavia divincolando, per dare a credere a' viandanti d'essere ancor sana e gagliarda. Ed il dire che il telescopio allungato è un altro strumento da quel ch'era avanti, è, nel proposito di che si parla, cosa essenzialissima, e tanto vera quanto verissima; né il Sarsi avrebbe stimato altrimenti, se nel darne giudicio non avesse equivocato dalla materia alla forma o figura, che dir la vogliamo: il che si può facilmente dichiarare anco senza uscir del suo medesimo essempio.

Io domando al Sarsi, onde avvenga che le canne dell'organo non suonan tutte all'unisono, ma altre rendono

il tuono piú grave ed altre meno? Dirá egli forse, ciò derivare perch'elle sieno di materie diverse? certo no, essendo tutte di piombo: ma suonano diverse note perché sono di diverse grandezze, e quanto alla materia, ella non ha parte alcuna nella forma del suono: perché si faran canne, altre di legno, altre di stagno, altre di piombo, altre d'argento ed altre di carta, e soneran tutte l'unisono; il che avverrá quando le loro lunghezze e larghezze sieno eguali: ed all'incontro coll'istessa materia in numero, cioè colle medesime quattro libre di piombo, figurandolo or in maggiore or in minor vaso, ne formerò diverse note: sí che, per quanto appartiene al produr suono, diversi sono gli strumenti che ánno diversa grandezza, e non quelli che ánno diversa materia. Ora, se disfacendo una canna se ne rigetterá del medesimo piombo un'altra piú lunga, ed in conseguenza di tuono piú grave, sará il Sarsi renitente a dir che questa sia una canna diversa dalla prima? voglio creder di no. Ma se altri trovasse modo di formar la seconda piú lunga senza disfar la prima, non sarebbe l'istesso? certo sí. Ma il modo sará col farla di due pezzi e ch'uno entri nell'altro, perché cosí si potrá allungare e scorciare, ed in somma farla all'arbitrio nostro divenir canne diverse, per quello che si ricerca al formar diverse note; e tale è la struttura del trombone. Le corde dell'arpe, ben che sieno tutte della medesima materia, rendon suoni differenti, perché sono di diverse lunghezze: ma quel che fanno molte di queste, lo fa una sola nel liuto, mentre che col tasteggiare si cava il suono ora da tutta ora da una parte, ch'è l'istesso che allungarla e scorciarla, ed in somma trasmutarla, per quanto appartiene alla produzzion del suono, in corde differenti: e l'istesso si può dire della canna della gola, la qual, col variar lunghezza e larghezza, accommodandosi a formar varie voci, può senza errore dirsi ch'ella diventi canne diverse. Cosí, e non altrimenti (perché il

maggiore o minor ricrescimento non consiste nella materia del telescopio, ma nella figura, sí che il piú lungo mostra maggiore), quando, ritenendo l'istessa materia, si muterá l'intervallo tra vetro e vetro, si verranno a costituire strumenti diversi.

16. Or sentiamo l'altro sillogismo che forma il Sarsi: *Sed videat Galilæus, quam non contentiose agam: aliud sit instrumentum tubus nunc productior, nunc contractior; iterum, paucis mutatis, idem argumentum conficiam. Quæcumque diverso instrumento spectari postulant, diversum etiam ex instrumento capiunt incrementum; sed propinqua et remota diverso instrumento spectari postulant; diversum igitur propinqua et remota ex instrumento capient incrementum. Maior iterum ac minor ipsius est; eiusdem sit et consequentia necesse est. Quibus rebus expositis, satis docuisse videor, nihil nos hactenus a veritate, neque a Galilæo quidem, alienum pronunciasse, cum diximus, hoc instrumento minus remota augeri quam propinqua, cum, natura etiam sua, ad illa spectanda contrahi, ad hæc vero produci, postulet: dici tamen non inepte poterit, idem quidem esse instrumentum, diverso tamen modo usurpatum.*

Il quale argomento io concedo tutto, ma non veggo ch'ei concluda niente in disfavor del Sig. Mario, né in favor della causa del Sarsi; al quale di niun profitto è che gli oggetti vicinissimi veduti con un telescopio lungo ricrescono piú che i lontani veduti con un corto, ch'è la conclusion del sillogismo, ma molto diversa dall'obligo intrapreso dal Sarsi. Il qual è di provar due punti principali: l'uno è che gli oggetti sino alla Luna, e non quei soli che sono nella camera, ricrescano assaissimo; ma le stelle fisse, non poco manco, ma insensibilmente, vedute queste e quelli coll'istesso strumento: l'altro, che la diversitá di tali ricrescimenti proceda dalla diversitá delle lontananze d'essi oggetti, e che a quelle proporzionata-

mente risponda: le quali cose egli non proverá mai in eterno, perché son false. Ma della nullitá del presente sillogismo, per quanto appartiene alla materia di che si tratta, siacene testimonio che io su le sue medesime pedate procederò a dimostrar concludentemente il contrario. Gli oggetti che ricercano d'esser riguardati col medesimo strumento, ricevono da quello il medesimo ricrescimento; ma tutti gli oggetti, da un quarto di miglio in lá sino alla lontananza di mille milioni, ricercano d'esser riguardati col medesimo strumento; adunque tutti questi ricevono il medesimo ricrescimento. Non concluda per tanto il Sarsi di non avere scritto cosa aliena né dal vero né da me; perché di me almanco l'assicuro ch'egli sin qui ha concluso cosa contraria all'intenzion mia.

Nell'ultima chiusa di questo periodo, dov'egli dice che il telescopio or lungo or corto si può chiamar il medesimo strumento, ma diversamente usurpato, vi è, s'io non m'inganno, un poco di equivoco; anzi parmi che il negozio proceda tutto all'opposito, cioè che lo strumento sia diverso, e l'usurpamento o vero applicazione sia la medesima a capello. Chiamasi il medesimo strumento esser diversamente usurpato, quando, senza punto alterarlo, si applica ad usi differenti: e cosí l'áncora fu la medesima, ma diversamente usurpata dal piloto per dar fondo, e da Orlando per prender balene. Ma nel caso nostro accade tutto l'opposito: imperocché l'uso del telescopio è sempre il medesimo, perché sempre s'applica a riguardar oggetti visibili; ma lo strumento è ben diversificato, mutandosi in esso cosa essenzialissima, qual è l'intervallo da vetro a vetro. È adunque manifesto l'equivoco del Sarsi.

17. Ma seguitiamo piú avanti: *At dicet: verissima hæc quidem esse, si summo geometriæ iure res agatur; quod tamen in re nostra locum non habet, et cum saltem ad Lunam et stellas intuendas nullo longitudinis discri-*

mine specillum adhiberi soleat, nihil hic etiam ponderis habituram esse maiorem minoremve distantiam ad maius minusve obiecti incrementum inferendum; quare si stellæ minus augeri videantur quam Luna, ex alio deducendam huius phœnomeni rationem, non ex obiecti remotione. Ita sit; et nisi aliunde etiam habeat tubus hic, stellas minus augere quam Lunam, minus fortasse ponderis argumento insit. Dum tamen illud præterea huic instrumento tribuitur, ut luminosa omnia larga illa radiatione, qua veluti coronantur, expoliet, ex quo fit ut, licet stellæ idem fortasse re ipsa capiant ex illo incrementum quod Luna, minus tamen augeri videantur (cum diversum plane sit id, quod tubo conspicitur, ab eo quod nudis prius oculis videbatur: hi siquidem nudi et stellam et circumfusum fulgorem spectabant; tubo vero adhibito, solum stellæ corpusculum intuendum obiicitur), verissimum etiam est, iis omnibus quæ ad opticam spectant consideratis, stellas hoc instrumento, quoad aspectum saltem, minus accipere incrementi quam Lunam, immo etiam aliquando, si oculis credas, nulla ratione augeri, ac, si Deo placet, etiam minui: quod nec ipse Galilæus negat. Mirari proinde desinat, quod stellas insensibiliter per tubum augeri dixerimus: neque enim hic huius aspectus causam quærebamus, sed aspectum ipsum.

Qui noti primieramente V. S. Illustrissima come la mia predizzione, fatta di sopra al numero 14, comincia a verificarsi. Lá animosamente s'esibí il Sarsi a mantener, niuna cosa esser piú vera del ricrescer gli oggetti veduti col telescopio tanto piú quanto piú son vicini, e tanto meno quanto piú lontani: onde le stelle fisse, come lontanissime, non ricrescesser sensibilmente; ma la Luna, assaissimo, come vicina. Or qui mi pare che si cominci a vedere una gran ritirata ed una confession manifesta: prima, che la diversitá delle lontananze degli oggetti non sia piú la vera causa de' diversi ingrandimenti, ma che

bisogni ricorrere all'allungamento e scorciamento del telescopio; cosa non detta, né pure accennata, né forse pensata, da loro avanti l'avvertimento del Sig. Mario: secondo, che né anco questo abbia luogo nel presente caso, atteso che niuna mutazione si faccia nello strumento, sí che, cessando questo rifugio ancora, l'argomento che sopra ciò si fondava resti invalido totalmente. Veggo, nel terzo luogo, ricorrere a cagioni lontanissime dalle portate da principio per vere e sole, e dire che il poco ricrescimento apparente nelle fisse non dependa piú né da gran lontananza d'esse né da brevitá di strumento, ma che è un'illusione dell'occhio nostro, il quale libero vede le stelle con un grandissimo irraggiamento non reale e che però ci sembrano grandi, ma collo strumento si vede il nudo corpo della stella, il quale, ben che ringrandito come tutti gli altri oggetti, non però par tale, paragonato colle medesime stelle vedute liberamente, in relazion delle quali l'accrescimento par piccolissimo: dal che ei conclude che almeno quanto all'apparenza le stelle fisse pur mostrano di ricrescer pochissimo, perloché io non mi devo maravigliare ch'eglino ciò abbiano detto, poi ch'ei non ricercavano la causa di tale aspetto, ma solamente l'aspetto istesso. Ma, Sig. Sarsi, perdonatemi: voi, mentre cercate di rimuovermi la meraviglia, non pur non me la levate, ma con altre nuove cagioni me la moltiplicate assai.

E prima, io non poco mi meraviglio nel vedervi portar questo precedente discorso con maniera dottrinale, quasi che voi lo vogliate insegnare a me, mentre l'avete di parola in parola imparato voi dal Sig. Mario; e di piú soggiungete ch'io non nego queste cose, credo con intenzione che nel lettore resti concetto ch'io medesimo avessi in mano la risoluzione della difficoltá, ma che io non l'avessi saputa conoscere né prevalermene. Meravigliomi, secondariamente, che voi diciate che il vostro Maestro non andò

ricercando la cagione dell'insensibil ricrescimento delle stelle fisse, ma solo l'istesso effetto dell'insensibilmente ricrescere, ancor ch'egli più d'una volta replichi esser di ciò la cagione l'immensa lontananza. Ma quello che, nel terzo luogo, m'accresce la meraviglia a cento doppi è che voi non v'accorgiate che, quando ciò vero fusse, voi figurereste, a gran torto, il vostro Maestro privo ancora di quella communissima logica naturale, in virtú della quale ogni persona, per idiota ch'ella sia, discorre e conclude direttamente le sue intenzioni. E per farvi toccar con mano la veritá di quanto io dico, rimovete la considerazion della causa ed introducete il solo effetto (giá che voi affermate che il vostro Maestro non ricercò la causa, ma il solo effetto), e poi discorrendo dite: « Le stelle fisse ricrescono insensibilmente; ma la cometa essa ancora ricresce insensibilmente »; adunque, Sig. Sarsi, che ne concluderete? Rispondete: « Nulla », se volete rispondere manco male che sia possibile: perché se voi pretenderete di poterne inferire una conseguenza, ed io pretenderò con altrettanta connessione poterne inferir mille; e se vi parrá di poter dire: « Adunque la cometa è lontanissima, perché anco le fisse sono lontanissime », ed io con non minor ragione dirò: « Adunque la cometa è incorruttibile, perché le fisse sono incorruttibili », ed appresso dirò: « Adunque la cometa scintilla, perché le fisse scintillano », e con non minor ragione potrò dire: « Adunque la cometa risplende di propria luce, perché cosí fanno le fisse »: e s'io farò di queste conseguenze, voi vi riderete di me come d'un logico senza dramma di logica, ed avrete mille ragioni, e poi cortesemente m'avvertirete ch'io da quelle premesse non posso inferir altro per la cometa se non quei particolari accidenti che ánno necessaria, anzi necessariissima connessione coll'insensibil ricrescimento delle stelle fisse; e perché questo ricrescimento non depende né ha connession veruna coll'incorruttibilitá, né

colla scintillazione, né coll'esser lucido da per sé, però niuna di queste conclusioni si può concludere della cometa: e chi di lá vorrá inferir, la cometa esser lontanissima, bisogna che di necessitá abbia prima ben bene stabilito, l'insensibil ricrescimento delle stelle dependere, come da causa necessarissima, dalla gran lontananza, perché altrimenti non si sarebbe potuto servir del suo converso, cioè che quegli oggetti che insensibilmente ricrescono, sieno di necessitá lontanissimi. Or vedete quali errori in logica voi immeritamente addossate al vostro Maestro: dico immeritamente, perché son vostri, e non suoi.

18. Or legga V. S. Illustrissima sin al fine di questo primo essame: *At videat hoc loco Galilæus, quam non insipienter ex his atque aliis in Sidereo Nuncio ab illo traditis inferamus, cometam supra Lunam statuendum. Ait ipse, cælestia inter lumina alia quidem nativa ac propria fulgere luce, quo in numero Solem ac stellas quas fixas dicimus collocat; alia vero, nullo a natura splendore donata, lumen omne a Sole mutuari, qualia sex reliqui planetæ haberi solent. Observavit præterea, stellas maxime inane illud lucis non suæ coronamentum adamasse, ac veluti comam alere consuevisse; planetas vero, Lunam præsertim, Iovem atque Saturnum, nullo fere huiusmodi fulgore vestiri; Martem tamen, Venerem atque Mercurium, quamvis nullo et ipsi generis splendore sint præditi, e Solis propinquitate tantum haurire luminis, ut, stellis quodammodo pares, earumdem et scintillationem et circumfusos radios imitentur. Cum ergo cometa, vel Galilæo auctore, lumen non a natura inditum habeat, sed Soli acceptum referat, nosque illum tanquam temporarium planetam existimaremus, cum cæteris non postremæ notæ viris, de eo etiam similiter philosophandum erat atque de Luna cæterisque errantibus: quorum cum ea sit conditio, ut, quo minus a Sole distant, eo splendeant ardentius, fulgoreque maiore ve-*

stiti (quod inde consequitur) tubo inspecti minus augeri videantur, dum cometa ex hoc eodem instrumento idem fere quod Mercurius caperet incrementum, an non valde probabiliter inferre inde potuimus, cometam eumdem non plus admodum circumfusi illius luminis admisisse quam Mercurium, nec proinde longiori multo a Sole dissitum intervallo; contra vero, cum minus augeretur quam Luna, maiori circumfusum lumine, ac Soli viciniorem statuendum? Ex quibus iure dixisse nos intelligit, cum parum admodum augeri visus sit cometa, multo a nobis remotiorem quam Lunam dicendum esse. Et sane, cum nobis ex parallaxi observata, ex cursu etiam cometæ decoro ac plane sidereo, satis iam de eius loco constaret; cum præterea eumdem tubus pari pene incremento ac Mercurium afficeret, contrarium certe nulla ratione suaderet; licuit hinc etiam non minimam momenti ac ponderis appendiculam in nostram derivare sententiam. Quamquam enim sciremus ex multis posse ista pendere, ex ea tamen ipsa quam lucidum hoc corpus in omnibus suis phœnomenis cum reliquis cælestibus corporibus servaret analogiam, satis magnum a tubo nos accepisse beneficium tunc putavimus, quod sententiam nostram, aliorum iam argumentorum pondere firmatam, suo etiam suffragio ipse vehementius confirmaret.

Quod autem reliquum est argumento additum, ea videlicet verba: « Scio hoc argumentum apud aliquos parvi fuisse momenti, etc. » diserte ingenueque supra memoravimus, quorsum hæc addita fuerint; adversus eos nimirum qui, huic instrumento fidem elevantes, opticarum disciplinarum plane ignari, fallax illud ac nulla dignum fide prædicarent. Intelligit igitur, ni fallor, Galilæus, quam immerito nostram de tubo sententiam oppugnarit, quam veritati, immo et suis etiam placitis, nulla in re adversam agnoscit: agnoscere etiam ante poterat, si pacato magis illam animo aspexisset. Qui igitur nobis in mentem ve-

niret unquam, fore aliquando, ut minus hæc illi grata acciderent, quæ prorsus ipsius esse censeremus? Sed quando hæc pro nostra sententia satis esse arbitror, ad ipsius Galilæi placita expendenda gradum faciamus.

Qui primieramente, com'ella vede, aviamo un argomento rappezzato, come si dice, su 'l vecchio, di diversi fragmenti di proposizioni, per provar pure, il luogo della cometa essere stato tra la Luna ed il Sole: il qual discorso il Sig. Mario ed io gli possiamo, senza pregiudicio alcuno, conceder tutto, non avendo noi mai affermato cosa veruna attenente al sito della cometa, né negato ch'ella possa essere sopra la Luna, ma solamente si è detto che le dimostrazioni portate sin qui dagli autori non mancano di dubitazioni; per le quali rimuovere di niuno aiuto è che ora il Sarsi venga con altra nuova dimostrazione, quando bene ella fusse necessaria e concludente, a provar la conclusione esser vera, avvenga che anco intorno a conclusioni vere si può falsamente argumentare e commetter paralogismi e fallacie. Tuttavia, per lo desiderio ch'io tengo che le cose recondite vengano in luce e si guadagnino conclusioni vere, anderò movendo alcune considerazioni intorno ad esso discorso: e per piú chiara intelligenza lo ristringerò prima nella maggior brevitá ch'io possa.

Dic'egli dunque, aver dal mio Nunzio Sidereo, le stelle fisse, come quelle che risplendono di propria luce, irraggiarsi molto di quel fulgore non reale, ma solo apparente; ma i pianeti, come privi di luce propria, non far cosí, e massime la Luna, Giove e Saturno, ma dimostrarsi quasi nudi di tale splendore; ma Venere, Mercurio e Marte, benché privi di luce propria, irraggiarsi nondimeno assai per la vicinitá del Sole, dal quale piú vivamente vengon tocchi. Dice di piú, che la cometa, di mio parere, riceve il suo lume dal Sole, e poi soggiunge, sé, con altri autori di nome, aver reputata la cometa come un pianeta per a

tempo, e che però di lei si possa filosofare come degli altri pianeti; de' quali essendo che i piú vicini al Sole piú s'irraggiano, ed in conseguenza meno ricrescono veduti col telescopio, ed avvenga che la cometa ricresceva poco piú di Mercurio ed assai meno che la Luna, molto ragionevolmente si poteva concluder, lei esser non molto piú lontana dal Sole che Mercurio, ma assai piú vicina a quello che la Luna. Questo è il discorso, il quale calza cosí bene, e cosí aggiustatamente s'assesta, al bisogno del Sarsi, come se la conclusione fusse fatta prima de' principii e de' mezi, sí che non quella da questi, ma questi da quella dependessero, e fussero non dalla larghezza della natura, ma dalla puntualitá di sottilissima arte stati preparati per lei. Ma veggiamo quanto siano concludenti.

E prima, che io abbia scritto nel Nunzio Sidereo che Giove e Saturno non s'irraggino quasi niente, ma che Marte, Venere e Mercurio si coronino grandemente de' raggi, è del tutto falso; perché la Luna solamente ho sequestrata dal resto di tutte le stelle, tanto fisse quanto erranti.

Secondariamente, non so se per far che la cometa sia un quasi pianeta, e che, come tale, se gli convengano le proprietá degli altri pianeti, basti che il Sarsi, il suo Maestro ed altri autori l'abbiano stimata e nominata per tale: che se la stima e la voce loro avesser possanza di porre in essere le cose da essi stimate e nominate, io gli supplicherei a farmi grazia di stimar e nominar oro molti ferramenti vecchi che mi ritrovo avere in casa. Ma lasciando i nomi da parte, qual condizione induce questi tali a reputar la cometa quasi un pianeta per a tempo? forse il risplendere come i pianeti? ma qual nuvola, qual fumo, qual legno, qual muraglia, qual montagna, tocca dal Sole, non risplende altrettanto? Non ha veduto il Sarsi nel Nunzio Sidereo dimostrato, lo stesso globo terrestre risplender piú che la Luna? Ma che dico io del

risplender la cometa come un pianeta? Io, in quanto a me, non ho per impossibile che la sua luce possa esser tanto debole, e la sua sostanza tanto tenue e rara, che quando alcuno se gli potesse avvicinare assai, la perdesse del tutto di vista; come accade d'alcuni fuochi ch'escono dalla Terra, i quali solamente di notte e da lontano si veggono, ma da vicino si perdono; in quel modo che le nuvole lontane si veggono terminatissime, che poi da presso mostrano un poco di adombramento di nebbia talmente interminato, che altri quasi, nell'entrarvi dentro, non distingue il suo termine, né lo sa separar dall'aria sua contigua. E quelle proiezzioni de' raggi solari tra le rotture delle nuvole, tanto simili alle comete, quando mai son elle vedute, se non da quelli che da loro son lontani? Convien forse la cometa co' pianeti per ragion di moto? E qual cosa separata dalla parte elementare, ch'ubidisce allo stato terrestre, non si moverá al moto diurno col resto dell'universo? Ma se si parla dell'altro moto traversale, questo non ha che far col movimento de' pianeti, non essendo né per quel verso, né regolato, né forse pur circolare. Ma, lasciati gli accidenti, crederá forse alcuno, la sostanza o materia della cometa aver convenienza con quella de' pianeti? Questa si può credere esser solidissima, ché cosí ne persuade in particolare e quasi sensatamente la Luna, ed in universale la figura terminatissima ed immutabile di tutti i pianeti; dove, per l'opposito, quella della cometa in pochi giorni si può credere che si dissolva; e la sua figura, non circolarmente terminata, ma confusa ed indistinta, ci dá segno, la sua sostanza esser cosa piú tenue e piú rara che la nebbia o il fumo: sí che in somma ella si possa piú tosto chiamare un pianeta dipinto, che reale.

Terzo, io non so quanto perfettamente ei possa aver paragonato l'irraggiamento ed il ricrescimento della cometa con quel di Mercurio, il quale, avvenga che raris-

sime volte dia occasion d'essere osservato, in tutto il tempo che apparve la cometa, sicuramente non la dette egli mai, né poté esser veduto, ritrovandosi sempre assai vicino al Sole; sí che io credo di poter senza scrupolo creder, che il Sarsi non facesse altrimenti questo paragone, difficile anco per altro e mal sicuro a potersi fare, ma ch' e' lo dica, perché, quando cosí fussi, servirebbe meglio alla sua causa. E del non essere egli venuto a questa esperienza me ne dá anco indizio questo, che nel riferir l'osservazioni fatte in Mercurio e nella Luna, colle quali paragona quelle della cometa, mi par ch'ei si confonda alquanto: atteso che, per voler concludere, la cometa esser piú lontana dal Sole che Mercurio, aveva bisogno dire ch'ella s'irraggiava meno di lui, e veduta col telescopio ricresceva piú di lui; tuttavia gli è venuto scritto a rovescio, cioè ch'ella non s'irraggiava assai piú di Mercurio, e ch'ella riceveva quasi il medesimo ricrescimento, ch'è quanto a dire ch'ella s'irraggiava piú, e ricresceva manco, di Mercurio: paragonandola poi colla Luna, scrive l'istesso (ben ch'egli dica di scrivere il contrario), cioè ch'ella ricresceva meno che la Luna, e s'irraggiava piú: tuttavia poi, nel concludere, dalla identitá di premesse ne deduce contrarie conclusioni, cioè che la cometa è piú vicina al Sole che la Luna, ma piú remota che Mercurio.

E finalmente, professando il Sarsi d'esser molto esatto logico, non so perché nella division de' corpi luminosi che s'irraggiano piú o meno, e che in conseguenza, veduti col telescopio, ricevono ingrandimento minore o maggiore, ei non abbia registrati i nostri lumi elementari; avvenga che le candele, le fiaccole ardenti vedute in qualche distanza, e qualunque sassetto, legnuzzo o altro piccolo corpicello, insin le foglie dell'erbe e le stille della rugiada percosse dal Sole, risplendono, e da certe vedute s'irraggiano al pari di qualunque piú folgorante stella, e viste

col telescopio osservano nell'ingrandimento l'istesso tenore che le stelle: perloché cessa del tutto quell'aiuto di costa ch'altri si era promesso dal telescopio, per condur la cometa in cielo e rimuoverla dalla sfera elementare. Cessi pertanto ancora il Sarsi dal pensiero di poter sollevare il suo Maestro, e sia certo che per voler sostenere un errore è forza di commetterne cento, e, quel ch'è peggio, restar in ultimo a piedi. Vorrei anco pregarlo ch'ei cessasse di replicar, com'egli pur fa nel fine di questa parte, che queste sue sieno mie dottrine, perch'io né scrissi mai tali cose, né le dissi, né le pensai. E tanto basti intorno al primo essame.

19. Ora passiamo al secondo.

EXAMEN SECUNDUM

QUO GALILÆI OPINIO DE SUBSTANTIA ET MOTU COMETARUM EXPENDITUR.

AN COMETES DE GENERE SIT APPARENTIUM IMAGINUM.

QUÆSTIO I.

Quamvis ad hanc usque diem nemo cometam omni ex parte inania inter spectra numerandum dixerit, ex quo fieret ut necesse non haberemus illum ab hoc inanitatis crimine liberare, quia tamen Galilæus aliam inire viam explicandi cometæ satius sapientiusque duxit, par est in novo hoc illius invento diligentius expendendo commorari.

Duo sunt quæ ille excogitavit: alterum substantiam, alterum vero motum cometæ spectat. Quod ad prius attinet, ait lumen hoc ex eorum genere esse, quæ, per alterius luminis refractionem ostentata verius quam facta, umbræ potius luminosorum corporum quam luminosa corpora dicenda videntur; qualia sunt irides, coronæ, parelia, aliaque hoc genus multa. Quod vero spectat

ad posterius, affirmat, motum cometarum rectum semper fuisse ac Terræ superficiei perpendicularem: quibus in medium prolatis, aliorum facile sententias se labefacturum existimavit. Nos, quantum hisce opinionibus tribuendum sit, paucis in præsentia ac sine ullo verborum fuco (quando satis sibi ornata est, vel nuda, veritas) videamus: et quamquam perdifficile est duo hæc dicta complecti singillatim, cum adeo inter se connexa sint ut alterum ab altero pendere ac mutuam sibi adiumenti vicem rependere videantur, curabimus tamen ne quid iacturæ lectoribus hinc existat.

Quare contra primum Galilæi dictum affirmo, cometam inane lucis figmentum, spectantium oculis illudens, non fuisse: quod nullo alio egere argumento apud eum existimo, qui vel semel cometam ipsum tum nudis oculis tum optico tubo inspexerit. Satis enim vel ex ipso aspectu sese huius natura luminis prodebat, ut ex verissimorum collatione luminum iudicare facile quivis posset, fictumne esset an verum quod cerneret. Sane Tycho, dum Thaddæi Hagecii observationes examinat, hæc ex eiusdem epistola profert: « Corpus cometæ iis diebus magnitudine Iovis ac Veneris stellam adæquasse, et luce nitida ac splendore eximio eoque eleganti et venusto præditum fuisse, et puriorem eius substantiam apparuisse quam ut pure elementaribus materiis quadraret, sed potius cælestibus illis corporibus analogam extitisse ». Quibus postea hæc Tycho subdit: « Atque in hoc sane rectissime sensit Thaddæus, et vel inde etiam non obscure concludere potuisset, minime elementarem fuisse hunc cometam ».

Di sopra il Sarsi s'andò figurando arbitrariamente i principii ed i mezi accommodati alle conclusioni ch'egli intendeva di dimostrare; adesso mi par ch'ei si vada figurando conclusioni, per oppugnarle come pensieri del Sig. Mario e miei, molto diverse, o almeno molto diversamente prese, da quello che nel Discorso del Sig. Mario

son portate. Imperocché, che la cometa sia senz'altro un simulacro vano ed una semplice apparenza, non è mai risolutamente stato affermato, ma solo messo in dubbio e promosso alla considerazion de' filosofi con quelle ragioni e conghietture che par che possano persuadere che cosí possa essere. Ecco le parole del Sig. Mario in questo proposito: « *Io non dico risolutamente che la cometa si faccia in tal modo, ma dico bene che, come di questo, cosí son dubbio degli altri modi assegnati dagli altri autori; i quali se pretenderanno d'indubitatamente stabilir lor parere, saranno in obligo di mostrar questa e tutte l'altre posizioni vane e fallaci* ». Con simil diversitá porta il Sarsi che noi con risolutezza abbiamo affermato, il moto della cometa dover necessariamente esser retto e perpendicolare alla superficie terrestre: cosa che non si è proposta in cotal forma, ma solo s'è messo in considerazione come questo piú semplicemente, e piú conforme all'apparenze, soddisfaceva alle mutazioni osservate in essa cometa; e tal pensiero vien tanto temperatamente proposto dal Sig. Mario, che nell'ultimo dice queste parole: « *Però a noi conviene contentarci di quel poco che possiamo conghietturar cosí tra l'ombre* ». Ma il Sarsi ha voluto rappresentar queste opinioni tanto piú fermamente esser da me state credute, quanto egli si è immaginato di poterle con piú efficaci mezi annichilare; il che se gli sará venuto fatto, io gliene terrò obligo, perché per l'avvenire avrò a pensare a una opinion di manco, qualunque volta mi venga in pensiero di filosofar sopra tal materia. In tanto, perché mi pare che pur ancora resti qualche poco di vivo nelle conghietture del Sig. Mario, anderò facendo alcuna considerazione intorno al momento delle opposizioni del Sarsi.

Il quale, venendo con gran risolutezza ad oppugnar la prima conclusione, dice che a chi avesse pur una sola volta rimirata la cometa, di nissun altro argomento gli

sarebbe stato di mestieri per conoscer la natura di cotal lume; il quale, paragonato cogli altri lumi verissimi, pur troppo apertamente mostrava sé esser vero, e non finto. Sí che, come vede V. S. Illustrissima, il Sarsi confida tanto nel senso della vista, che stima impossibil cosa restar ingannato, tuttavolta che si possa far parallelo tra un oggetto finto ed un reale. Io confesso di non aver la facoltá distintiva tanto perfetta, ma d'esser come quella scimia che crede fermamente veder nello specchio un'altra bertuccia, né prima conosce il suo errore, che quattro o sei volte non sia corsa dietro allo specchio per prenderla: tanto se le rappresenta quel simulacro vivo e vero. E supposto che quegli che il Sarsi vede nello specchio non sieno uomini veri e reali, ma vani simulacri, come quelli che ci veggiamo noi altri, grande curiositá avrei di sapere, quali sieno quelle visuali differenze per le quali tanto speditamente distingue il vero dal finto. Io, quanto a me, mi sono mille volte ritrovato in qualche stanza a finestre serrate, e per qualche piccol foro veduto un poco di reflession di Sole fatta da un altro muro opposto, e giudicatola, quanto alla vista, una stella non men lucida della Canicola e di Venere. E caminando in campagna contro al Sole, in quante migliaia di pagliuzze, di sassetti, un poco lisci o bagnati, si vedrá la reflession del Sole in aspetto di stelle splendentissime? Sputi solamente in terra il Sarsi, ché senz'altro, dal luogo dove va la reflession del raggio solare, vedrá l'aspetto d'una stella naturalissima. In oltre, qual corpo posto in gran lontananza, venendo tocco dal Sole, non apparirá una stella, massime se sará tanto alto che si possa veder di notte, come si veggon l'altre stelle? E chi distinguerebbe la Luna, veduta di giorno, da una nuvola tocca dal Sole, se non fusse la diversitá della figura e dell'apparente grandezza? Niuno sicuramente. E finalmente, se la semplice apparenza deve determinar dell'essenza, bisogna che il Sarsi conceda che

i Soli, le Lune e le stelle, vedute nell'acqua ferma e negli specchi, sien veri Soli, vere Lune e vere stelle. Cangi pure il Sarsi, quanto a questa parte, opinione, né creda col citare autoritá di Ticone, di Taddeo Agecio o d'altri molti, di megliorar la condizion sua, se non in quanto l'avere avuto uomini tali per compagni rende piú scusabile il suo errore.

20. Segua V. S. Illustrissima di leggere. *Quia tamen toto eo tempore quo noster hic fulsit, Galilæus, ut audio, lecto affixus ex morbo decubuit, neque ei unquam fortasse per valetudinem licuit corpus illud pellucidum oculis intueri, aliis propterea cum illo agendum esse duximus argumentis. Ait igitur ipse, vaporem sæpe fumidum ex aliqua Terræ parte in altum supra Lunam etiam ac Solem attolli, et simul atque extra umbrosum Terræ conum progressus Solis lumen aspexerit, ex illius veluti luce concipere et cometam parere; motum autem sive ascensum vaporis huiusmodi, non vagum incertumque, sed rectum nullamque deflectentem in partem, existere. Sic ille: at nos harum positionum pondus ad nostram trutinam referamus.*

Principio, materiam hanc fumidam et vaporosam per eos forte dies ascendisse constat e Terra, cum, vehementissimis boreæ flatibus toto late cælo dominantibus, dispergi facile ac disiici potuisset; ut mirum profecto sit, impune adeo tenuissimis levissimisque corpusculis licuisse inter sævientis aquilonis iras constantissimo gressu, qua cœperant via, in altum ferri, cum ne gravissima quidem pondera tunc aëri semel commissa eiusdem vim atque impetum superare possent. Ego vero adeo pugnare inter se existimo duo hæc, vaporem levissimum ascendere, et recta ascendere, ut inter instabiles saltem aëris huius vicissitudines fieri id posse vix credam. Illud etiam adde, auctore Galilæo, ne a sublimioribus quidem illis planetarum regionibus abesse concretiones ac rarefactiones

huiusmodi corporum fumidorum, ac proinde nec motus illos vagos incertosque, quibus eadem ferri necesse est.

Che vapori fumidi da qualche parte della Terra sormontino sopra la Luna, ed anco sopra il Sole, e che usciti fuori del cono dell'ombra terrestre sieno dal raggio solare ingravidati e quindi partoriscano la cometa, non è mai stato scritto dal Sig. Mario né detto da me, ben che il Sarsi me l'attribuisca. Quello che ha scritto il Sig. Mario è, che non ha per impossibile che tal volta possano elevarsi dalla Terra essalazioni ed altre cose tali, ma tanto piú sottili del consueto, che ascendano anco sopra la Luna, e possano esser materia per formar la cometa; e che talora si facciano sublimazioni fuor del consueto della materia de' crepuscoli, l'essemplifica per quella boreale aurora; ma non dice giá che quella sia in numero la medesima materia delle comete, la qual è necessario che sia assai piú rara e sottile che i vapori crepuscolini e che quella materia della detta aurora boreale, atteso che la cometa risplende meno assai dell'aurora; sí che se la cometa si distendesse, v. g., lungo l'oriente nel candor dell'alba, mentre il Sole non fusse lontano dall'orizonte piú di sei o vero otto gradi, ella senza dubbio non si discernerebbe, per esser manco lucida del campo suo ambiente. E coll'istessa, non risolutezza, ma probabilitá si è attribuito il moto retto in su alla medesima materia. E questo sia detto non per ritirarci, per paura che ci facciano l'oppugnazioni del Sarsi, ma solo perché si vegga che noi non ci allontaniamo dal nostro costume, ch'è di non affermar per certe se non le cose che noi sappiamo indubitatamente, ché cosí c'insegna la nostra filosofia e le nostre matematiche. Or, posto che noi abbiamo detto come c'impone il Sarsi, sentiamo ed essaminiamo le sue opposizioni

È la sua prima instanza fondata sopra l'impossibilitá del salir vapori per linea retta verso il cielo mentre im-

petuoso aquilone di traverso spinge l'aria e ciò che per entro lei si ritrova; e tale si sentí egli per molti giorni appresso all'apparir della cometa. L'instanza veramente è ingegnosa; ma le vien tolto assai di forza da alcuni avvisi sicuri, per li quali s'ebbe che in quei giorni né in Persia né in China fu perturbazione alcuna di venti; ed io crederò che d'una di quelle regioni si elevasse la materia della cometa, se il Sarsi non mi prova ch'ella si movesse non di lá, ma di Roma, dov'egli sentí l'impeto boreale. Ma quando ben anco il vapore si fusse partito d'Italia, chi sa ch'ei non si mettesse in viaggio avanti i giorni ventosi, de i quali ne fusser passati poi molti avanti il suo arrivo all'orbe cometario, lontano dalla Terra, per relazion del Maestro del Sarsi, 470.000 miglia in circa; ché pure a far tanto viaggio ci vuol del tempo, e non poco, perché l'ascender de' vapori, per quel che si vede qui vicini a Terra, non arriva alla velocitá del volo degli uccelli a gran pezzo, sí che non basterebbe il tempo di quattro anni a far tanto viaggio. Ma dato anco che tali vapori si movessero in tempo ventoso, egli, che presta intera fede a gl'istorici ed a' poeti ancora, non dovrá negare che la commozion de' venti non ascenda piú di due o tre miglia in alto, giá che vi son monti la cima de' quali trascende la region ventosa; sí che il piú che possa concludere sará che dentro a tale spazio vadano i vapori non perpendicolarmente, ma trasversalmente fluttuando: ma fuor di tale spazio cessa l'impedimento che dal camin retto gli disvia.

21. Séguiti ora V. S. Illustrissima. *(1um argumentum). Sed demus, licuisse per ventos halitibus hisce cœptum semel cursum tenere, eoque contendere ubi Solis radios et directos excipere ac repercussos remittere ad nos possent. Cur ibi demum, cum se totis totum plane excipiunt Phœbum, parte sui tantum minima eumdem nobis ostendunt? Sane, vel ipso Galilæo teste, cum*

per æstivos dies non absimilis vapor, ad septemtrionem forte solito altius provectus, Soli se spectandum obiecerit, tunc enimvero, clarissimo perfusus lumine, candidissimum omni se ex parte exhibet, atque, ut eius verbis utar, borealem nobis, nocturnis etiam in tenebris, auroram refert; nec mutuati splendoris adeo se avarum præbet, ut, cum toto hauserit Solem sinu, vix una illum e rimula ad nos relabi patiatur. Vidi egomet, non per æstivum tantum tempus, sed Ianuario mense, quatuor post Solis occasum horis, quod admirabilius est, vertici fere imminentem, candido ac fulgenti habitu, nubeculam adeo raram, ut ne minimas quidem stellas velaret; at illa etiam, quæ a Sole acceperat lucis dona, largo apertoque sinu liberalissime undique profundebat. Nubes denique omnes (si quam tamen illæ cum cometarum materia affinitatem servant), si densæ adeo fuerint atque opacæ ut Solis radios libere non transmittant, ea saltem parte qua Solem respiciunt, eumdem ad nos reciproca liberalitate reflectunt; at si raræ ac tenues sint, easque facile lux omni ex parte pervadat, nulla se parte tenebricosas ostendunt, sed clarissimo undique perfusas lumine spectandas offerunt. Si igitur cometa non ex alia elucet materia quam ex vaporibus huiusmodi fumidis, non in unum veluti globum coactis, sed, ut ipse ait, satis amplum cæli spatium occupantibus omnique ex parte Solis luce fulgentibus, quid tandem causæ est, cur ex angusto tantum brevique orbiculo spectantibus semper affulgeat, neque reliquæ vaporis eiusdem partes, pari a Sole lumine illustratæ, unquam compareant? Neque facile id iridis exemplo solvitur, in cuius productione idem contingit, ut videlicet ex una tantum nubis parte ad oculum relabatur, cum tamen in toto spatio a Sole illustrato eadem colorum diversitas eiusdem lumine procreetur. Illa enim, et si qua alia huiusmodi sunt, roridam potius humentemque requirunt materiam et iam in aquam abeuntem; hæc siquidem materia

tunc solum cum in aquam solvitur, lævium ac politorum corporum perspicuorumque naturam imitata, ea tantum ex parte qua anguli reflexionum refractionumque, ad id requisiti, fiunt, lumen remittit, ut experimur in speculis, aquis ac pilis cristallinis. Si qui vero halitus rariores ac sicciores extiterint, hi neque lævem habent superficiem, ut specula, neque multam radiorum refractionem efficiunt. Cum igitur ad reflexiones corporis lævitas, ad refractiones vero cum perspicuo densitas, requiratur (quæ omnia nunquam in meteorologicis impressionibus habentur, nisi cum earum materia aquæ multum habuerit, ut non Aristoteles modo, sed opticæ etiam magistri omnes docuerunt, ac ratio ipsa efficacius persuadet), hinc necessario sequitur, huiusmodi halitus graviores natura sua futuros, ac proinde minus aptos qui supra Lunam etiam ac Solem ascendant, cum vel Galilæus ipse fateatur, tenues valde ac leves esse eos debere, qui eo usque evolant. Non ergo ex vapore illo fumido ac raro, et nullius revera ponderis, revibrari ad nos poterit fulgidum illud lucis simulacrum; vapor vero aqueus, ut pote gravis, in altum ferri nulla ratione poterit.

Parmi d'aver per lunghe esperienze osservato, tale esser la condizione umana intorno alle cose intellettuali, che quanto altri meno ne intende e ne sa, tanto piú risolutamente voglia discorrerne; e che, all'incontro, la moltitudine delle cose conosciute ed intese renda piú lento ed irresoluto al sentenziare circa qualche novitá. Nacque giá in un luogo assai solitario un uomo dotato da natura d'uno ingegno perspicacissimo e d'una curiositá straordinaria; e per suo trastullo allevandosi diversi uccelli, gustava molto del lor canto, e con grandissima meraviglia andava osservando con che bell'artificio, colla stess'aria con la quale respiravano, ad arbitrio loro formavano canti diversi, e tutti soavissimi. Accadde che una notte vicino a casa sua sentí un delicato suono, né potendosi immaginar

che fusse altro che qualche uccelletto, si mosse per prenderlo; e venuto nella strada, trovò un pastorello, che soffiando in certo legno forato e movendo le dita sopra il legno, ora serrando ed ora aprendo certi fori che vi erano, ne traeva quelle diverse voci, simili a quelle d'un uccello, ma con maniera diversissima. Stupefatto e mosso dalla sua natural curiositá, donò al pastore un vitello per aver quel zufolo; e ritiratosi in se stesso, e conoscendo che se non s'abbatteva a passar colui, egli non avrebbe mai imparato che ci erano in natura due modi da formar voci e canti soavi, volle allontanarsi da casa, stimando di potere incontrar qualche altra avventura. Ed occorse il giorno seguente, che passando presso a un piccol tugurio, sentí risonarvi dentro una simil voce; e per certificarsi se era un zufolo o pure un merlo, entrò dentro, e trovò un fanciullo che andava con un archetto, ch'ei teneva nella man destra, segando alcuni nervi tesi sopra certo legno concavo, e con la sinistra sosteneva lo strumento e vi andava sopra movendo le ditá, e senz'altro fiato ne traeva voci diverse e molto soavi. Or qual fusse il suo stupore, giudichilo chi participa dell'ingegno e della curiositá che aveva colui; il qual, vedendosi sopraggiunto da due nuovi modi di formar la voce ed il canto tanto inopinati, cominciò a creder ch'altri ancora ve ne potessero essere in natura. Ma qual fu la sua meraviglia, quando entrando in certo tempio si mise a guardar dietro alla porta per veder chi aveva sonato, e s'accorse che il suono era uscito dagli arpioni e dalle bandelle nell'aprir la porta? Un'altra volta, spinto dalla curiositá, entrò in un'osteria, e credendo d'aver a veder uno che coll'archetto toccasse leggiermente le corde d'un violino, vide uno che fregando il polpastrello d'un dito sopra l'orlo d'un bicchiero, ne cavava soavissimo suono. Ma quando poi gli venne osservato che le vespe, le zanzare e i mosconi, non, come i suoi primi uccelli, col respirare formavano

voci interrotte, ma col velocissimo batter dell'ali rendevano un suono perpetuo, quanto crebbe in esso lo stupore, tanto si scemò l'opinione ch'egli aveva circa il sapere come si generi il suono; né tutte l'esperienze giá vedute sarebbono state bastanti a fargli comprendere o credere che i grilli, giá che non volavano, potessero, non col fiato, ma collo scuoter l'ali, cacciar sibili cosí dolci e sonori. Ma quando ei si credeva non potere esser quasi possibile che vi fussero altre maniere di formar voci, dopo l'avere, oltre a i modi narrati, osservato ancora tanti organi, trombe, pifferi, strumenti da corde, di tante e tante sorte, e sino a quella linguetta di ferro che, sospesa fra i denti, si serve con modo strano della cavitá della bocca per corpo della risonanza e del fiato per veicolo del suono; quando, dico, ei credeva d'aver veduto il tutto, trovossi piú che mai rinvolto nell'ignoranza e nello stupore nel capitargli in mano una cicala, e che né per serrarle la bocca né per fermarle l'ali poteva né pur diminuire il suo altissimo stridore, né le vedeva muovere squamme né altra parte, e che finalmente, alzandole il casso del petto e vedendovi sotto alcune cartilagini dure ma sottili, e credendo che lo strepito derivasse dallo scuoter di quelle, si ridusse a romperle per farla chetare, e che tutto fu in vano, sin che, spingendo l'ago piú a dentro, non le tolse, trafiggendola, colla voce la vita, sí che né anco poté accertarsi se il canto derivava da quelle: onde si ridusse a tanta diffidenza del suo sapere, che domandato come si generavano i suoni, generosamente rispondeva di sapere alcuni modi, ma che teneva per fermo potervene essere cento altri incogniti ed inopinabili.

Io potrei con altri molti essempi spiegar la ricchezza della natura nel produr suoi effetti con maniere inescogitabili da noi, quando il senso e l'esperienza non lo ci mostrasse, la quale anco talvolta non basta a supplire alla nostra incapacitá; onde se io non saperò precisamente

determinar la maniera della produzzion della cometa, non mi dovrá esser negata la scusa, e tanto piú quant'io non mi son mai arrogato di poter ciò fare, conoscendo potere essere ch'ella si faccia in alcun modo lontano da ogni nostra immaginazione; e la difficoltá dell'intendere come si formi il canto della cicala, mentr'ella ci canta in mano, scusa di soverchio il non sapere come in tanta lontananza si generi la cometa. Fermandomi dunque su la prima intenzione del Sig. Mario e mia, ch'è di promuover quelle dubitazioni che ci è paruto che rendano incerte l'opinioni avute sin qui, e di proporre alcuna considerazione di nuovo, acciò sia essaminata e considerato se vi sia cosa che possa in alcun modo arrecar qualche lume ed agevolar la strada al ritrovamento del vero, anderò seguitando di considerar l'opposizioni fatteci dal Sarsi, per le quali i nostri pensieri gli sono paruti improbabili.

Procedendo egli adunque avanti e concedendoci che, quando pur non fusse conteso a i vapori, o altra materia atta al formar la cometa, il sollevarsi da Terra ed ascendere in parti altissime, dove direttamente potesse ricevere i raggi solari e reflettergli a noi, muove difficoltá in qual modo, venendo illuminata tutta, da una sola sua particella venga poi fatta a noi la reflessione, e non faccia come quei vapori che ci rappresentano quella intempestiva aurora boreale, i quali, sí come tutti s'illuminano, tutti ancora luminosi ci si dimostrano; ed appresso soggiunge, aver veduto verso la meza notte cosa piú meravigliosa, cioè una nuvoletta verso il vertice, la quale, sí come tutta era illuminata, cosí da ogni sua parte liberalissimamente ci rimandava lo splendore; e le nuvole tutte (segu'egli), se saranno dense ed opache, ci rendono il lume del Sole da tutta quella parte che da esso vengono vedute; ma se saranno rare, sí che il lume le penetri, ci si mostrano tutte lucide, ed in niuna parte tenebrose; se dunque la cometa non si forma in altra

materia che in simili vapori fumidi largamente distesi, come dice il Sig. Mario, e non raccolti in figura sferica, essendo da ogni lor parte tocchi dal Sole, per qual cagione da un sol piccolo globetto, e non dal resto, benché egualmente illuminato, ci vien fatta la reflessione? Ancor che le soluzioni di queste instanze sieno a pien distese nel Discorso del Sig. Mario, nientedimeno l'anderò qui replicando e disponendole a' luoghi loro, coll'aggiunta di qualch'altra considerazione, secondo che l'opposizioni di passo in passo mi faranno sovvenire.

E prima, non dovrebbe aver difficoltá veruna il Sarsi nel conceder che da un luogo particolare solamente di tutta la materia sublimata per la cometa si possa far la reflessione del lume del Sole alla vista d'un particolare, benché tutta sia egualmente illuminata; avvenga che noi ne abbiamo mille simili esperienze in favore, per una che paia essere in contrario, e facilmente di quelle prodotte dal Sarsi come contrarianti a tal posizione ne troveremo la maggior parte esser favorevoli. Giá non è dubbio, che di qualsivoglia specchio piano esposto al Sole tutta la superficie è da quello illuminata; il simile è di qualsivoglia stagno, lago, fiume, mare, ed in somma d'ogni superficie tersa e liscia, di qualunque corpo ella si sia: nulladimeno all'occhio d'un particolare non si fa la reflession del raggio solare se non da un luogo particolare d'essa superficie, il qual luogo si va mutando alla mutazion dell'occhio riguardante. L'esterna superficie di sottili ma per grande spazio distese nuvole, è tutta egualmente illuminata dal Sole; tuttavia l'alone ed i parelii non si mostrano ad un occhio particolare se non in un luogo solo, e questo parimente al movimento dell'occhio va mutando sito in essa nuvola.

Dice il Sarsi: « Quella sottil materia sublimata che rende talvolta quella boreale aurora, si vede pur, qual ella è in fatto, illuminata tutta ». Ma io domando al

Sarsi, onde egli abbia questa certezza. Ed egli non mi può rispondere altro, se non che ei non vede parte alcuna che non sia illuminata, sí com'ei vede il resto della superficie degli specchi, dell'acque, de' marmi, oltr'a quella particella che ci rende la reflession viva del raggio solare. Sí, ma io l'avvertisco che quando la materia fusse in colore simile al resto dell'ambiente, o vero fusse trasparente, ei non distinguerebbe altro che quel solo splendido raggio reflesso, come accade talvolta che la superficie del mare non si distingue dall'aria, e pur si vede l'immagine reflessa del Sole; e cosí, posto un sottil vetro in qualche lontananza, ci potrá mostrar di sé quella sola particella in cui si fa la reflessione di qualche lume, rimanendo il resto invisibile per la sua trasparenza. Questo del Sarsi è simil all'error di coloro che dicono che nessun delinquente deve mai confidarsi che il suo delitto sia per restare occulto, né s'accorgono dell'incompatibilitá ch'è tra 'l restar occulto e l'essere scoperto, e che senz'altro chi volesse tener due registri, uno de' delitti che restano occulti, e l'altro di quelli che si manifestano, in quel degli occulti non ci verrebbe mai registrato e notato cosa veruna. Vengo dunque a dir, che senza repugnanza alcuna posso credere che la materia di quella boreale aurora si distenda in ispazio grandissimo e sia tutta egualmente illuminata dal Sole; ma perché a me non si scopre e fa visibile se non quella parte onde vien all'occhio mio la refrazzione, restando tutto il rimanente invisibile, però mi par di vedere il tutto. Ma che piú? De' vapori crepuscolini, che circondano tutta la Terra, non è egli sempre egualmente illuminato uno emisferio da' raggi solari? Certo sí; tuttavia quella parte che direttamente s'interpone tra 'l Sole e noi, ci si mostra piú luminosa assai delle parti piú lontane: e questa, come l'altre ancora, è una pura apparenza ed illusion dell'occhio nostro, avvenga che, siamo noi in qualsivoglia luogo, sempre veg-

giamo il corpo solare come centro d'un cerchio luminoso, ma che di grado in grado va perdendo di splendore secondo ch'è piú remoto da esso centro a destra o a sinistra; ma ad altri piú verso borea quella parte che a me è piú chiara apparisce piú fosca, e piú lucida quella che a me si rappresentava piú oscura; sí che noi possiamo dire d'avere un perpetuo e grande alone intorno al Sole, figurato nella convessa superficie che termina la sfera vaporosa, il quale alone, nel modo stesso dell'altro che talora si forma in una sottil nuvola, si va mutando di luogo secondo la mutazion del riguardante. Quanto alla nuvoletta che 'l Sarsi afferma aver veduta tutta lucida nella profonda notte, lo potrei parimente interrogare, qual certezza egli abbia ch'ella non fusse maggior di quella ch'ei vedeva, e massime dicendo egli ch'ella era in modo trasparente, che non celava le stelle fisse, ancor che minime, perloché niuno indizio gli poteva rimanere onde potesse assicurarsi, quella non distendersi invisibilmente, come trasparentissima, molto e molto oltre a' termini della parte lucida veduta: e però resta dubbio se essa ancora fusse una dell'apparenze, la quale alla mutazion di luogo dell'occhio, come l'altre, s'andasse mutando. Oltre che non repugna ch'ella potesse apparir luminosa tutta, ed esser nondimeno una illusione, il che accaderebbe quand'ella non fusse maggior di quello spazio che viene occupato dall'immagine del Sole, in quel modo che se, vedendo il simulacro del Sole occupar, v. g., in uno specchio tanto spazio quant'è un'ugna, noi tagliassimo via il rimanente, ché non ha dubbio alcuno che questo piccolo specchietto potrá apparirci lucido tutto. Ma di piú ancora, quando lo specchietto fusse minore del simulacro, allora non solamente si potrebbe vedere illuminato tutto, ma il simulacro in lui non ad ogni movimento dell'occhio apparirebbe esso ancora muoversi, com'ei fa nello specchio grande; anzi, per essere egli incapace di

tutta l'immagine del Sole, seguirebbe che, movendosi l'occhio, vederebbe la reflession fatta or da una ed or da un'altra parte del disco solare; e cosí l'immagine parrebbe immobile, sin che venendo l'occhio verso la parte dove non si dirizza la reflessione, ella del tutto si perderebbe. Assaissimo, dunque, importa il considerar la grandezza e qualitá della superficie nella quale si fa la reflessione; perché, secondo che la superficie sará men tersa, l'immagine del medesimo oggetto vi si rappresenterá maggiore e maggiore, sí che talvolta, avanti che l'immagine trapassi tutto lo specchio, molto spazio converrá che cammini l'occhio, ed essa immagine apparirá fissa, se ben realmente sará mobile.

E per meglio dichiararmi in un punto importantissimo e che forse, non dirò al Sarsi, ma a qualunqu'altro sopraggiungerá pensier nuovo, si figuri V. S. Illustrissima d'esser lungo la marina in tempo ch'ella sia tranquillissima, ed il Sole giá declinante verso l'occaso: vederá nella superficie del mare ch'è intorno al verticale che passa per lo disco solare, il reflesso del Sole lucidissimo, ma non allargato per molto spazio; anzi, se, come ho detto, l'acqua sará quietissima, vederá la pura immagine del disco solare, terminata come in uno specchio. Cominci poi un leggier venticello a increspare la superficie dell'acqua: comincerá nell'istesso tempo a veder V. S. Illustrissima il simulacro del Sole rompersi in molte parti, ma allargarsi e diffondersi in maggiore spazio; e benché, mentre ella fosse vicina, potrebbe distinguer l'un dall'altro de i pezzi del simulacro rotto, tuttavia da maggior lontananza non vederebbe tal separazione, sí per l'angustia degl'intervalli tra pezzo e pezzo, sí pel gran fulgor delle parti splendenti, che insieme s'anderebbono mescolando e facendo l'istesso che molti fuochi tra sé vicini, che di lontano appariscono un solo. Cresca in onde maggiori e maggiori l'increspamento: sempre per intervalli

piú e piú larghi si distenderá la moltitudine degli specchi, da' quali, secondo le diverse inclinazioni dell'onde, si refletterá verso l'occhio l'immagine del Sole spezzata. Ma recandosi in distanze maggiori e maggiori, e per poter meglio scoprire il mare montando sopra colline o altre eminenze, un solo e continuato parrá il campo lucido: ed io mi sono incontrato a veder da una montagna altissima e lontana dal mar di Livorno sessanta miglia, in tempo sereno ma ventoso, un'ora in circa avanti il tramontar del Sole, una striscia lucidissima diffusa a destra ed a sinistra del Sole, la quale in lunghezza occupava molte decine e forse ancor qualche centinaio di miglia, la quale però era una medesima reflessione, come l'altre, della luce del Sole. Ora s'immagini il Sarsi che della superficie del mare, ritenendo il medesimo increspamento, se ne fusse rimosso verso gli estremi gran parte, e lasciatone solamente verso il mezo, cioè incontro al Sole, una lunghezza di due o tre miglia: questa sicuramente si sarebbe veduta tutta illuminata, ed anco non mobile ad ogni mutazion che il riguardante avesse fatto a questa o a quella mano, se non dopo essersi mosso forse per qualche miglio, ché allora comincerebbe a perdersi la parte sinistra del simulacro, s'egli caminasse alla destra, e l'imagine splendida si verrebbe restringendo, sin che, fatta sottilissima, del tutto svanirebbe. Ma non perciò resta che il simulacro non sia mobile al moto del riguardante, anzi, pur vedendolo tutto, tutto lo vederemmo ancor muovere, attalché il suo mezo risponderebbe sempre alla drittura del Sole, il quale ad altri ed altri che nel medesimo momento lo rimirano, risponde ad altri e ad altri punti dell'orizonte.

Io non voglio tacere a V. S. Illustrissima in questo luogo quello che mi è sovvenuto per la soluzion d'un problema marinaresco. Conoscono talora i marinari esperti il vento che da qualche parte del mare dopo non molto

intervallo è per sopragiunger loro, e di questo dicono esser argomento sicuro il veder l'aria, verso quella parte, piú chiara di quel che per consueto dovrebbe essere. Or pensi V. S. Illustrissima se ciò potesse derivare dall'esser di giá in quella parte il vento in campo, e commosse l'onde, dalle quali nascendo, come da specchi moltiplicati a molti doppi e diffusi per grande spazio, la reflession del Sole assai maggiore che se 'l mare vi fusse in bonaccia, possa da questa nuova luce esser maggiormente illuminata quella parte dell'aria vaporosa per la quale tal reflession si diffonde, la qual, come sublime, renda ancora qualche reflesso di lume agli occhi de' marinari, a' quali, per esser bassi, non poteva venir la primaria reflession di quella parte di mare di giá increspato da' venti e lontana per avventura, da loro, venti o trenta o piú miglia; e che questo sia il lor vedere o prevedere il vento da lontano.

Ma seguitando il nostro primo concetto, dico che non in tutte le materie, o vogliamo dire in tutte le superficie, stampano i raggi solari l'immagine del Sole della medesima grandezza; ma in alcune (e queste sono le piane e lisce come uno specchio) ci si mostra il disco solare terminato ed eguale al vero, nelle convesse pur lisce ci apparisce minore, e nelle concave talor minore, talor maggiore, ed anco talvolta eguale, secondo le diverse distanze tra lo specchio e l'oggetto e l'occhio. Ma se la superficie sará non eguale, ma sinuosa e piena d'eminenze e cavitá, e come se dicessimo composta di gran moltitudine di piccoli specchietti locati in varie inclinazioni, in mille e mille modi esposte all'occhio, allora l'istessa immagine del Sole da mille e mille parti, ed in mille e mille pezzi divisa, verrá all'occhio nostro, i quali per grande ispazio s'allargheranno, stampando in essa superficie un ampio aggregato di moltissime piazzette lucide, la frequenza delle quali fará che da lontano apparirá un

sol campo sparso di luce continuata, piú gagliarda e viva nel mezo che verso gli estremi, dov'ella va languendo, e finalmente sfumando svanisce, quando per l'obliquitá dell'occhio ad essa superficie i raggi visivi non trovano piú onde reflettersi verso il Sole. Questo gran simulacro è esso ancora mobile al movimento dell'occhio, pur che oltre a i suoi termini si vada continuando la superficie dove si fanno le reflessioni: ma se la quantitá della materia occuperá piccolo spazio, e minore assai di quello del simulacro intero, potrá accadere che, restando la materia fissa e movendosi l'occhio, ella continui ad apparer lucida, sin che pervenuto l'occhio a quel termine dal quale, per l'obliquitá de' raggi incidenti sopra essa materia, le reflessioni non si dirizzano piú verso il Sole, la luce svanisce e si perde. Ora io dico al Sarsi che quando ei vede una nuvola sospesa in aria, terminata e tutta lucida, la quale resta ancor tale benché l'occhio per qualche spazio si vada mutando di luogo, non perciò si tenga sicuro, quella illuminazione esser cosa piú reale di quella dell'alone, de' parelii, dell'iride e della reflession nella superficie del mare; perché io gli dico che la sua consistenza ed apparente stabilitá può dependere dalla piccolezza della nuvola, la quale non è capace di ricevere tutta la grandezza del simulacro del Sole; il qual simulacro, rispetto alla posizion delle parti della superficie di essa nuvola, s'allargherebbe, quando non gli mancasse la materia, per ispazio molte e molte volte maggiore della nuvola, ed allora quando si vedesse intero e che oltre di lui avanzasse altro campo di nubi, dico che al movimento dell'occhio esso ancora cosí intero s'anderebbe movendo. Argomento necessario ci sia di ciò il veder noi spessissime volte, nel nascere o nel tramontar del Sole, molte nuvolette sospese vicino all'orizonte, delle quali quelle che son vicine all'incontro del Sole si mostrano splendentissime e quasi di finissimo oro, del-

l'altre laterali le men remote dal mezo lucide esse ancora piú delle piú lontane, le quali di grado in grado ci si vanno dimostrando men chiare, sí che finalmente delle molto remote lo splendore è quasi nullo: dico nullo a noi, ma a chi fusse in tal sito che queste restassero interposte tra l'occhio suo e 'l luogo dell'occaso del Sole, lucidissime se gli mostrerebbono, ed oscure le nostre piú risplendenti. Intenda dunque il Sarsi, che quando le nubi non fussero spezzate, ma una lunghissima distesa e continuata, accaderebbe che a ciaschedun riguardante la parte sua di mezo apparisse lucidissima, e le laterali di grado in grado, secondo la lontananza dal suo mezo, men chiare, sí che dove a me comparisce il colmo dello splendore, ad altri è il fine ed ultimo termine.

Ma qui potrebbe dir alcuno che, giá che quel pezzo di nube riman fisso, ed il lume in esso non si vede andar movendo alla mutazione di luogo del riguardante, questo basta a far che la paralasse operi nel determinar della sua altezza, e che però, potendo accader l'istesso della cometa, l'uso della paralasse resti atto al bisogno di chi cerchi dimostrare il suo luogo. A questo si risponde che ciò sarebbe vero quando si fusse prima dimostrato che la cometa fusse non un intero simulacro del Sole, ma un pezzo solamente, sí che la materia in cui si forma la cometa fusse non solamente illuminata tutta, ma che 'l simulacro del Sole eccedesse dalle bande, in modo ch'ei fusse bastante ad illuminar campo assai maggiore, quando vi fusse materia disposta alla reflession del lume; il che non solamente non s'è dimostrato, ma si può molto ragionevolmente creder l'opposito, cioè che la cometa sia un simulacro intero, e non mutilato e tronco, che cosí ne persuade la sua figura regolata e con bella simmetria disegnata. E di qui si può trar facile ed accommodata risposta all'instanza che fa il Sarsi, mentre mi domanda come possa essere che, figurandosi, per detto del

Sig. Mario, la cometa in una materia distesa per grande spazio in alto, ella non s'illumini tutta, ma ci rimandi solo da un piccolo cerchietto la reflessione, senza che l'altre parti, pur viste dal Sole, compariscano giá mai. Imperò che io farò la medesima interrogazione ad esso o al suo Maestro, il quale non volendo che la cometa sia un incendio, ma inclinando a credere (s'io non erro) ch'almeno la sua coda sia una refrazzione de' raggi solari, io gli domanderò s'ei credono che la materia nella quale si fa tal refrazzione sia tagliata appunto alla misura d'essa chioma, o pur che di qua e di lá e d'ogn'intorno ve n'avanzi; e se ve n'avanza (come credo che sará risposto), perché non si vede, essendo tocca dal Sole? Qui non si può dire che la refrazzione si faccia nella sostanza dell'etere, la quale, come diafanissima, non è potente a ciò dare, né meno in altra materia, la quale, quando fusse atta a rifrangere, sarebbe ancor atta a reflettere i raggi solari. In oltre, io non so con qual ragione chiami ora un piccolo cerchietto il capo della cometa, il quale con sottili calcoli il suo Maestro ha ritrovato contenere 87127 miglia quadre, che forse nessuna nuvola arriva a tanta grandezza.

Segue il Sarsi, ed ad imitazion di colui che per un pezzo ebbe opinion che 'l suono non si potesse produrre se non in un modo solo, dice non esser possibile che la cometa si generi per reflessione in quei vapori fumidi, e che l'essempio dell'iride non agevola la difficoltá, se ben essa veramente è una illusion della vista: imperocché la procreazion dell'iride e d'altre simili cose ricercano una materia umida e che giá si vada risolvendo in acqua, la quale allora solamente, imitando la natura de' corpi lisci e tersi, reflette il lume da quella parte dove si fanno gli angoli della reflessione e della refrazzione, che a tale effetto si ricercano, come accade negli specchi, nell'acqua e nelle palle di cristallo; ma in altri rari e secchi, non

avendo la superficie liscia come gli specchi, non si fa molta refrazzione: ricercandosi, dunque, per questi effetti una materia acquosa, ed in conseguenza grave assai ed inabile a salir sopra la Luna ed il Sole, dove non possono salire (anco per mio parere) se non essalazioni leggerissime, adunque la cometa non può esser prodotta da tali vapori fumidi. Risposta sofficiente a tutto questo discorso sarebbe il dire come il Sig. Mario non si è mai ristretto a dir qual sia la materia precisa nella quale si forma la cometa, né s'ella sia umida né fumosa né secca né liscia, e so ch'egli non si arrossirá a dire di non la sapere; ma vedendo come in vapori, in nuvole rare e non acquose, ed in quelle che giá si risolvono in minute gocciole, nell'acque stagnanti, negli specchi ed altre materie, si figurano per reflessi e refrazzioni molto varie illusioni di simulacri diversi, ha stimato di non essere impossibile che in natura sia ancora una materia proporzionata a renderci un altro simulacro diverso dagli altri, e che questo sia la cometa. Tal risposta, dico, è adeguatissima all'instanza, quando anco ciascuna parte d'essa instanza fusse vera: tuttavia il desiderio (com'altre volte ho detto) d'agevolar, per quanto m'è conceduto, la strada all'investigazion di qualche vero, m'induce a far alcuna considerazione sopra certi particolari contenuti in esso discorso.

E prima, è vero che in uno effluvio di minutissime stille d'acqua si fa l'illusion dell'iride, ma non credo giá che, pel converso, simile illusione non possa farsi senza tale effluvio. Il prisma triangolare cristallino, appressato a gli occhi, ci rappresenta tutti gli oggetti tinti de' colori dell'iride; molte volte si vede l'iride in nubi asciutte, e senza che pioggia veruna discenda in terra. Non si veggono le medesime illusioni di colori diversi nelle piume di molti uccelli, mentre il Sole in varie maniere le ferisce? Ma che piú? Direi al Sarsi cosa forse nuova, se cosa nuova se gli potesse dire. Prenda egli qualsivoglia

materia, o sia pietra o sia legno o sia metallo, e tenendola al Sole, attentissimamente la rimiri, ch'egli vi vederá tutti i colori compartiti in minutissime particelle; e s'ei si servirá, per riguardargli, d'un telescopio accommodato per veder gli oggetti vicinissimi, assai piú distintamente vederá quant'io dico, senza verun bisogno che quei corpi si risolvano in rugiada o in vapori umidi. In oltre, quelle nuvolette che ne' crepuscoli si mostrano lucidissime, e ci fanno una reflession del lume del Sole tanto viva che quasi ci abbaglia, sono delle piú rare asciutte e sterili che sieno in aria, e quelle che sono umide, quanto piú son pregne d'acqua, tanto piú si dimostrano oscure. L'alone e i parelii si fanno senza piogge e senza umido nelle piú rare ed asciutte nuvole, o piú tosto caligini, che sieno in aria.

Secondo, è vero che le superficie terse e ben lisce, come quelle degli specchi, ci rendono una gagliarda reflession del lume del Sole, e tale ch'appena la possiamo rimirar senza offesa; ma è anco vero che da superficie non tanto terse si fa la reflessione, ma men potente, secondo che la pulitezza sará minore. Vegga ora V. S. Illustrissima, se lo splendore della cometa è di quegli ch'abbagliano la vista, o pur di quegli che per la lor debolezza non offendon punto; e da questo giudichi, se per produrlo sia necessaria una superficie somigliante a quella d'uno specchio, o pure basti un'assai men tersa. Io vorrei mostrar al Sarsi un modo di rappresentare una reflession simile assai alla cometa. Prenda V. S. Illustrissima una boccia di vetro ben netta, ed avendo una candela accesa, non molto lontana dal vaso, vederá nella sua superficie un'immagine piccolina d'esso lume, molto chiara e terminata: presa poi colla punta del dito una minima quantitá di qualsivoglia materia che abbia un poco di untuositá, sí che s'attacchi al vetro, vada, quanto piú sottilmente può, ungendo in quella parte dove si

vede l'immagine del lume, sí che la superficie venga ad appannarsi un poco; subito vederá la detta immagine offuscarsi: volga poi il vaso, sí che l'immagine esca dell'untuositá e si fermi al contatto di essa, e poi dia una fregata sola per diritto col dito sopra detta parte untuosa; ché subito vederá derivare un raggio dritto ad imitazion della chioma della cometa, e questo raggio taglierá in traverso ed ad angoli retti il fregamento ch'ella averá fatto col dito, sí che s'ella tornerá a fregar per un altro verso il detto raggio, si dirizzerá in altra parte: e questo avviene perché, avendo noi la pelle de' polpastrelli delle dita non liscia, ma segnata d'alcune linee tortuose ad uso del tatto per sentir le minime differenze delle cose tangibili, nel muovere il dito sopra detta superficie untuosa, lascia alcuni solchi sottilissimi, ne i colmi de' quali si fanno le reflessioni del lume, ch'essendo molte ed ordinatamente disposte, rappresentano poi una striscia lucida; in capo della quale se si fará, col muovere il vaso, venir quella prima immagine fatta nella parte non unta, si vederá il capo della chioma piú lucido, e la chioma poi alquanto meno risplendente: ed il medesimo effetto si vederá, se in vece d'ungere il vetro s'appannerá coll'alitarvi sopra. Io prego V. S. Illustrissima che se mai le venisse accennato questo scherzo al Sarsi, se gli protesti per me largamente e specificatamente, ch'io non intendo perciò affermar che in cielo vi sia una gran caraffa e chi col dito la vada ungendo, e cosí si faccia la cometa; ma ch'io arreco questo caso e che altri ne potrei arrecare e che forse molti altri ce ne sono in natura, inescogitabili a noi, come argomenti della sua ricchezza in modi differenti tra di loro per produrre i suoi effetti.

Terzo, che la reflessione e refrazzione non si possa far da materie ed impressioni meteorologiche se non quando contengono in sé molt'acqua, perché allora sola-

mente sono di superficie lisce e terse, condizioni necessarie per produr tal effetto, dico non esser talmente vero, che non possa esser anco altrimenti. E quanto alla necessitá della pulitezza, io dico che anco senza quella si fará la reflession dell'immagine unita e distinta: dico cosí, perché la rotta e confusa si fa da tutte le superficie, quanto si voglia scabrose ed ineguali; che però quell'immagine d'un panno colorato che distintissima si scorge in uno specchio oppostogli, confusa e rotta si vede nel muro, dal quale certo adombramento del color di esso panno ci vien solamente ripercosso. Ma se V. S. Illustrissima pigliera una pietra o una riga di legno, non tanto liscia che ci renda direttamente l'immagini, e quella s'esporrá obliquamente all'occhio, come se volesse conoscer s'ella è piana e diritta, vederá distintamente sopra d'essa l'immagini de gli oggetti che fussero accostati all'altro capo della riga, cosí distinte che tenendovi un libro scritto, potrá commodamente leggerlo. Ma di piú, s'ella si costituirá coll'occhio vicino all'estremitá di qualche muraglia diritta ed assai lunga, prima vederá un perpetuo corso d'essalazioni verso il cielo, e massime quando il parete sia percorso dal Sole, per le quali tutti gli oggetti opposti appariscono tremare; dipoi, se fará che alcun dall'altro capo del muro se le vada pian piano accostando, vederá, quando le sará assai vicino, uscirgli incontro l'immagine sua reflessa da quei vapori ascendenti, non punto umidi né gravi, anzi aridissimi e leggieri. Ma che piú? Non è ancor giunto al Sarsi il rumore che si fa, in particolare da Ticone, delle refrazzioni che si fanno nell'essalazioni e vapori che circondano la Terra, ancor che l'aria sia serenissima, asciuttissima e lontanissima dalle piogge e da ogni umiditá? Né mi citi, com'egli fa, l'autoritá d'Aristotile e di tutti i maestri di perspettiva; perch'egli non fará altro che dichiararmi piú cauto osservatore di loro, cosa, per mio

credere, diametralmente contraria alla sua intenzione. E tanto basti in risposta al primo argomento del Sarsi: e vegniamo al secondo.

22. *(2um argumentum). Quod si forte quis nihilominus affirmare audeat, nihil prohibere quominus vapor aqueus ac densus vi aliqua altius provehatur ab eoque refractio hæc atque reflexio cometæ proveniat (nullum enim aliud huic effugium patere videtur, cum longa experientia compertum sit, quo rariora corpora fuerint magisque perspicua, minus ea illuminari, saltem quoad aspectum, magis vero quo densiora et cum plus opacitatis habuerint; cum ergo cometa ingenti adeo luce fulgeret, ut stellas etiam primæ magnitudinis ac planetas ipsos splendore superaret, densior eius materia atque aliqua ex parte opacior dicenda erit: trabem enim eodem tempore, quod eius summa esset raritas, albicantem potius quam splendentem, nullisque radiis micantem, vidimus); verum, si densus adeo fuit vapor hic fumidus, ut lumen tam illustre atque ingens ad nos retorqueret, atque, ut Galilæo placet, si satis amplam cæli partem occupavit, qui tandem factum est ut stellæ, quæ per hunc subiectum vaporem intermicabant, nullam insolitam paterentur refractionem, neque minores maioresve quam antea comparerent? Certe, cum eodem tempore stellarum cometam undique circumsistentium distantias inter se quam exactissime metiremur, nihil illas a Tychonicis distantiis discrepare invenimus; variari tamen stellarum magnitudines earumque distantias inter se ex interpositione vaporum huiusmodi, et experientia nos docuit, et Vitello et Halazen scriptis consignarunt. Aut igitur dicendum est, vapores hosce tenues adeo ac raros fuisse, ut astrorum lumini nihil officerent (qui tamen cometæ per refractionem luminis producendo minus apti probati iam sunt), vel, quod longe verius sit, fuisse nullos.*

Molte cose son da considerarsi in questo argomento, le quali mi pare che lo snervano assai.

E prima, né il Sig. Mario né io abbiamo mai ardito di dire, che vapori aquei e densi sieno stato attratti in alto a produr la cometa; onde tutta l'instanza che sopra l'impossibilitá di questa posizione s'appoggia, cade e svanisce.

Secondo, che i corpi meno e meno s'illuminino, quanto all'apparenza, secondo ch'ei sono piú rari e perspicui, e piú e piú quanto piú densi, come dice il Sarsi aver per lunghe esperienze osservato, l'ho per falsissimo; e questo mi persuade un'esperienza sola, ch'è il vedere egualmente illuminata una nuvola come s'ella fusse una montagna di marmi, e pur la materia della nuvola è alquanto piú rara e perspicua di quella delle montagne: onde io non veggo qual necessitá abbia il Sarsi di far la materia della cometa piú densa e piú opaca di quella de' pianeti (che cosí mi par ch'ei dica, se bene ho capita la construzzion delle sue parole), e tanto piú, quanto io non ho per chiaro ch'ella fusse piú splendida delle stelle della prima grandezza e de' pianeti. Ma quando ben ella fusse stata tale, a che proposito introdur questa tanta densitá di materia, se noi veggiamo i vapori crepuscolini risplendere assai piú delle stelle e di lei? oltre a quelle nuvolette d'oro, lucide cento volte piú.

Terzo, che posto che un fumido e denso vapore fusse stato quello in cui la cometa si produsse, ei ne dovesse seguir notabile discrepanza negli intervalli presi da stella a stella, come ch'ei dovessero, per causa della refrazzione per entro esso vapore, discordar da' misurati da Ticone, e che, per l'opposito, niuna diversitá vi fusse da loro osservata nel misurargli con ogni somma esattezza; io, se devo dire il vero, ci scorgo due cose le quali grandemente mi dispiacciono. L'una è, ch'io non veggo modo di poter prestar fede al detto del Sarsi senza negarla a quel del

suo Maestro: atteso che l'uno dice d'aver loro con somma esattezza misurate le distanze tra le stelle, e l'altro ingenuamente si scusa di non avere avuto il commodo di far tali osservazioni coll'esquisitezza che sarebbe stata di bisogno, per mancamento di strumenti grandi ed esatti come quelli di Ticone; per lo che si contenta anco che altri non faccia gran capitale delle sue instrumentali osservazioni. L'altra è, ch'io non trovo via di poter dire a V. S. Illustrissima con quella modestia e riservo ch'io desidero, com'io dubito che il Sig. Sarsi non intenda perfettamente che cosa sieno queste refrazzioni, e come e quando elle si facciano e producano loro effetti. Però ella, che lo saperá fare colla sua infinita gentilezza, gli dica una volta, come i raggi che nel venir dall'oggetto all'occhio segano ad angoli retti la superficie di quel diafano in cui si deve far la refrazzione, non si rifrangono altrimenti, onde la refrazzione non è nulla: e però le stelle verso il vertice, come quelle che mandano a noi i raggi loro perpendicolari alla superficie sferica de i vapori che circondano la Terra, non patiscono refrazzione; ma le medesime, secondo che piú e piú declinano verso l'orizonte, ed in conseguenza piú e piú obliquamente segano co' raggi loro la detta superficie, piú e piú gli rifrangono, e con fallacia maggiore ci mostrano il sito loro. L'avvertisca poi, che per essere il termine di questa materia non molto alto, onde la sfera vaporosa non è molto maggiore del globo terrestre, nella cui superficie siamo noi, l'incidenza de' raggi che vengono da' punti vicini all'orizonte è molto obliqua: la qual obliquitá si farebbe sempre minore, quanto piú la superficie de' vapori si sublimasse in alto; sí che, quando ella s'elevasse tanto che nella sua lontananza comprendesse molti semidiametri della Terra, i raggi che da qualsivoglia punto del cielo venissero a noi, pochissimo obliquamente potrebbon segar la detta superficie, ma sarebbon

come se tendessero al centro della sfera, ch'è quanto a dire che fussero perpendicolari alla sua superficie. Ora, perché il Sarsi colloca la cometa alta assai piú che la Luna, ne' vapori che in tanta altezza fussero distesi, niuna sensibile refrazzione far si dovrebbe, ed in conseguenza niuna sensibile apparenza di diversitá di sito nelle stelle fisse. Non occorre dunque che 'l Sarsi assottigli altrimenti cotali vapori per iscusar la mancanza di refrazzione, e molto meno che per tal rispetto gli rimuova del tutto. In questo medesimo errore sono incorsi alcuni, mentre si sono persuasi di poter mostrare, la sostanza celeste non differir dalla prossima elementare, né potersi dare quella moltiplicitá d'orbi, avvenga che, quando ciò fusse, gran diversitá caderebbe negli apparenti luoghi delle stelle mediante le refrazzioni fatte in tanti diafani differenti: il qual discorso è vano, perché la grandezza di essi orbi, quando ben tutti fussero diafani tra loro diversissimi, non permetterebbe alcuna refrazzione agli occhi nostri, come riposti nell'istesso centro di essi orbi.

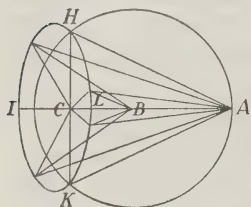
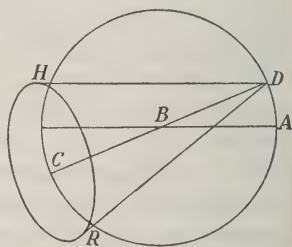
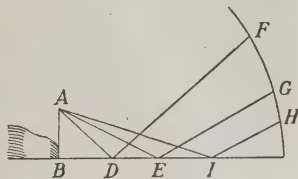
23. Or passiamo al terzo argomento. *(3um argumentum). Asserit præterea Galilæus, cometæ materiam non differre a materia illorum corpusculorum quæ circa Solem certa conversione moventur, ac vulgo solares maculæ nominantur. Non abnuo; quin illud etiam addo, eo tempore quo visus est cometa nullam per mensem integrum in Sole maculam inspectam, perque raro postea in eodem sordes huiusmodi observatas; ut non immerito poëtarum aliquis hinc arripere occasionem ludendi possit, per eos forte dies Solem solito diligentius os lucidissimum aqua proluisse, cuius per cælum dispersis loturæ reliquiis cometam ipse conformaverit, miratusque sit postea clarius multo sordes suas fulgere quam stellas. Sed quid ego etiam nunc poëticas consector nugas? Ad me redeo. Sit ergo eadem cometæ et solarium, ut ita loquar,*

variolarum materia: cum igitur hæc, cometam paritura, recto ac perpendiculari sursum semper feratur motu, quid illud postea est quod eam circa Solem in orbem agit, cogitque perpetuo, dum Solis vultum maculis illis deturpat, eamdem in partem per lineas eclipticæ parallelas circumvolvi? Si enim levium natura est sursum tantummodo ferri, quid ergo vapor unus atque idem modo recta sursum agitur, modo in orbem certis adeo legibus rotatur? Ac si forte quis dixerit, hunc quidem vi sua summa semper rectissimo cursu petere, at, ubi propius ad Solem accesserit, eius nutibus obsequentem eo moveri, quo regia domini virtus annuerit, mirabor profecto dum reliqua corpora, eadem materia constantia, avide adeo Solem complectuntur, unum cometam, proximum Soli natum, illud votis omnibus optasse, ut a Sole abesset quam longissime, maluisseque gelidos inter Triones obscuro loco extingui, quam, cum posset, Solis inter radios Soli ipsi, obiectu corporis sui, tenebras offundere. Sed hæc physica potius sunt quam mathematica.

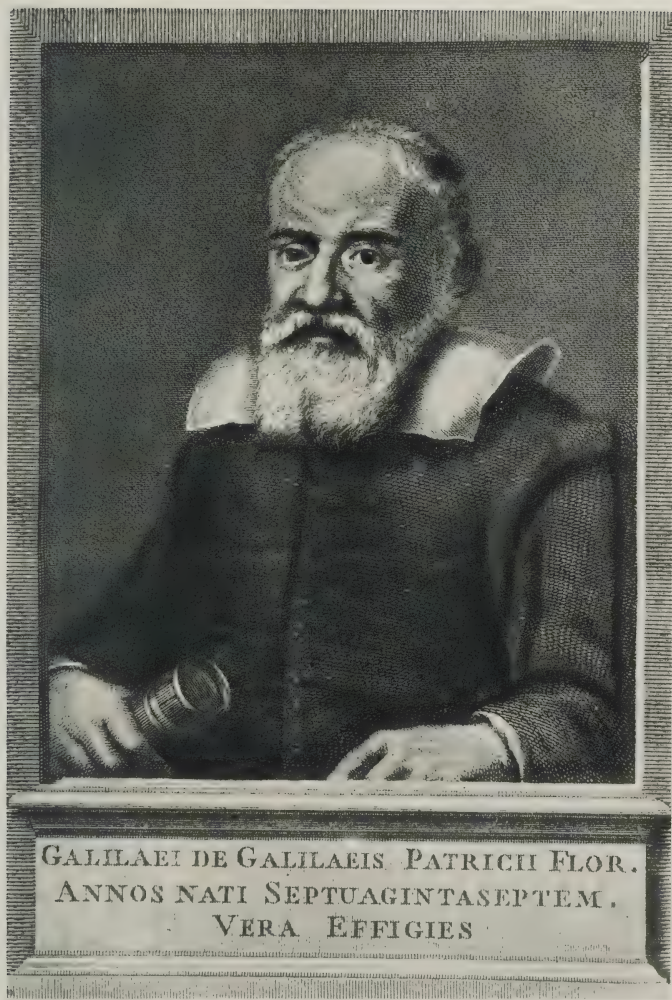
Séguita il Sarsi, come altra volta di sopra notai, d'andarsi formando conclusioni di suo arbitrio ed attribuirle al Sig. Mario ed a me, per confutarle ed in questa guisa farci autori d'opinioni assurde e false. Il Sig. Mario per essemplificare come non è impossibile che materie tenui e sottili si sollevino assai da Terra, disse di quella boreale aurora; ma il Sarsi volse ch'egli intendesse anco, questa medesima esser la materia della cometa. Quindi a poco, non contento di questo, avendo egli stesso opinione che la reflession del lume non si potesse fare in altre impressioni meteorologiche fuor che nell'umide ed acquose, attribuí al Sig. Mario ed a me che noi fussimo quelli che affermassimo che vapori acquosi e gravi salissero in cielo a formar la cometa. Ora vuol che noi abbiamo affermato, la materia della cometa esser la medesima che quella delle macchie solari, nominate sola-

mente dal Sig. Mario per dichiarar com'egli stima che per entro la sostanza celeste si possano muovere, generare e dissolvere alcune materie, ma non mai per affermar, di queste prodursi la cometa. Di qui comprenda meglio V. S. Illustrissima come la protestazion, ch'io feci di sopra, del non dire che la cometa si figurasse in un grandissimo caraffone unto, non fu ridicola né fuor di proposito.

Io non ho mai affermato, la cometa e le macchie solari esser dell'istessa materia; ma mi fo intender ben ora, che quando io non temessi d'incontrar piú gagliarde opposizioni che le prodotte in questo luogo dal Sarsi, io non mi spaventerei punto ad affermarlo ed a poterlo anco sostenere. Egli mette una gran repugnanza nel potere essere ch'una materia sottile vada rettamente verso il corpo solare, e che, quivi giunta, sia poi portata in giro: ma perché non perdona egli questo assunto al Sig. Mario, ed ad Aristotile sí ed a tutta la sua setta, i quali fanno ascendere il fuoco rettamente sino all'orbe lunare, e quivi poi cangiare il suo moto retto in circolare? E come fa il Sarsi a sostenere per impossibil cosa, che un legno caschi da alto perpendicolarmente in un fiume rapido, e che giunto nell'acqua cominci subito ad esser portato in giro intorno all'orbe terrestre? Piú valida sarebbe veramente l'altra instanza mossa da lui, cioè com'esser possa che, bramando tutte l'altre materie consorti della cometa d'andare avidamente ad abbracciare il Sole, ella sola l'abbia fuggito, ritirandosi verso settentrione. Questa difficoltá, com'io dico, stringerebbe, se egli medesimo non l'avesse poco di sopra sciolta, quando, nel far che Apollo si lavi il viso e poi getti via la lavatura, della quale si generi la cometa, e' non ci avesse dichiarato di tenere opinione che la materia delle macchie si parta dal Sole, e non vi concorra.

24. Sentiamo ora il quarto argomento. (*4um argumentum). Venio nunc ad opticas rationes, quibus longe probatur efficacius, cometam nunquam vanum spectrum fuisse, neque larvatum unquam nocturnas inter tenebras ambulasse; sed uno se omnibus loco unum eumdemque, vultu quo semper fuit, spectandum præbuisse. Quæcunque enim ea sunt quæ per refractionem luminis appareant verius quam sint, ut iris, corona aliaque huiusmodi, ea semper lege producuntur, ut luminosum corpus, ex cuius existunt lumine, quocunque illud sese converterit, sequaci obsequentique motu consequantur.* *Ita iris* I H L, *quæ, Sole existente in horizonte* A, *verticem sui semicirculi habet in* H, *si Sol intelligatur elevari ex* A *usque ad* D, *descendet ipsa ex opposita parte, et verticem sui arcus* H *ad horizontem inclinabit; et quo altius Sol elevabitur, eo magis iridis vertex* H *deprimetur: ex quo patet, eamdem semper in partem iridem moveri, in quam Sol ipse fertur. Idem observari potest in areis, coronis et pareliis: hæc siquidem omnia, cum luminosum, a quo fiunt, certo intervallo coronent, ad illius etiam motum in eamdem semper partem feruntur. Idem etiam apertissime deprehenditur in imagine luminosa quam Sol, ad occasum flectens, in superficie maris ac fluminum formare solet: hæc enim, quo magis a nobis Sol removetur, eo etiam abscedit magis, donec, illo occumbente, evanescat. Sit enim superficies maris visa* B I, *insensibiliter a plana superficie differens;*

sit oculus in litore positus in A, *Sol primum in* F; *ducantur ad* D *radii* F D, D A, *facientes angulos* A D B, F D E *incidentiæ et reflexionis æquales in* D; *videbitur ergo lumen Solis in* D. *Descendat iam idem Sol ad* G, *atque, eadem ratione qua prius, ducantur a Sole* G *atque ab oculo* A *duæ lineæ, facientes cum recta* BE *angulos incidentiæ et reflexionis æquales: hæ coincident in puncto* E, *et non alio, ut est manifestum; lumen ergo Solis apparebit in* E: *et propter*

eamdem causam, Sole magis adhuc depresso in H, *lumen apparebit in* I. *Contrarium vero accidit quotiescumque idem lumen a Sole oriente in aquis producitur: tunc enim sicuti Sol magis ad verticem nostrum accedit, ita et lumen spectanti fit propius: prius enim, v. g., apparebit in* I, *secundo in* E, *tertio in* D. *Ex quibus quilibet intelligat, in eam semper partem isthæc apparentia moveri, in quam luminosa ipsa, a quibus producuntur, feruntur. Cum ergo ex Solis lumine cometa sine controversia producatur, Solis etiam motum sequi debuit; quod si non præstitit, inter apparentia lumina numerandus non erit. Aio igitur, in cometa nihil unquam tale observatum fuisse. Cum enim primo quo visus est die, hoc est 29 Novembris, Sol in gradu Sagittarii 6, m. 43 reperiretur, atque ad Capricornum etiam tunc tenderet, necessario singulis sequentibus diebus usque ad 22 Decembris in quocumque verticali depressior fieri debuit; et si motus hic attendatur, Sol ab æquatore magis et magis in austrum movebatur; quare si de genere refractorum luminum aut repercussorum fuit cometa, in austrum etiam ferri debuit: a quo tamen motu tantum abfuit, ut in septentrionem potius tendere voluerit; ut fortasse vel ex hoc suam Galilæo testaretur libertatem, doceretque nihil se amplius*

a Sole habuisse, quam homines habeant in eiusdem Solis luce ambulantes et, quo sua illos libido impulerit, libere contendentes. Quod si quis forte hoc loco aliam aliquam reflexionis refractionisve regulam a superioribus diversam invexerit, quam cometis tribuendam, nescio qua occulta prærogativa, existimet; illud saltem statuendum est, ut, quam semel admiserit motus regulam, servet postea exacte. Sit igitur, quando hoc aliquis vult, ut libet. Fuerit cometarum, non Solis motu moveri, sed contrario; ut proinde dum hic in austrum tenderet, illi in septentrionem aufugerent: debuerant ergo iidem illi, Sole ad septentrionem redeunte, in austrum contra, propter eamdem rationem, moveri. Cum ergo a die 22 Decembris, hoc est a solstitio brumali, in septentrionem iterum Sol regrederetur, debuit noster cometa in austrum contra, unde discesserat, remeare: hic tamen constantissime eundem semper motus tenorem in septentrionem servavit: ex quo satis constare potest, nullam cum Solis motu cognationem habuisse incessum cometæ, cum, sive in hanc sive in illam partem moveretur Sol, eadem ille, qua primum cœperat, semita progrederetur.

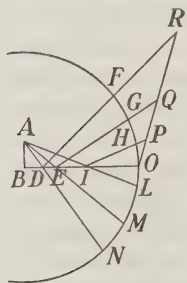
Qual sia stato il momento de' passati tre argomenti, si è veduto sin qui; il quale credo che anco l'istesso Sarsi non abbia reputato molto, per esser discorsi fisici, onde egli stesso nomina e stima i seguenti, presi dalle dimostrazioni ottiche, di gran lunga piú concludenti e piú efficaci de' passati: indizio manifesto di non aver avuto l'intera sua soddisfazzione in quei progressi naturali. Ma avvertisca bene al caso suo, e consideri che per uno che voglia persuader cosa, se non falsa, almeno assai dubbiosa, di gran vantaggio è il potersi servire d'argomenti probabili, di conghietture, d'essempi, di verisimili ed anco di sofismi, fortificandosi appresso e ben trincerandosi con testi chiari, con autoritá d'altri filosofi, di naturalisti, di rettorici e d'istorici: ma quel ridursi alla

GIUSEPPE CALENDI: GALILEO GALILEI

DALLA "VITA E COMMERCIO LETTERARIO DI G. GALILEI"

DI G. B. CLEMENTE DE' NELLI

severitá di geometriche dimostrazioni è troppo pericoloso cimento per chi non le sa ben maneggiare; imperocché, sí come *ex parte rei* non si dá mezo tra il vero e 'l falso, cosí nelle dimostrazioni necessarie o indubitabilmente si conclude o inescusabilmente si paralogiza, senza lasciarsi campo di poter con limitazioni, con distinzioni, con istorcimenti di parole o con altre girandole sostenersi piú in piede, ma è forza in brevi parole ed al primo assalto restare o Cesare o niente. Questa geometrica strettezza fará ch'io con brevitá e con minor tedio di V. S. Illustrissima mi potrò dalle seguenti prove distrigare; le quali io chiamerò ottiche o geometriche piú per secondare il Sarsi, che perché io ci ritrovi dentro, dalle figure in poi, molta prospettiva o geometria.

È, come V. S. Illustrissima vede, l'intenzion del Sarsi, in questo quarto argomento, di concludere che la cometa non sia del genere de' simulacri solamente apparenti, cagionati da reflessione e da refrazzione de' raggi solari, per la relazione ch'ella osserva e ritiene verso il Sole, diversa da quella ch'osservano e ritengon quelle che noi sappiamo certo esser pure apparenze, quali sono l'iride, l'alone, i parelii, le reflessioni del mare: le quali tutte, dic'egli, al movimento del Sole si vanno esse ancora movendo, con tenor tale che la mutazion loro è sempre verso la medesima parte che quella del Sole; ma nella cometa è accaduto il contrario; adunque ella non è un'illusione. Qui, ancorché assai competente risposta fusse il dire che non si vede necessitá veruna per la quale la cometa debba seguitar lo stile dell'iride o dell'alone o dell'altre nominate illusioni, poi che ella è differente dall'iride, dall'alone e dall'altre; tuttavia io voglio conceder qualche cosa di piú dell'obligo, purché il Sarsi nel resto non voglia aver piú privilegio di me, sí che alcun modo d'argomentare che per lui dovesse esser concludente, per me poi avesse da esser reputato inutile. Per tanto io do-

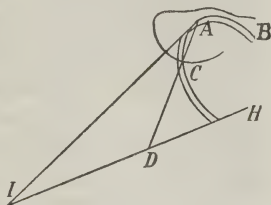
mando al Sarsi, s'ei reputa l'argomento preso dalla contrarietá dello stile osservato dalla cometa e da i puri simulacri, in contrariar quella, ed in secondar questi, il moto del Sole, sia necessariamente concludente o no? S'ei risponde di no, giá tutto il suo progresso è vano, né io piú vi aggiungo parola: ma se ei risponde di sí, giusta cosa sará che altrettanto vaglia per me, per concluder che la cometa sia un'illusione, il dimostrar io ch'ella osservi lo stile d'alcun vano simulacro, in quel che appartiene al secondare o contrariare al moto del Sole. Ma per trovare tal simulacro non occorre né anco che io mi parta da uno prodotto dall'istesso Sarsi per opportunissimo a manifestamente farci conoscere, il progresso della cometa esser contrario a quello d'esso simulacro; il quale però a me pare non contrario, ma il medesimo a capello. Prenda dunque V. S. Illustrissima la sua terza figura, nella quale ei fa parallelo della cometa con la reflession del Sole fatta nella superficie del mare; dove, quando il Sole sia in H, il suo simulacro vien veduto dall'occhio A secondo la linea A I; e quando il Sole sará in G, si vedrá il simulacro per la linea A E; ed essendo in F, il simulacro apparirá nella linea A D. Resta ora che veggiamo, mentre che il Sole ci apparisce essersi mosso in cielo per l'arco HGF, per qual verso ci apparisca essersi mosso parimente il suo simulacro rispetto al cielo, dove il Sarsi osservò il moto della cometa e del Sole: per lo che bisogna continuar l'arco FGHLMN, e prolungar le linee AI, AE, AD in L, M, N, e poi dire: Quando il Sol era in H, il suo simulacro si vedeva per la linea AI, che in cielo risponde nel punto L; e quando il Sole venne in G, il suo simulacro si vedeva per la linea AE, ed appariva in M; e finalmente, giunto il Sole in F, il suo simulacro

apparse in N. Adunque, movendosi il Sole da H verso F, il suo simulacro apparisce muoversi da L in N: ma questo, Sig. Sarsi, è apparir muoversi al contrario del Sole, e non pel medesimo verso, come avete creduto o piú tosto voluto dare a creder voi.

Io, Illustrissimo Signore, dico cosí, perché non mi posso persuadere com'egli avesse avuto a equivocare in cosa tanto manifesta. Oltre che si vede anco, che nel dichiararsi usa certe maniere di dire assai improprie e non consuete, solo per accommodare al suo bisogno quello ch'accommodar non vi si può, perché non è nulla: v. g., ei vede che passando il Sole da H in G, e da G in F, la sua immagine viene da I in E, e da E in D, il qual progresso I E D è un vero e realissimo avvicinarsi e muoversi verso l'occhio A; e perché il bisogno del Sarsi è di poter dir che l'immagine ed il Sole si muovano pel medesimo verso, ei si risolve liberamente a dire che 'l moto del Sole per l'arco H G F sia un avvicinarsi al punto A, e che l'andar verso il vertice sia il medesimo che andar verso il centro. È, di piú, forza ch'ei dissimuli di non s'accorgere d'un altro piú grave assurdo, che gli verrebbe addosso quand'ei volesse sostenere che il simulacro secondasse il movimento dell'oggetto reale; perché, quando questo fusse, bisognerebbe di necessitá che parimente, pel converso, l'oggetto secondasse il simulacro; dal che vegga V. S. Illustrissima quel che ne seguirebbe. Tirisi dal termine del diametro O la linea retta O R, cadente fuor del cerchio e colla B O contenente qualsivoglia angolo, e si prolunghino sino ad essa le D F, E G, I H ne i punti R, Q, P: è manifesto che quando l'oggetto reale si fusse mosso per la linea P Q R, il simulacro sarebbe venuto per la I E D, e perché questo è uno avvicinarsi e muoversi verso l'occhio A, e quel che fa il simulacro lo fa ancora (per detto del Sarsi) l'oggetto, adunque l'oggetto, movendosi dal termine P in R, si è venuto avvici-

nando al punto A; ma egli si è discostato; ecco, dunque, l'assurdo manifesto. Notisi di piú, che quanto il Sarsi va considerando in questo luogo accader tra l'oggetto reale e la sua immagine, è preso come se la materia in cui si deve formare il simulacro resti sempre immobile, e solo si muova l'oggetto; ché quando s'intendesse muoversi detta materia ancora, altre ed altre conseguenze ne seguirebbono circa l'apparenze del simulacro: e però da quel che aggiunge il Sarsi, del non esser ritornata indietro la cometa al ritorno del Sole, non se ne inferirá mai nulla, se prima non si determina dello stato o del movimento della materia in cui la cometa si produsse.

25. Passo al quinto argomento. *(5um argumentum). Præterea, si de apparentium simulacrorum numero cometa fuit, debuit ad certum ac determinatum angulum spectari; quod in iride, area, corona aliisque huiusmodi accidit: meminisse autem hoc loco debet Galilæus, se affirmasse satis amplum cæli spatium huiusmodi vaporibus occupatum: quod si ita est, aio circularem vel circuli segmentum apparere cometam debuisse. Sic enim argumentari libet. Quæcumque sub uno certo ac determinato angulo conspiciuntur, ibi videntur ubi certus ille ac determinatus angulus constituitur; sed pluribus in locis, in circulari linea positis, determinatus hic et certus cometæ angulus constituitur; ergo pluribus in locis, in linea circulari dispositis, cometa videbitur. Maior certissima est, neque ullius probationis indigens. Minorem sic probo. Sit Sol infra horizontem in* I, *locus vaporis fumidi circa* A, *cometa vero ipse se se, v. g., spectandum ostendat in* A, *posito oculo in* D; *occupet autem vapor idem et alias partes circa* A *constitutas, quod Galilæus ultro concedit. Intelligatur iam ducta linea recta per centrum Solis* I *et per centrum visus* D; *ex punctis vero* I *et* D *ad locum cometæ* A *concurrant radii* I A, D A, *constituentes triangulum* I A D: *erit ergo angulus* I A D *ille*

certus et determinatus sub quo ad nos cometæ species remittitur. Concipiamus iam circa axem I D H *triangulum* I A D *moveri; tunc vertex illius* A *describet segmentum circuli, in quo semper radii Solis,* I A *directus et* A D *reflexus, angulum eundem* I A D *efficient: cum autem in hac verticis* A *circumductione multæ ab illo circumfusi vaporis partes attingantur,*

in iis omnibus fiet determinatus ille ac certus angulus, ad quem cometa necessario consequitur: in toto ergo circuli segmento B A C, *quod vaporem attingit, cometa comparebit; eadem prorsus ratione, qua in roridis nubibus irides et coronas fieri contingit aut circulares aut circulorum segmenta. Cum ergo nihil tale in cometa observatum fuerit, non erit proinde in apparentium simulacrorum numero collocandus, cum nulla in re hic illis se similem præbeat.*

Séguita, anzi pur cresce, in me la meraviglia nata dal veder quanto frequentemente il Sarsi vada dissimulando di vedere le cose ch'egli ha dinanzi agli occhi, con speranza forse che la sua dissimulazione abbia negli altri a partorire non una simulata, ma una vera cecitá. Ei vuole nel presente suo argomento provar che quando la cometa fusse una nuda apparenza, ella dovrebbe dimostrarsi in figura di cerchio o di parte di cerchio, perché cosí avviene dell'iride, dell'alone, della corona e dell'altre varie immagini: il che non so com'ei possa affermare, sendosi cento volte ricordata la reflession nel mare dell'immagine solare, e quelle proiezzioni dall'aperture delle nuvole, le quali compariscono strisce dritte e similissime alla cometa. Ma forse ei si persuade che senz'altre avvertenze la dimostrazione ottica, ch'ei n'arreca, concluda nella cometa necessariamente la sua intenzione; del che

però io grandemente dubito, e parmi, s'io non m'inganno, che 'l suo progresso sia mutilo, e che gli manchi una parte principalissima del dato (che sarebbe gran difetto in logica); e questa è la disposizion locale, in relazione all'occhio, della superficie di quella materia nella quale si ha a far la reflessione, la qual disposizione non vien messa in considerazion dal Sarsi: di che non saperei addur piú modesta scusa, che il non l'avere egli avvertito; ché quando ei l'avesse conosciuto, ma dissimulato per mantenere il lettore nell'ignoranza, mi parrebbe mancamento assai piú grave. La considerazion poi di cotal disposizione opera il tutto: imperocché la dimostrazion del Sarsi non concluderá mai, se non quando la superficie del vapore intorno al punto A della sua figura sará opposta all'occhio D direttamente, sí che l'asse I D H caschi perpendicolarmente sopra il piano nel quale essa superficie si distendesse; perché allora, nel girare il triangolo I D A intorno all'asse I H, il punto A anderebbe terminando continuamente in essa superficie e descrivendovi una circonferenza di cerchio: ché quando la superficie detta fusse esposta all'occhio obliquamente, l'angolo A non la toccherebbe se non in un sol punto, e nel girar del triangolo il medesimo angolo A o penetrerebbe oltre ad essa superficie, o non v'arriverebbe. Ed in somma, a voler che la cometa apparisse circolare, bisognerebbe che la superficie dov'ella si genera fusse piana ed esposta direttamente alla linea che passa per li centri dell'occhio e del Sole; la qual constituzione non può mai accadere se non nella diametrale opposizione o vero nella linear congiunzione de' vapori e del Sole: e però l'iride si vede sempre opposta, l'alone o la corona sempre congiunti al Sole, onde appariscono circolari; ma delle comete non so che se ne sien mai vedute né in opposizione né in congiunzione al Sole. Se al Sarsi, nello scrivere la sua dimostrazione, fusse una volta passato per la fantasia di

chiamar quella materia ch'ei si figura intorno al punto A, non vapori, ma acqua del mare, ei si sarebbe accorto che 'l suo argomento avrebbe nel modo stesso e coll'istesse parole concluso che la reflessione nel mare di necessitá si deve distender per linea circolare; dal che poi mercé del senso, che mostra il contrario, avrebbe scoperta la fallacia del suo sillogismo.

26. Or sentiamo l'argomento sesto. *(6um argumentum). Sed placet ex ipsius etiam Galilæi verbis hoc idem confirmare. Ait enim ipse, quod etiam fortasse verissimum est, spectra huiusmodi et vana simulacra eam in parallaxi legem servare, quam servat luminosum illud corpus a quo proveniunt; ita, si qua illorum Lunæ effecta fuerint, hæc parem cum Luna parallaxim pati; quæ vero a Sole fiunt, eamdem cum Sole aspectus diversitatem sortiri. Præterea, dum adversus Aristotelem disputat et argumentum ex parallaxi ductum assumit, hæc habet: « Denique cometam ignem esse, ac sublunarem asserere, omnino impossibile est; cum obstet parallaxis exiguitas, tot insignium astronomorum solertissima inquisitione observata ». Ex quibus ita rem conficio. Auctore Galilæo, quæcumque mere apparentia a Sole producuntur, illam eamdem patiuntur parallaxim quam patitur Sol; sed cometa non passus est eamdem parallaxim quam Sol patitur: ergo cometa non est apparens quid a Sole productum. Si quis autem de minori huius argumenti propositione ambigat, Tychonis observationes cum observationibus aliorum conferat, dum agunt de cometa anni 1577: ipse certe Tycho ex suis observationibus illud tandem deducit, demonstratam nimirum distantiam cometæ a centro Terræ die 13 Novembris fuisse semidiametrorum eiusdem Terræ 211 tantum, cum Sol ab eodem centro ponatur distare semidiametris saltem 1150, Luna vero semidiametris 60. De hoc vero nostro, si quis eas observationes inter se contulerit quas in Disputatione ab*

uno ex Patribus habita edidit in lucem Magister meus, satis illi inde constabit huius propositionis veritas; nam fere semper longe maiorem cometæ parallaxim inveniet, quam Solis. Neque observationes huiusmodi Galilæo suspectæ esse nunc possunt, cum easdem summorum astronomorum opera exquisitissime ad astronomiæ calculos castigatas testatus sit.

Che il Sig. Mario ed io abbiamo mai scritto o detto che i simulacri prodotti dal Sole ritengano la medesima paralasse che quello (come il Sarsi in questo luogo afferma per fondamento del suo sillogismo), è del tutto falso; anzi il Sig. Mario, dopo aver nominati e considerati molti di tali simulacri, soggiugne cosí: « *E avvenga che de' sopranominati simulacri in alcuni la paralasse sia nulla, ed in altri operi molto diversamente da quello ch'ella fa negli oggetti reali* ». Non si trova nella scrittura del Sig. Mario ch'egli affermi, la paralasse esser l'istessa che quella del Sole o della Luna, se non nell'alone; negli altri, ed anco nell'istessa iride, vien posta diversa. Falsa dunque è la prima proposizion del sillogismo. Or veggiamo quanto sia vera la seconda e quanto concludente, posto anco che la paralasse di tutti i simulacri vani dovesse essere eguale a quella del Sole.

Vuole il Sarsi, e coll'autoritá di Ticone e con quella del suo Maestro, provare (e cosí è in obligo di fare) che la paralasse osservata nelle comete sia maggiore di quella del Sole: ma si astiene poi di produrre l'osservazioni particolari di Ticone e di molti altri astronomi di nome, fatte circa la paralasse della cometa; e ciò fa egli perché il lettore non vegga come quelle sono tra di loro differentissime. E qualunque elle si sieno, o sono giuste, o sono errate: se giuste, sí che a loro si debba prestare intera fede, bisogna necessariamente concludere, o che la medesima cometa fusse nell'istesso tempo e sotto il Sole e sopra ed anco nel firmamento, o vero che, per non essere

ella un oggetto fisso e reale, ma vago e vano, non soggiace alle leggi de i fissi e reali: ma se tali osservazioni sono errate, mancano d'autoritá, né per esse si può determinar cosa veruna; e l'istesso Ticone tra tante diversitá andò eleggendo, come se fussero piú certe, quelle che piú servivano alla sua determinazione fatta innanzi, di voler assegnar luogo alla cometa tra il Sole e Venere. Quanto poi all'altre osservazioni prodotte dal suo Maestro, sono tanto fra sé differenti, ch'egli medesimo le determina inette a potere stabilire il luogo della cometa, dicendo quelle esser state fatte con istrumenti non esatti e senza la necessaria considerazion dell'ore e della refrazzione e d'altre circostanze; per lo che egli stesso non obliga altrui a prestargli molta fede, ma si riduce ad una sola osservazione, la quale, non ricercando strumento alcuno, ma potendo colla semplice vista farsi esattissimamente, egli l'antepone a tutte l'altre: e questa fu la puntual congiunzione del capo della cometa con una stella fissa, la qual congiunzione fu vista nel medesimo tempo da luoghi tra di sé molto distanti. Ma, Sig. Sarsi, se cosí è seguito, questo è del tutto contrario al bisogno vostro, poi che di qui si raccoglie, la paralasse essere stata nulla, mentre che voi producete questa autoritá per confermar la vostra proposizione, che dice tal paralasse esser maggiore che quella del Sole. Or vedete come gli stessi autori chiamati da voi testificano contro alla causa vostra.

A quello poi che voi dite, che noi stessi abbiamo confessato, l'osservazioni degli astronomi grandi essere state fatte esattissimamente, vi rispondo che se voi meglio considererete il dove e 'l quando sono state chiamate tali, comprenderete che esatte si potevano dire quando elle fussero state anco assai piú differenti tra di loro di quello che state sono. Furon chiamate esatte e sufficienti a confutar l'opinione di Aristotile, mentr'egli voleva che la cometa fusse oggetto reale e vicinissimo alla Terra. E non sapete

che il vostro Maestro stesso dimostra che il solo intervallo tra Roma ed Anversa in un oggetto reale che fusse anco sopra la suprema region dell'aria, può cagionar paralasse maggiore di 50, di 60, di 100 ed anco di 140 gradi? E se questo è, non si potranno elleno chiamar osservazioni esatte e potenti quelle che, essendo tutte minori d'un grado solo, differiscono tra di loro di pochi minuti?

27. Or legga V. S. Illustrissima l'ultimo argumento. *(7um argumentum). Denique neque illud omittendum, quod vel unum, homini veritatis potius investigandæ quam altercandi cupido, satis id quod agimus persuadere possit. Experimur enim quotidie, ea omnia quibus certa ac stabilis species non est, sed vana colorum ac lucis imagine hominum illudunt oculis, angustissimis vitæ spatiis finiri, brevissimo etiam temporis intervallo varias sese in formas mutare; modo extingui, modo iterum accendi; nunc pallescere, nunc ardentiori luce micare; partes illorum nunc interrumpi, nunc iterum coalescere; nunquam denique eadem diu specie apparere: quæ omnia si cum cometæ stabili motu aspectuque conferantur, ostendent quanta demum inter illum atque huiusmodi vanas imagines morum ac naturæ discordia sit. Quare si nihil plane reperias in quo se illis cometa similem probet, cur non potius nullam cum iisdem naturæ affinitatem aut cognationem habere dixeris? Dixerunt enimvero philosophorum antiquissimi atque optimi, dixerunt recentiorum eruditissimi; unus nunc Galilæs illis repugnat; at Galilæo, nisi fallor, repugnare veritas videtur.*

Il qual argomento egli stima tanto, che gli par ch'esso solo possa esser bastante a persuader l'intento suo: tuttavia io non ci scorgo efficacia che mi persuada, mentr'io considero che, nel produr questi vani simulacri, v'interviene il Sole com'efficiente, e le nuvole e vapori o altre cose come materia; e perché l'efficiente è perpetuo, quando non mancasse dalla materia, e l'iride e l'alone

ed i parelii e tutte l'altre apparenze sarebbono perpetue; la breve, dunque, o lunga durazione dalla stabilitá e posizion della materia si deve attendere. Or qual ragione ci dissuade, poter esser sopra le regioni elementari alcuna materia di piú lunga durazione delle nubi, della caligine, della pioggia cadente in minute stille, o d'altre materie elementari, sí che la reflessione o refrazzion del Sole fatta in quelle ci si mostri piú lungamente dell'iride, de' parelii, dell'alone? Ma senza partirsi da' nostri elementi, l'aurora, ch'è una refrazzion de' raggi solari nella region vaporosa, e le reflessioni nella superficie del mare non son elleno apparenze perpetue, sí che se il riguardante, il Sole, i vapori e la superficie del mare stessero sempre nella medesima disposizione, perpetuamente si vederebbe l'aurora e la striscia splendida nell'acqua? In oltre, dalla minore o maggior durazione poco concludentemente s'inferisce un'essenzial differenza; anzi delle comete stesse, senza cercar altre materie, se ne son vedute alcune durare 90 e piú giorni, ed altre dissolversi il quarto ed anco il terzo. E perché si è osservato, le piú diuturne mostrarsi, anco nel lor primo apparire, assai maggiori dell'altre, chi sa che non ve ne sieno, ed anco frequentemente, di quelle che durino non solamente pochi giorni, ma anco non molte ore, ma che per la lor piccolezza non vengano facilmente osservate? E per concluderla, che nel luogo dove si formano le comete vi sia materia atta nata a conservarsi piú della nuvola e della caligine elementare, l'istesse comete ce n'assicurano, producendosi di materia o in materia non celeste ed eterna, né anco che necessariamente in brevissimi tempi si dissolva, sí che il dubbio resta ancora, se quello che si produce in detta materia sia una pura e semplice reflession di lume, ed in conseguenza uno apparente simulacro, o pure se sia altra cosa fissa e reale. E per tanto niuna cosa conclude l'argomento del Sig. Sarsi, né concluderá,

s'egli prima non dimostra che la materia cometaria non sia atta a reflettere o rifrangere il lume solare, perché, quanto all'esser atta a durar molti giorni, la durazion delle medesime comete ce ne rende piú che certi.

28. Or passiamo alla seconda questione di questo secondo essame.

AN COMETÆ ASPECTUS PER MOTUM RECTUM ET AD TERRAM PERPENDICULAREM EXPLICARI POSSIT.

QUÆSTIO II.

(1um argumentum). Venio nunc ad motum: quem rectum fuisse Galilæus asserit, ego tamen diserte nego. Ea primum ratio hoc mihi persuadet ut faciam, quam ipse solvere vel nescire se vel non audere, ingenue profitetur: illa enim ratio adeo aperta est, adeoque ad hunc motum dissuadendum efficax, ut, cum forte id maxime vellet, dissimulare tamen eam non potuerit. « Si enim (verba eius sunt) solus hic motus cometæ tribuatur, explicari non potest, qui factum sit ut non ad verticem solum magis ac magis accesserit, sed ulterius ad polum usque pervenerit: quare vel præclarum hoc inventum abiiciendum, quod sane haud sciam, vel motus alius addendus, quod non ausim ». Ubi mirandum sane est, hominem apertum ac minime meticulosum repentino adeo timore corripi, ut conceptum sermonem proferre non audeat. Ego vero non is sum, qui divinare norim.

E qui, prima ch'io proceda piú avanti, non posso far ch'io non mi risenta alquanto col Sarsi della non punto meritata imputazione ch'egli m'attribuisce di dissimulatore, essendo cotal nota lontanissima dalla profession mia, la qual è di liberamente confessare, come sempre ho fatto, di ritrovarmi abbagliato e quasi del tutto cieco nel penetrare i secreti di natura, ma ben d'esser desiderosissimo

di conseguir qualche piccola cognizione d'alcuno di essi, alla quale intenzione niun'altra cosa è piú contraria che la finzione o dissimulazione. Il Sig. Mario nella sua scrittura mai non ha finto cosa alcuna, né ha avuto di mestieri di fingerla, poi che, quanto egli di nuovo ha proposto, l'ha portato sempre dubitativamente e conghietturalmente, né ha cercato di fare ad altri tener per certo e sicuro quello ch'egli ed io per dubbio, ed al piú per probabile, abbiamo arrecato ed esposto alla considerazion de' piú intelligenti di noi, per trarne, co 'l loro aiuto, o la confermazione di alcuna conclusion vera, o la totale esclusion delle false. Ma se la scrittura del Sig. Mario è schietta e sincera, ben altrettanto è piena di simulazioni la vostra, Sig. Lottario; poi che, per farvi strada alle oppugnazioni, delle 10 volte le 9 fingete di non intendere quel che ha scritto il Sig. Mario, e dandogli sensi molto lontani dall'intenzion di quello, e spesso aggiungendovi o levandone, preparate ad arbitrio vostro la materia, onde il lettore, prestando fede a quanto voi producete poi in contrario, resti in concetto che noi abbiamo scritte gran semplicitá, e che voi acutamente l'avete scoperte e ributtate: il che sin qui si è da me osservato, e nel restante s'osserverá non meno.

Ma venendo al fatto, qual cagione vi muove a scrivere che noi abbiamo sommamente voluto, ma non potuto dissimulare che movendosi la cometa di semplice moto retto, fusse necessario ch'ella andasse sempre verso il vertice, né da quello declinasse giá mai? Chi ha fatto avvertito voi di tal conseguenza, altri che l'istesso Sig. Mario che la scrive? la quale al sicuro a voi avrebbe egli potuto dissimulare, e voi, per vostra benignitá, avereste dissimulata la sua dissimulazione. Ma che piú? Voi stesso due soli versi di sopra scrivete che io ingenuamente ho confessato di non sapere o non ardir di sciorre cotal ragione da me prodotta, ed accanto accanto sog-

giungete ch'io massimamente avrei voluto dissimularla: e qual contradizzion è questa, che uno ingenuamente porti e scriva e stampi una proposizione, e sia il primo a portarla e scriverla e stamparla, e che voi poi diciate, lui aver grandemente desiderato di dissimularla ed asconderla? Veramente, Sig. Lottario, voi siete molto bisognoso che nel lettore sia una gran semplicitá ed una piccola avvertenza.

Or veggiamo se in questo detto, dove nulla si trova di nostra simulazione, ve ne fusse per sorte di quella del Sarsi. E certo in poche parole ve n'è piú d'una. E prima, per aprirsi il campo a dichiararmi per tanto ignorante geometra che non abbia capito quelle conseguenze che per lor dimostrazione non ricercano maggiore scienza che di alcune poche e tritissime proposizioni del primo libro degli Elementi, egli mi fa dir quello che giá mai non s'è detto né scritto; e mentre noi diciamo, che se la cometa si movesse di moto retto, ci apparirebbe muoversi verso il vertice e zenit, esso vuole che noi abbiamo detto ch'ella, movendosi, dovesse arrivare al vertice e zenit. Qui bisogna che il Sarsi confessi, o di non avere inteso quel che vuol dir *muoversi verso un luogo*, o d'aver voluto con finzione e simulazione attribuirci una falsitá. Il primo non credo che possa essere, perché cosí verrebbe anco a stimare che il dir *navigare verso il polo* e *tirar una pietra verso il cielo* importasse che la nave arrivasse al polo e la pietra in cielo: adunque resta ch'egli, dissimulando d'intender il vero scritto da noi, ci attribuisca il falso per poter poi attribuirci le non meritate note. Di piú, non sinceramente riferisce egli le presenti parole del Sig. Mario anco in un altro particolare; poi che dove quello dice, che o bisogna rimuovere il moto retto attribuito alla cometa, o vero, ritenendolo, aggiungere qualche altra cagione dell'apparente deviazione, il Sarsi di suo arbitrio muta le parole *qualche altra cagione* in *qual-*

ch'altro moto, per poter poi, fuor d'ogni mia intenzione, tirarmi nel moto della Terra, e qui scriver varie girandole e vanitá. Conclude finalmente il Sarsi, non esser di quelli che sanno indovinare; e pure assai frequentemente si getta al voler penetrare gl'interni sensi altrui.

29. Or segua V. S. Illustrissima. *Quæro igitur, an motus hic alius, quo belle explicare omnia posset nec eum proferre audet, vapori huic cometico tribuendus sit, an alii cuipiam, ad cuius postea motum moveri, in speciem tantum, videatur cometa. Non primum, arbitror; hoc enim esset motum illum rectum et perpendicularem destruere: siquidem, si vapor ex Terra, æquatori, v. g., subiecta, motu perpendiculari sursum ascendat, et motu alio idem ipse in septentrionem feratur, motus hic secundus necessario priorem destruet. Quod si nihilominus ad septentrionem moveri, saltem in speciem, videatur, ad alterius alicuius corporis motum id consequi dicendum erit. Certe dum Galilæus ait, eum motum qui addendus esset, causam tantummodo futurum apparentis deviationis cometæ, satis aperte innuit, motum hunc in alio quam in vapore cometico ponendum esse, cum illum apparenter solum ad septentrionem moveri velit. Quod si ita est, non video cuiusnam corporis hic futurus sit motus. Cum enim nulli Galilæo sint cælestes Ptolemæi orbes, nihilque, ex eiusdem Galilæi systemate, in cælo solidi inveniatur, non igitur ad motum eorum orbium, quos nusquam reperiri existimat, cometam moveri putabit.*

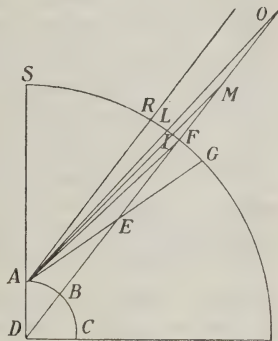
Sed audio hic mihi nescio quem tacite ac timide in aurem insusurrantem Terræ motum. Apage dissonum veritati ac piis auribus asperum verbum. Næ, tu caute id submissa insusurrasti voce. Sed si ita res se haberet, conclamata esset Galilæi opinio, quæ non alii quam huic falso inniteretur fundamento. Si enim Terra non moveatur, motus hic rectus cum observationibus cometæ non congruit; sed Terram certum est, apud Catholicos,

non moveri; erit ergo æque certum, motum hunc rectum cum observationibus cometicis minime concordare, ac propterea ineptum ad rem nostram iudicandum. Neque id ego unquam Galilæo in mentem venisse existimo, quem pium semper ac religiosum novi.

Qui, com'ella vede, si va il Sarsi affaticando per mostrar, niun altro moto che si attribuisca o all'istessa cometa o ad altro corpo mondano, poter esser atto a mantenere il movimento per linea retta introdotto dal Sig. Mario ed a supplire insieme all'apparente deviazion dal vertice: il qual discorso è tutto superfluo e vano, atteso che né il Sig. Mario né io abbiamo mai scritto, la cagion di tal deviazione depender da qualch'altro moto, né di Terra né di cieli né d'altro corpo. Il Sarsi di suo capriccio l'ha introdotto; egli stesso si risponda, né pretenda d'obligar altri a sostener quello che non ha detto, né scritto, né forse pensato, anco per confessione dell'istesso Sarsi, il quale apertamente afferma di non creder che mai mi sia caduto in mente d'introdurre il movimento della Terra per salvar tal deviazione, avendomi egli conosciuto sempre per persona pia e religiosa. Ma s'è cosí, a che proposito l'avete voi nominato, ed a qual fine cercato di mostrarlo inetto a cotal bisogno? Ma è bene che passiamo avanti.

30. Segua, dunque, V. S. Illustrissima di leggere. *Verum, ni fallor, non quilibet cometæ motus Galilæum torsit, coëgitque aliquid aliud præterea excogitare quod proferre vel nesciat vel non audeat; sed is tantum, quo ultra nostrum verticem, seu zenith, propius ad polum accessit. Si igitur ultra verticem cometa progressus non fuisset, nil erat quod de hoc alio motu cogitaret. Hoc enim ipsemet verbis illis innuere videtur, quibus ait, « si nullus alius ponatur motus quam rectus ac perpendicularis, tunc ad nostrum tantum verticem recta cometam ascensurum, non tamen progressurum ulterius ». (2um*

argumentum). Demus igitur, nullum unquam cometam verticem nostrum prætergressum: aio tamen, ne sic quidem eius cursum explicari posse motu hoc recto.

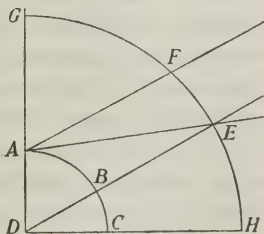
Sit enim Terræ globus A B C, *locus ex quo vapor ascendit sit* B, *oculus vero spectantis in* A, *visusque sit primum cometa, v. g., in* E, *et locus eidem respondens in cælo sit* G; *intelligatur moveri cometa sursum in linea* B O *per partes æquales* E F, F M, M O: *affirmo, quantumvis vapor ille per lineam* D O *ascendat, etiam in omni æternitate nunquam ad verticem nostrum, ne apparenter quidem, perventurum. Ducatur enim linea* A R *ipsi* B O *parallela: nunquam tantus erit cometæ motus apparens, quantus est arcus* G R, *et nunquam radius visualis coincidet cum linea* A R. *Cum enim semper radius visivus concurrere debeat cum recta* B O, *in qua apparet cometa, cumque radius* A R *sit lineæ* B O *parallelus, non poterit cum illa unquam concurrere, ex definitione parallelarum: ergo nunquam radius per quem cometa videtur, poterit ad* R *pervenire; et, consequenter, motus apparens cometæ non solum non perveniet ad nostrum verticem* S, *sed neque ad punctum* R, *quod longissime adhuc a vertice distat. Apparebit enim primo in* G, *secundo in* F, *tertio in* I, *deinde in* L, *etc.; sed nunquam perveniet ad* R.

Torna il Sarsi, come V. S. Illustrissima vede, ad alterar la scrittura del Sig. Mario, volendo pure ch'egli abbia scritto, che il moto perpendicolare alla Terra dovesse condur finalmente la cometa al punto verticale; il che non si trova nel suo libro, ma sí bene che tal moto sarebbe verso il vertice: e ciò fa, per mio parere, il Sarsi

per pigliare occasione di portarci questa geometrica dimostrazione, fabbricata sopra fondamenti non piú profondi della sola intelligenza della diffinizione delle linee parallele; dalla quale azzione alcuno potrebbe dedurre forse una conseguenza non molto insigne pel Sarsi. Imperocché o egli stima questa sua conclusione e dimostrazione per cosa ingegnosa e da persone non vulgari, o vero per una cosuccia da essere anco ritrovata da' fanciulli: s'egli la stima per cosa puerile, poteva ben esser sicuro che né il Sig. Mario ned io siamo costituiti in sí infelice stato di cognizione, che per mancamento di cotal notizia avessimo ad incorrere in errore; ma se ei l'ha per cosa sottile e di momento, io non saperei come non far giudicio ch'ei fusse povero affatto e bisognoso di ritornar sotto la disciplina del Maestro. È vero, dunque, che il moto perpendicolare alla superficie terrestre non arriva mai al vertice (eccetto però che quello che si parte dall'istesso luogo del riguardante, il che forse il Sarsi non ha osservato), ma è anco vero che noi non abbiamo detto mai ch'ei v'arrivi.

31. *(3um argumentum). Præterea, quoniam, ut Galilæus ipse fatetur, cometæ motus in principio velocior visus est, et paulatim postea remitti, videndum est, in qua proportione hæc motus remissio procedere debeat in hac linea recta. Certe, si Galilæi figuram expendamus, quando cometa fuerit in* E, *apparebit in* G; *cum vero, paria percurrens spatia* EF, FM, MO, *motum suum apparentem in punctis* F, I, L *ostendet, videbitur motus eius decrescere decrementis maximis; nam arcus* FI *vix est medietas ipsius* GF, *et* IL *ipsius* FI, *atque ita de reliquis: debuit ergo cometæ motus apparens in eadem proportione decrescere. Sciendum autem est, motum cometæ observatum non in hac proportione decrevisse, immo primis diebus adeo exiguum ipsius decrementum fuisse, ut non facile animadverteretur. Cum enim in suo*

exordio tres circiter gradus quotidie percurreret, diebus iam 20 elapsis vix quicquam de illa priori contentione remisisse visus est. Immo, si in iudicium advocentur cometæ duo Tychonici annorum 1577 et 1585, ex ipsorum motibus apertissime colligemus, quam longe abfuerint ab immani hoc decremento. Si quis iam ex me quærat, quantus tandem futurus sit cometæ motus per lineam hanc rectam ascendentis, respondeo: si cometa tunc primum appareat, cum vapor ex quo producitur non longe abest a Luna, quod valde probabile est, et præterea ponamus locum, ex quo in Terræ globo fumus ille ascendit, distare a nobis gradibus 60, respondeo, inquam, apparentem cometæ motum toto durationis suæ tempore non absoluturum gradum unum et minuta 31.

Sit enim Terræ globus A B C, *Lunæ concavum* G F H, *distans a centro* D *Terræ semidiametris 33, ex Ptolemæo; Tycho enim duplam fere ponit distantiam, quod magis e re mea foret; sitque* A *locus ex quo spectatur cometa,* B *vero locus ex quo vapor ascendit. Dico, cum visus fuerit cometa in* E, *futurum angulum* D E A *gradus 1, minuta 31; ac proinde, si ducatur* A F *parallela ipsi* D E,

erit etiam angulus F A E *gradus 1, minuta 31, cum sit alternus ipsi* D A E *inter easdem parallelas; duæ ergo lineæ* AE, AF *intercipient in firmamento arcum gradus 1, minuta 31. Sed ad lineam* AF, *parallelam ipsi* DE, *nunquam perveniet cometa, ut probavimus superius: ergo nunquam absolvet motum gradus 1, minuta 31. Quod autem angulus* D E A *futurus sit in concavo Lunæ gradus 1, minuta 31, probatur. Quia, cum cognitus sit, ex suppositione, angulus* E D A *graduum 60 in triangulo* A D E,

et præterea latus AD *unius Terræ semidiametri, et latus* DE *semidiametrorum 33; si fiat, ut 34, aggregatum duorum laterum* AD, DE, *ad 32, differentiam eorumdem laterum, ita 173205, tangens dimidii summæ reliquorum duorum angulorum, hoc est tangens anguli graduum 60, ad quartum numerum, invenietur 163016, tangens anguli graduum 58, minutorum 29: qui, detracti ex gradibus 60, hoc est ex dimidio duorum reliquorum angulorum, relinquent angulum* DEA *quæsitum gradus 1, minutorum 31, ex regulis trigonometricis.*

Io credetti dalla precedente dimostrazion del Sarsi, ch'ei potesse essere ch'egli avesse veduto, e forse inteso, il primo libro degli Elementi della geometria; ma quello ch'egli scrive qui mi mette in gran dubbio s'egli abbia prattica veruna sopra le cose matematiche, poi che dalla figura delineata di sua fantasia da se medesimo, ei vuol ritrarre qual sia la proporzion della diminuzion dell'apparente velocitá del moto attribuito dal Sig. Mario alla cometa: dove, prima, egli dimostra di non avere osservato che in tutti i libri de' matematici niun riguardo si ha giá mai delle figure, tutta volta che vi è la scrittura che parla; e che in astronomia, in particolare, si tratterebbe poco meno che dell'impossibile a voler mantenere nelle figure le proporzioni che realmente hanno tra di loro i moti, le distanze e le grandezze degli orbi celesti, le quali proporzioni senza verun pregiudicio della dottrina si alterano sí fattamente, che quel cerchio o quell'angolo che dovrebbe esser mille volte maggiore d'un altro, non si fa né anco due o ver tre. Si veda anco il secondo errore del Sarsi, ch'è ch'ei s'immagina che 'l medesimo movimento debba apparir fatto colle stesse apparenti inegualitá da tutti i luoghi ond'ei venga osservato ed in tutte le distanze o altezze dove il mobile si ritrovi: tuttavia la veritá è, che segnati nel moto retto perpendicolarmente

ascendente molti spazii eguali, i movimenti apparenti, v. g., di quattro parti vicine a Terra importeranno mutazioni in cielo tra di sé molto piú disuguali che quelli di quattro altre parti assai lontane; sí che finalmente in gran lontananza la disugualitá che nelle parti basse era grandissima, nell'altre resterá insensibile. Cosí parimente in altra proporzione appariranno fatti i medesimi ritardamenti se il riguardante sará vicino al principio della linea del moto, che s'egli ne sará lontano. Tuttavia il Sarsi, perché nella figura (pag. 721) trova che gli archi G F, F I, I L, che sono i moti apparenti, decrescono grandemente ed assai piú che non si scorse nel movimento della cometa, si è persuaso che simil moto in conto niuno possa a quella adattarsi; né ha avvertito come cotali decrementi possano apparir meno e meno disuguali, secondo che l'altezza del mobile sará posta maggiore. Egli pur sa che nelle figure né si osserva, né importa nulla il non osservar, le debite proporzioni; della qual notizia egli medesimo ce ne rende certi nella sua seguente figura, (pag. 723), nella quale prova l'angolo D E A esser solamente un grado e mezo, se bene in disegno è piú di gradi 15, ed il semidiametro del concavo lunare D E appena è triplo del semidiametro terrestre D B, il qual tuttavia egli nomina 33 volte maggiore; sí che questo solo era bastante a fargli conoscere quanto grande sia la semplicitá di chi volesse raccor la mente d'un geometra dal misurar colle seste le sue figure. Concludendo dunque dico, Sig. Lottario, che può star benissimo in un istesso moto retto ed uniforme un'apparente diminuzione e grande e mezana e piccola e minima ed insensibile ancora; e se voi vorrete provare che niuna di queste corrisponda al moto della cometa, bisognerá che facciate altra fattura che misurar le dipinture; e v'assicuro che scrivendo voi cose tali, non v'acquisterete l'applauso

d'altri, che di chi, non intendendo né il Sig. Mario né voi, ripon la vittoria nel piú loquace e ch'è l'ultimo a parlare.

Ma sentiamo, Illustrissimo Signore, quello che in ultimo il Sarsi produce. Esso, per mio credere, vuol da questo ch'ei soggiunge, ch'è la piccolezza del moto apparente, provare, il giá piú volte nominato moto retto non competere in verun modo alla cometa (e dico di creder cosí, e non d'esserne sicuro, poi che l'istesso autore, doppo sue dimostrazioni e calcoli, non raccoglie conclusione alcuna): e per ciò fare egli suppone, la cometa nel suo primo apparire esser stata lontana dalla superficie della Terra 32 semidiametri terrestri, e che il riguardante sia situato 60 gradi lontano dal punto della superficie della Terra che perpendicolarmente risponde sotto alla linea del moto d'essa cometa; e fatte tali due supposizioni, dimostra la quantitá del moto apparente potere appena arrivare in cielo a un grado e mezo; e qui finisce, senza applicare il detto a proposito alcuno o raccorne altra conclusione. Ma giá che il Sarsi non l'ha fatto, ne raccorrò io due delle conclusioni: la prima sará quella che l'istesso Sarsi vorrebbe che il semplice lettore n'inferisse da per se stesso, e l'altra quella che per vera conseguenza, e non per inavvertenza di persone semplici, si raccoglie. Ecco la prima: Dunque, o lettore, nel cui orecchio ancora risuona quello che di sopra è stato scritto, cioè che il moto apparente della nostra cometa valicò in cielo molte e molte decine di gradi, fa' tu ora concetto e tieni per sicuro che il moto retto del Sig. Mario in veruna maniera se gli assesta, per lo quale a gran fatica si può valicare un sol grado e mezo. E questa è la conseguenza de' semplici. Ma chi averá fior di logica naturale, congiungendo le premesse del Sarsi colla conclusione da quelle dependente, formerá cotal sillogismo: Posto che

la cometa nel suo apparire fusse stata alta 32 semidiametri terrestri, e che il riguardante fusse gradi 60 lontano dalla linea del suo moto, la quantitá del suo moto apparente non poteva eccedere un grado e mezo; ma egli eccedette molte decine di gradi; (venga ora la conseguenza vera) adunque nel tempo delle prime osservazioni la nostra cometa non era in altezza da Terra di 32 semidiametri, e l'osservator lontano 60 gradi dalla linea del moto di quella. Il che liberamente si conceda al Sarsi, essendo una conclusione che distrugge i suoi medesimi assunti: ben che per un altro rispetto ancora il suo sillogismo resti imperfetto, né punto vaglia contro al Sig. Mario, il qual giá apertamente ha scritto che un semplice moto retto non può bastare a soddisfare all'apparente mutazion della cometa, ma vi bisogna aggiunger qualch'altra cagione della sua deviazione; la qual condizione, tralasciata dal Sarsi, snerva del tutto ogni sua illazione.

Ma noto, di piú, un altro non piccolo errore in logica in questo suo discorso. Vuole il Sarsi, dalla gran mutazion di luogo che fece la cometa provar che 'l moto retto del Sig. Mario non gli poteva competere, perché la mutazione che segue a cotal moto è piccola: e perché la veritá è che a questo moto retto ne possono seguir mutazioni piccole, mediocri ed anco grandissime, secondo che il mobile sará piú alto o piú basso, ed il riguardante piú lontano o meno dalla linea d'esso moto, il Sarsi, senza domandar all'avversario in qual altezza e in qual lontananza ei ponga il mobile e 'l riguardante, ripone l'uno e l'altro in luoghi accommodati al suo bisogno e sconci per quel dell'avversario, e dice: Pongasi che la cometa nel principio fusse alta 32 semidiametri, e l'osservatore lontano 60 gradi. Ma, Sig. Lottario mio, se l'avversario dirá ch'ella non era tanto lontana a molte migliaia di miglia, e l'osservatore parimente assai piú

vicino, che farete voi del vostro sillogismo? che ne concluderete? niente. Bisognava che noi, e non voi, avessimo attribuito alla cometa ed all'osservatore cotali distanze, ed allora ci avreste colle nostre proprie armi trafitti; o se pur volevate trafiggerci colle vostre, dovevate prima necessariamente provare, tali essere state in fatto le lontananze (il che non avete fatto), e non arbitrariamente fingervele, ed clegger delle piú pregiudiciali alla causa dell'avversario. Questo particolare solo mi fa inclinare un poco a credere che possa esser vero quello che sin qui non ho creduto giá mai, cioè che possiate essere stato scolare di quello di chi voi vi fate, avvenga ch'egli ancora caschi, s'io non m'inganno, nell'istessa fallacia, mentre vuol dimostrar falsa l'opinion d'Aristotile e d'altri ch'ánno stimato la cometa esser cosa elementare e dentro alla regione elementare aver sua residenza: a i quali egli oppone, come grandissimo inconveniente, la smisurata mole ch'ella dovrebbe avere, e quanto incredibil cosa sarebbe che dalla Terra potesse esserle somministrato pabulo e nutrimento; per dimostrarla poi una smisuratissima machina, la costituisce, senza licenza degli avversari, nella piú sublime parte della sfera elementare, cioè nell'istessa concavitá dell'orbe lunare, e di quivi, dall'apparirci ella quale la veggiamo, va calcolando la sua mole dover esser poco manco di cinquecento milioni di miglia cubiche (e noti il lettore che lo spazio d'un sol miglio cubo è tanto grande, che capirebbe piú d'un milion di navi, che forse tante non se ne trovano al mondo), machina veramente troppo sconcia e disonesta, e di troppo grande spesa al genere umano, che di quaggiú le avesse a mandar la pietanza per cibarsi e nutrirsi. Ma Aristotile e i suoi aderenti risponderanno: « Padre mio, noi diciamo che la cometa è elementare, e che può esser ch'ella sia lontana dalla terra 50 o 60

miglia e forse manco, e non cento ventun mila settecento e quattro, come, solamente di vostra semplice autoritá, la fate voi; e per tanto il corpo suo non viene ad esser a mille miglia grande quanto voi credete, né insaziabile o impasturabile »; e qui poi non ci è altro da fare per l'oppugnatore se non istringersi nelle spalle e tacere. Quando si ha da convincer l'avversario, bisogna affrontarlo colle sue piú favorevoli, e non colle piú pregiudiciali, asserzioni; altrimenti se gli lascia sempre da ritirarsi in franchigia, lasciando l'inimico come attonito ed insensato, e qual restò Ruggiero allo sparir d'Angelica.

32. Or sentiamo quel che segue: e legga V. S. Illustrissima questo quarto argomento. *(4um argumentum). Iam vero quamvis Terra non moveatur, neque tutum homini pio sit id asserere, si quis tamen scire ex me cupiat, an per motum Terræ possit hic cometæ cursus per rectam lineam explicari, respondeo: si nullus alius in Terra motus concipiatur præter eum quem Copernicus excogitavit, ne sic quidem motu hoc recto salvari cometæ phænomena. Quamvis enim per motum Copernici annuum Sol, ex ipsius sententia, videatur ab æquatore modo in austrum modo in septentrionem flectere (quem tamen ipse immobilem existimat), quilibet tamen horum motuum integro semestri completur, et brevi illo spatio dierum 40, quo ferme cometa comparuit, parum admodum Sol moveri visus est, hoc est per gradus tres, neque multo maior, ex hoc Terræ motu, videri potuit cometæ apparens deviatio; cui etiam si addatur totus ille motus qui ex incessu illo recto apparenter oriretur, nunquam motum cometæ observatum exæquabit.*

Qui egli vuol mostrare che né anco ponendosi il moto della Terra, quale dal Copernico fu assegnato, si potrebbe esplicare e sostenere questo moto per linea retta e quella deviazion del vertice; perché, se bene al moto

della Terra ne conséguita l'apparente declinazione del Sole ora verso austro ora verso borea, tuttavia nello spazio di 40 giorni, ne i quali si osservò la cometa, tal declinazione non importò piú di gradi 3, né molto maggior di tanto poteva apparir quella della cometa; sí che, congiunta questa con quel solo grado e mezo che poteva importar l'altra dependente dal proprio moto retto, tuttavia noi rimagniamo assai lontani da quel moto grandissimo che in lei si vide. Qui, non avendo noi affermato né detto che di tal deviazione apparente ne sia cagione movimento alcuno di qualch'altro corpo, e men di tutti del corpo terrestre, il quale l'istesso Sarsi confessa di sapere che noi reputiamo falso, chiaramente apparisce ch'egli l'ha introdotto di suo capriccio per farsi adito a crescere il suo volume; per lo che niuno obligo cade in noi di risposta per mantenimento di quello che non abbiamo prodotto. Non però voglio restar di dire, ch'io fortemente dubito che il Sarsi non abbia ancora formatasi perfetta idea de' moti attribuiti alla Terra, né delle varie e moltiplici apparenze che da quelli negli altri corpi mondani scorger si dovrebbono; giá che io veggo ch'egli senza niuna differenza di positura, o sotto o fuori dell'eclittica, o dentro o fuori dell'orbe magno, o di meridionale o settentrionale, o di vicino o lontano da essa Terra, stima che qual deviazione apparisce nel corpo solare, collocato nel centro di essa eclittica, debba ancor la medesima, o pochissimo differente, scorgersi in ogn'altro visibile oggetto, in qualsivoglia luogo del mondo collocato; cosa ch'è remotissima dal vero, e non repugna che, mediante la differente postura, quella mutazione che nel Sole apparisce tre gradi, in altro oggetto possa apparire 10, 20, 30. Ed in conclusione, se il movimento attribuito alla Terra, il quale io, come persona pia e cattolica, reputo falsissimo e nullo, s'accommoda al render ragione di

tante e sí diverse apparenze le quali s'osservano ne' corpi celesti; io non m'assicurerò ch'egli, cosí falso, non possa anco ingannevolmente rispondere all'apparenze delle comete, se il Sarsi non discende a piú distinte considerazioni di quelle che sin qui ha prodotte.

33. Legga ora V. S. Illustrissima il quinto argomento. *(5um argumentum). Atque hæc quidem, si omnium, quotquot adhuc fuerunt, cometarum motus æque certus ac regularis fuisset: at si alios etiam in quæstionem vocemus, quorum motus longe diversus ab his fuit, multo clarius ex illis constabit, possit ne cometis motus hic rectus præscribi. Adi igitur Cardanum; hæc apud illum, ex Pontano, leges: « Cometes tenui capite comaque admodum brevi a nobis conspectus est, qui mox, miræ magnitudinis factus, ab ortu in septentrionem cœpit deflectere, nunc citato motu nunc remisso; et quoad Mars Saturnusque regrederentur, ipse aversus, coma progrediente, ferebatur, donec ad Arctos pervenit; unde, cum primum Saturnus et Mars recto cursu pergere cœperunt, in occasum iter flexit tanta celeritate, ut die uno 30 gradus emensus sit; atque ubi ad Arietem et Taurum commeavit, videri desiit ». Præterea apud eumdem, ex Regiomontano, hæc habes: « Idibus Ianuariis anno Domini 1475 visus est nobis cometa sub Libra cum stellis Virginis, cuius caput tardi erat motus donec propinquum esset Spicæ; nunc incedebat per crura Bootis versus eius sinistram, a qua discedendo, die uno naturali, portionem circuli magni graduum 40 descripsit, ubi, cum esset in medio Cancri, maxime distabat ab orbe signorum gradibus 67; et tunc per duos polos zodiaci et æquinoctialis ibat, usque ad intermedia pedum Cephæi, deinde per pectus Cassiopeiæ super Andromedæ ventrem; post, gradiendo per longitudinem Piscis septentrionalis, ubi valde remittebatur motus eius, propinquabat zodiaco, etc. ». Quare*

in principio ac fine tardissimi fuit motus, in medio vero celerrimi, quod motui isti per lineam rectam apertissime repugnat; hic enim semper in principio velocior est, postea sensim remittitur; cui tamen adhuc apertius obstat prior cometa Pontani, in principio tardus, in fine velocissimus. Audi illum in Meteoris ita concinentem:

Nam memini quondam, Icario de sidere lapsum
Squalentem præferre comam, tardoque meatu
Flectere sub gelidum boreæ penetrabilis orbem;
Hinc rursum præferre caput, cursuque secundo
Vertere in occasum, ac laxis insistere habenis;
Donec Agenorei sensit fera cornua Tauri.

In his duobus porro cometis difficilius multo motus ille rectus explicari potest; cum hi, brevissimo temporis spatio, integrum semicirculum maximum motu suo percurrerint, cui motui explicando perexiguo futurus est adiumento quicumque Terræ motus. Neque hoc loco catalogum cometarum variorumque illorum motuum texere mei est instituti: si quis vero eos adeat qui de his egerunt, multa inveniet quæ cum motu hoc recto stare nulla ratione possunt. Satis igitur superque de cometæ substantia ac motu dictum.

Qui col produrre il Sarsi altre varie mutazioni fatte in altre comete e descritte da altri autori, pensa pur di confermare il suo detto. Ma quello che ho scritto di sopra risponde ancora a questo, né altro ci bisogna, se prima, lasciando il Sarsi le troppo larghe generalitá, non viene alle particolari considerazioni de' particolari stati d'esse comete, quanto all'essere alte, basse, australi o boreali, ed apparse ne' tempi de' solstizi o degli equinozzi; condizioni tralasciate da esso, e necessarissime in cotali decisioni, com'egli stesso potrá conoscere qualunque volta con maggiore attenzione si ridurrá a questa speculazione.

34. Passo ora all'ultima questione del presente esame:

AN CAUDÆ CURVITAS EX REFRACTIONE ORIRI POSSIT.

QUÆSTIO III.

Reliqua nunc est cometæ coma seu barba, vel, si mavis, cauda, quæ sua illa curvitate non parum astronomis negotii facessit: in qua tamen explicanda triumphare plane sibi videtur Galilæus. Verum illud primum hoc loco ei suggerere habeo, nihil esse quod novum hunc modum comarum explicandarum sibi adscribat; nihil ipsum sua hac in disputatione protulisse, quod Keplerus multo ante non viderit, et scriptis planissime consignarit: nam dum rationes inquirit, cur cometarum caudæ curvæ aliquando videantur, ait id non ex parallaxi oriri, quod alio etiam loco probat, neque ex refractione, multa in hanc sententiam afferens; ubi tandem ait, hoc phænomenon inter naturæ arcana relinquendum. Hoc igitur præmissum volui, quandoquidem ipse ait, se vidisse neminem qui hac de re scripserit, præter Tychonem. Hoc uno inter se differunt Keplerus et Galilæus, quod hic iis rationibus assentitur, quas non tanti ponderis ille existimavit, ac propterea sub iudice litem relinquendam statuit.

Troppo veramente si dimostra il Sarsi desideroso di spogliarmi, anzi del tutto denudarmi, d'ogni ben che lieve ornamento di gloria: e qui, non contento di scoprire, la ragion prodotta per mia dal Sig. Mario, onde avvenga che la chioma della cometa talora ci apparisca piegarsi in arco, esser falsa e non concludente, aggiunge, in quella non esser da me arrecato niente di nuovo, ma il tutto molto innanzi essere stato scritto e publicato, e poi come falso rifiutato, da Giovanni Kepplero; tal che nell'animo del lettore, qualunque volta egli si fermasse sopra la relazion del Sarsi, io resterei in concetto non solo d'involator delle cose altrui, ma di ladruccio dappoco, che

andasse raggranellando sino alle cose rifiutate. Ma chi sa che anco forse la piccolezza del furto non mi renda piú colpevole, nel concetto del Sarsi, che s'io con maggiore animo mi fussi applicato a prede maggiori? e se per avventura io, in cambio di rubacchiar qualche cosarella, mi fussi con maggior generositá messo alla cerca di libri non cosí noti in queste parti, ed incontratone alcuno di qualche bravo autore avessi tentato di sopprimere il suo nome ed attribuire a me tutta l'opera intera, forse cotal impresa gli saria paruta altrettanto eroica e grande, quanto l'altra pusillanima ed abietta. Ma io non son di tanto cuore, e liberamente confesso la mia codardia. Ma s'io son poveretto e d'ardire e di forze, sono almanco da bene, né voglio, Sig. Lottario, immeritamente restar con questo fregio su 'l viso, ma voglio liberamente scrivere e palesare il vostro mancamento, e non penetrando io da quale affetto possa esser nato, lascerò che voi stesso lo specifichiate poi nella vostra scusa.

Volse giá Ticone assegnar la causa di cotale apparente curvitá, riducendola ad alcune proposizioni dimostrate da Vitellione; ma il Sig. Mario mostrò che quello non aveva comprese le cose scritta da quell'autore, le quali sono remotissime dal servire al proposito di tal piegatura. Soggiunse l'istesso Sig. Mario quella che a sé ed a me era paruta la vera causa e dimostrativa ragione: si leva su il Sarsi, e volendo confutarla e, di piú, manifestarla cosa del Keppler0, cade con Ticone nell'istessa fossa, e si dichiara non avere inteso niente di quello che scrivono il Keppler0 ed il Sig. Mario, o almeno dissimula l'intender l'uno e l'altro, e vuole che ambedue scrivano l'istessa cosa, mentre scrivono cose differentissime. Il Keppler0 vuol render ragione della curvitá come ch'essa chioma sia realmente, e non in apparenza solamente, curva; il Sig. Mario la suppone realmente diritta, e cerca la causa della piegatura apparente. Il Keppler0 la riduce

ad una diversitá di refrazzioni de' raggi stessi solari, fatte nell'istessa materia celeste in cui si forma l'istessa chioma, la qual materia, in quella parte solamente che serve alla produzzion della chioma, in altri ed altri gradi di vicinitá all'istessa stella sia piú e piú densa, sí che, facendo altre ed altre refrazzioni, dal composto finalmente di tutte ne risulti una total refrazzione distesa non direttamente, ma in arco; il Sig. Mario introduce una refrazzione fatta non da' raggi del Sole, ma dalla spezie dell'istessa cometa, non nella materia celeste aderente al capo di quella, ma nella sfera vaporosa che circonda la Terra: sí che l'efficiente, la materia, il luogo ed il modo di queste produzzioni sono diversissimi, né ánno altra communicanza tra di loro questi due autori, che questa sola parola *refrazzione*. Ecco le parole precise del Keplero: *Non refractio potest esse causa inflexionis huius, ni nescio quod monstri confingamus, materiam ætheream certis gradibus propinquitatis ad hoc sydus magis magisque crassam, nec nisi ex una sola parte in quam caudam vergit.* Ah, Sig. Lottario, è possibile che voi vi siate lasciato trasportar tant'oltre dal desiderio d'oscurare il mio nome, qual egli si sia in materia di scienze, che non solo non abbiate avuto riguardo alla reputazion mia, ma né anco a quella di tanti amici vostri? a' quali con fallacie e simulazioni avete cercato di far credere la vostra dottrina ferma e sincera e con tal mezo avete fatto acquisto del loro applauso e delle lor lodi, che adesso, se mai accaderá ch'essi veggano questa mia scrittura e per essa comprendano quante volte ed in quante maniere voi gli avete voluti trattar da troppo semplici, ei si terranno scherniti da voi, e la stima e la grazia vostra negli animi loro muterá stato e condizione. Differentissima è dunque la ragione prodotta e rifiutata poi dal Keplero; il quale, come persona conosciuta da me sempre per non men libera e sincera che intelligente e

dotta, son sicuro che ei confesserebbe, il nostro detto essere in tutto diverso dal suo, e che come il suo meritò il rifiuto, questo merita l'assenso, perché è vero e dimostrativo, ben che il Sarsi s'ingegni di confutarlo.

35. Ma sentiamo la forza delle sue confutazioni. *(1um argumentum). Sed videamus iam, an ex refractione, quod Galilæus asserit, huius caudæ curvitas oriri potuerit. Neque enim eas leges illa servasse videtur, quas eidem ipse præscribit; ut nimirum quoties ad horizontem inclinaretur eidemque fere incederet parallela ac plures verticales intersecaret, tunc solum curvaretur, ubi vero ad verticem nostrum spectaret, illico dirigeretur: nam vix tribus quatuorve diebus suam illam primam curvitatem servavit, idque sive horizonti proxima sive ab eodem remota; postea vero declinare quidem visa est ab ea linea quæ per cometæ caput a Sole recta duceretur, sed nullam curvitatem præ se tulit, cum tamen sæpissime ductus illæ caudæ ad horizontem inclinatus compareret. At si ita se res haberet ut Galilæus asserit, longe rectior videri debuisset in ipso exortu, quam cum altius elevaretur. Sæpissime enim ita ab horizonte ascendit, ut tota in eodem fere verticali existeret; in ascensu vero ipso fiebat ad horizontem inclinatior, et plures verticales intersecabat; ut ex globo ipso cognoscere quivis potest, si observet, exempli gratia, in globo aliquo cælesti locum cometæ et ductum caudæ respondentem diei 20 Decembris. Transibat enim tunc coma inter duas postremas stellas caudæ Ursæ Maioris, ipsum vero cometæ caput distabat ab Arcturo gradibus 25, minutis 54, a Corona vero gradibus 24, minutis 25. Si igitur locus cometæ in globo inveniatur et ductus caudæ describatur, in ipsa globi circumvolutione apparebit cauda, ab horizonte emergens, in uno fere verticali; mox, altius provecta, fiet ferme horizonti parallela: et tamen hæc ne in hac quidem positione curvitatem ullam ostendit.*

Troppo inefficace maniera di confutare una dimostrazion di prospettiva necessariamente concludente è questa del Sarsi, mentr'egli vuole che altri la posponga a sue relazioni, le quali possono essere alterate e francamente accommodate al suo bisogno; e perdonimi il Sarsi se io ho tal sospetto, poi ch'egli stesso dá tanto frequentemente occasione di sospender la credenza delle cose ch'ei produce. E qual fede si deve prestare alle relazioni d'uno circa cose giá passate e che niente di loro piú si ritrova né vede, mentre il medesimo, parlando di cose permanenti, presenti, publiche e stampate, non s'astiene di riferirne delle dieci le nove alterate diversificate ed in somma trasformate in senso contrario? Io torno a dire che la dimostrazione scritta dal Sig. Mario è pura, geometrica, perfetta e necessaria; questa doveva il Sarsi procurar prima d'intendere perfettamente, e poi, non gli parendo concludente, mostrar la sua fallacia o nella falsitá degli assunti o nel progresso della dimostrazione: del che egli non ha fatto niente o pochissimo. La nostra dimostrazione prova che l'oggetto veduto, essendo disteso per linea retta e costituito fuori della sfera vaporosa, vicino ed inclinato all'orizonte, necessariamente si dimostra incurvato all'occhio posto lontano dal centro di essa sfera vaporosa; ma se quello sará eretto all'orizonte o molto sopra quello elevato, del tutto diritto o insensibilmente incurvato ci si rappresenterá. La presente cometa per quei primi giorni che si vide bassa ed inclinata, si vide anco incurvata; fatta poi sublime, restò diritta, e tale si mantenne, perchè sempre s'andò dimostrando in grande elevazione: la cometa del 77, la qual io continuamente vidi, perché sempre si mantenne bassa e molto inclinata, sempre si vide incurvata notabilmente: altre minori, che io ho viste altissime, sempre sono state dirittissime: sí che l'effetto si troverá conformarsi colla

conclusione dimostrata, qualunque volta d'esso si abbiano veridiche relazioni. Ma sentiamo quanto il Sarsi oppone alla nostra dimostrazione, e di quanto momento siano le sue instanze.

36. *(2um argumentum). Præterea non video, qui fieri possit ut adeo secure asseveret Galilæus, vaporosam regionem ipsi Terræ sphærice circumfundi; cum tamen ipse huiusmodi vapores altius alicubi elevari quam alibi, constantissime doceat, dum suam de motu recto sententiam astruere nititur. Immo vero cometas ipsos non aliunde quam ex his ipsis vaporibus, Terræ umbrosum conum prætergressis, formatos dictitat. Quid ergo, si hic, vapor a Terræ superficie tribus absit passuum millibus, ibi vero ultra mille leucas protendatur, an sic etiam sphæræ figuram servabit vaporosa isthæc regio? Certe qui ad hanc diem sphæræ rudimenta tradiderunt, ii mediam aëris partem, quæ maxime vaporibus constat (si quam tamen illa certam figuram servat), sphæroidalem potius seu ovalem esse, quam rotundam, docent, cum in iis partibus, quæ polis subiectæ sunt, vapores minus a Sole solvantur, eleventurque proinde altius, quam in iis quæ æquinoctiali circulo et torridæ zonæ subiacent, ubi a calore finitimi Solis facillime dissolvuntur. Si ergo vaporosa hæc regio sphærica non est, nec æquis ubique intervallis a Terra removetur, neque æqualem in omnibus partibus crassitiem et densitatem servat, caudæ curvitas ex eiusdem regionis rotunditate, quæ nusquam est, existere nunquam poterit.*

Atque hæc de Galilæi sententia, in iis quæ cometam immediate spectant, dicta sint. Plura enim dici vetat ipsemet, qui, in bene longa disputatione, quid sentiret paucis admodum atque involutis verbis exposuit, nobisque plura in illum afferendi locum præclusit. Qui enim refelleremus quæ ipse nec protulit,

neque nos divinare potuimus? Ad reliqua nunc accedamus.

Alla dimostrazione, come V. S. Illustrissima vede, viene opposto dal Sarsi l'essere ella fabbricata sopra un fondamento falso, cioè che la superficie della region vaporosa sia sferica, la quale egli in diverse maniere prova essere altrimenti. E prima, egli dice che noi stessi constantissimamente affermiamo, tali vapori elevarsi piú in un luogo che in un altro. Ma tal proposizione non si trova altrimenti nel libro del Sig. Mario: v'è ben, che in alcun tempo è accaduto che alcuni vapori si innalzino piú del consueto, ma ciò di rado e per brevissimo tempo; onde, per tal rispetto, il dire che la figura della region vaporosa non sia rotonda, è detto arbitrario del Sarsi. Il qual soggiunge, appresso, l'altra falsitá, cioè che noi abbiam detto che la cometa si formi di quelli stessi vapori che, sormontando il cono dell'ombra, formano quella boreale aurora; cosa che non si trova nel libro del Sig. Mario. Aggiunge nel terzo luogo e dice: « Se cotal vapore in un luogo s'elevasse tre miglia, ed in un altro mille leghe, domin'se anco in questo modo riterrebbe la figura sferica? ». Signor no, Sig. Sarsi, e chi dicesse tal cosa sarebbe, per mio avviso, un gran balordo; ma io non trovo niuno che l'abbia mai né detta, né, credo, pur sognata. Nominate voi l'autore. A quello ch'ei mette nel quarto luogo, cioè che quelli che insegnano i primi abbozzamenti della sfera, insegnano la figura di tal region vaporosa esser piú tosto ovale che rotonda, rispondo che il Sarsi non si meravigli s'egli ha saputa questa cosa, ed io no; perché la veritá è che io non ho imparato astronomia da questi maestri delle prime bozze, ma da Tolomeo, il quale non mi sovviene che scriva questa conclusione. Ma finalmente, quando fosse vero e certo, cotal figura essere ovale, e non rotonda. che ne cavereste, Sig. Lottario? niente altro

se non che la chioma della cometa non fusse piegata in arco di cerchio, ma di linea ovale; la qual cosa, senza un minimo pregiudicio della nostra intenzione e del nostro metodo per dimostrar la causa di tale apparente curvatura, io vi posso concedere, ma non giá quello che ne vorreste dedur voi, mentre concludete cosí: « Se dunque questa region vaporosa non è sferica, né per tutto egualmente lontana dalla Terra, né in tutte le parti egualmente grossa (proposizione replicata tre volte con diverse parole, per ispaventare i sempliciotti), la curvitá della chioma non può derivar da cotal rotonditá, la quale non è al mondo ». Non ne segue, dico, in buona logica questa conclusione, ma il piú che ne possa seguire è che tal curvitá non è parte di cerchio, ma di linea ovale: e questo sarebbe il vostro infelice e miserabil guadagno, quando voi poteste aver per sicurissimo, la region vaporosa essere ovata, e non isferica. Se poi in fatto tal piegatura sia in figura d'arco di cerchio, o d'ellisse, o di linea parabolica, o iperbolica, o spirale, o altre, non credo ch'alcuno possa in verun modo determinare, essendo le differenze di cotali inclinazioni, in un arco di due o tre gradi al piú, del tutto impercettibili.

Mi restano da considerare l'ultime parole, dalle quali vo raccogliendo misticamente varie conseguenze e varii sensi interni del Sarsi. E prima, assai apertamente si comprende ch'egli si messe intorno alla scrittura del Sig. Mario non con animo indifferente circa il notarla o lodarla, ma con ferma risoluzione di tassarla ed impugnarla (come notai anco da principio); che però si scusa di non le aver fatto piú numerose opposizioni, dicendo: « E come potev'io confutare le cose ch'ei non ha profferite e ch'io non ho potute indovinare? », se ben la veritá è tutta all'opposito, cioè ch'ei non ha impugnato altre cose, per lo piú, che le non profferite dal Sig. Mario e

ch'egli s'è messo per indovinarle. Dice insieme, che il Sig. Mario ha scritto con parole oscure ed inviluppate, e che in una ben lunga disputazione non si comprende qual sia stato il suo senso. A questo gli rispondo che il Sig. Mario ha avuta diversa intenzione da quella del Maestro del Sarsi. Questo, come si raccoglie dal principio della scrittura del Sarsi, scrisse al vulgo, e per insegnargli con suoi responsi quello che per se stesso non avrebbe potuto penetrare; ma il Sig. Mario scrisse a i piú dotti di noi, e non per insegnare, ma per imparare, e però sempre dubitativamente propose, e non mai magistralmente determinò, ma si rimise alle determinazioni de' piú intelligenti: e se la nostra scrittura pareva cosí oscura al Sarsi, doveva, prima che censurarla, farsela dichiarare, e non mettersi a contradire a quello ch'ei non intendeva, con pericolo di restarne a bocca rotta. Ma s'io devo dir liberamente il mio parere, non credo veramente che il Sarsi trapassi senza impugnare la maggior parte delle cose scritte dal Sig. Mario perch'ei non l'abbia benissimo capite, ma sí bene perché, per l'opposito, elle sien troppo apertamente chiare e vere, e ch'egli abbia stimato miglior consiglio il dire di non l'intendere, che contro a suo gusto prestar loro applauso e lode.

Vengo ora al terzo essame, dove il Sarsi in quattro proposizioni, spezzatamente cavate di piú di 100 che ne sono nel Discorso del Sig. Mario, si sforza di farci apparire poco intelligenti: l'altre tutte, assai piú principali di queste, le chiude egli sotto silenzio, e queste, o con aggiungervi o con levarne o con torcerle in altro senso da quello in che son profferite, le va accommodando al suo dente.

37. Vegga ora V. S. Illustrissima.

EXAMEN TERTIUM

QUARUMDAM GALILÆI PROPOSITIONUM SEORSIM CONSIDERATARUM.

PRIMA PROPOSITIO.

AËR ET EXHALATIO AD MOTUM CÆLI MOVERI NON POSSUNT.

Antequam ad nonnullas Galilæi propositiones accuratius expendendas, quod nunc molior, accedam, illud testatum omnibus velim, nihil hic minus velle me quam pro Aristotelis placitis decertare: sint ne vera an falsa magni illius viri dicta, nil moror in præsentia; illud unum interim ago, ut ostendam, admotas a Galilæo machinas minus firmas ac validas fuisse, ictus irritos cecidisse, atque, ut apertissime dicam, præcipuas propositiones quibus, veluti fundamentis, universa disputationis ipsius moles innititur, nonnullam fortasse veritatis speciem præseferre, illas vero si quis diligentius introspexerit, falsas, ut arbitror, deprehensurum.

Dum igitur in Aristotelis sententiam refutare conatur, illud inter cætera habet, ad cæli lunaris motum circumferri aërem non posse; ex quo postea consequitur, neque per hunc motum accendi, quod inde deducebat Aristoteles. « Cum enim, inquit Galilæus, cælestibus corporibus figura perfectissima debeatur, dicendum erit, concavam huius cæli superficiem sphæricam esse ac politam, nullamque admittere asperitatem: politis autem lævibusque corporibus neque aër neque ignis adhærescit; quare hæc neque ad motum illorum movebuntur ». Quæ omnia probat argumento ab experientia ducto. « Si enim, inquit, circa suum centrum circumagatur vas aliquod hemisphæricum, politum ac nullius asperitatis, inclusus aër ad eius motum non movebitur; quod persuadet

accensa candela internæ superficiei vasis proxime admota, cuius flamma nullam in partem ad vasis motum se se convertet; at si aër ad motum vasis raperetur, secum etiam flammam illam traheret ». Hactenus Galilæus. In his porro quædam reperias quæ tamquam certa assumuntur, et certa non sunt; alia vero quæ etiam pro certis habentur, et falsa comprobantur.

(1um argumentum). Primum enim, dictum illud quo asserit, concavo lunari sphæricam et politam figuram deberi, si quis negarit, qua via quave ratione contrarium evincet? Nam si lævitas atque rotunditas cælestibus corporibus debetur, ideo debetur maxime, ne eorumdem motus impediatur. Si enim superficies secundum quas sese contingunt orbes illi, asperitatem aliquam admitterent, asperitas hæc procul dubio remoraretur eorum motum. Præterea, extima summi cæli superficies ideo rotunditatem requirit, ex Aristotele, ne si forte angulis constet, ad eius motum vacuum existat. Hæc autem omnia nullam prorsus vim habent in re nostra. Si enim concava hæc lunaris cæli superficies nec rotunda nec lævis sit, sed aspera et tuberosa, nihil absurdi consequitur, cum eius motui obsistere non possit corpus illi proximum, sive aër sive ignis sit, neque vacuum ullum sequatur, succedente semper uno corpore in alterius locum. Præterea, si hæc asperitas admittatur, longe melius servatur *corporum omnium mobilium nexus: sic enim* ad motum *cæli moventur superiora elementa, ex quorum motu multa gigni, multa destrui, quotidie videmus. Verum, dum Galilæus nobilissimis corporibus rotundam figuram deberi asserit, numquid homines, cælo longe nobiliores, idcirco teretes atque rotundos optabit? Quos tamen quadratos, ex sapientum oraculis, malumus. Dixerim igitur potius, eam cuique figuram tribuendam, quæ ad eiusdem finem consequendum sit aptissima. Ex quo non immerito aliquis sic inferat: Cum ergo Lunæ con-*

cavum inferiora hæc sublimioribus illis orbibus nectere quodammodo ac colligare debeat, asperum potius ac tenax, quam politum ac læve, fabricandum fuit.

Qui, senza passar piú oltre, si ritrovano le solite arti del Sarsi. E prima, non si trova nella scrittura del Sig. Mario che noi abbiamo detto mai che a i corpi lisci e puliti né l'aria né il fuoco aderiscano e s'attacchino: il Sarsi ci impone questo falso di suo capriccio, per farsi strada a poter dir, poco di sotto, di certa piastra di vetro. Di piú, finge il Sarsi di non s'accorgere che il dir noi che 'l concavo della Luna sia di superficie perfettissimamente sferica tersa e pulita, non è perché tale sia la nostra opinione, ma perché cosí vuole Aristotile ed i suoi seguaci, contro al quale noi argomentiamo *ad hominem*: e fingendo di trovar nel libro del Sig. Mario quello che non v'è, simula di non vedere quello che piú volte e molto apertamente v'è scritto, cioè che noi non ammettiamo quella sin qui ricevuta moltiplicitá d'orbi solidi, ma che stimiamo diffondersi per gl'immensi campi dell'universo una sottilissima sostanza eterea, per la quale i corpi solidi mondani vadano con lor proprii movimenti vagando. Ma che dico? pur ora mi sovviene ch'egli aveva ciò veduto e notato di sopra, a car. 34, dov'egli scrive: *Cum enim nulli Galilæo sint cælestes Ptolemæi orbes, nihilque, ex eiusdem Galilæi systemate, in cœlo solidi inveniatur.* Qui, Sig. Sarsi, non potete voi mai nasconder di non avere internamente compreso, che il dir noi che il concavo lunare è perfettamente sferico e liscio, sia detto non perché tale lo crediamo, ma perché tale lo stimò Aristotile, contro al quale *ad hominem* noi disputiamo; perché se voi creduto aveste, ciò essere stato detto di propria nostra sentenza, non ci avereste mai perdonata una tanta contradizzione, di negare in tutto le distinzioni degli orbi e la soliditá, e poi ammettere l'una e l'altra: errore di molto maggior considerazione, che tutte

l'altre vostre note prese insieme. Vanissimo, dunque, è tutto il restante del vostro progresso, dove voi v'andate ingegnando di provare, il concavo lunare dover piú tosto esser sinuoso ed aspro, che liscio e terso: è, dico, vano, né m'obliga a veruna risposta. Tuttavia voglio che (come dice il gran Poeta)

Tra noi per gentilezza si contenda,

e considerar quanta sia l'energia delle vostre prove.

Voi dite, Sig. Sarsi: « Se alcuno negasse che la concava superficie lunare sia liscia e tersa, in qual modo o con qual ragione si proverebbe in contrario? ». Soggiungete poi, come per prova prodotta dall'avversario, un discorso fabbricato a vostro modo e di facile discioglimento. Ma se l'avversario vi rispondesse, e dicesse: « Sig. Lottario, posto che gli orbi celesti sieno di materia solida e distinta da quella che dentro al concavo lunare è contenuta, vi dico asseverantemente, doversi di necessitá dire, tal superficie concava esser pulita e tersa piú di qualsivoglia specchio: imperocché quando ella fusse sinuosa, le refrazzioni delle specie visibili delle stelle, nel venire a noi, farebbono continuamente un'infinitá di stravaganze, come accade a punto nel riguardar noi gli oggetti esterni per una finestra vetriata, nella quale sieno vetri altri spianati e puliti, ed altri non lavorati; ché, o perché gli oggetti si muovano, o perché noi moviamo la vista, le specie loro mentre passano per li vetri ben lisci niuna alterazione ricevono, né quanto al sito né quanto alla figura, ma nel passar per li vetri non lavorati non si può dir quali e quanto stravaganti sieno le mutazioni; e cosí appunto quando il concavo lunare fosse sinuoso, mirabil cosa sarebbe il veder con quante trasformazioni di figure, di movimenti e di situazioni le stelle erranti e fisse di momento in momento ci si mostrerebbono, secondo che or per una or per un'altra parte

del sottoposto orbe lunare passassero a noi le loro specie; ma niuna cotal difformitá si scorge; adunque il concavo è tersissimo »; a questo che direte, Sig. Sarsi? Bisogna che v'affatichiate in persuader che tal discorso non vi giunga nuovo, e che l'avete trapassato come superfluo, e finalmente che non sia mio, ma d'altri, e giá dismesso come rancido e muffo, e ch'in ultimo l'atterriate. Sia, dunque, questa la mia ragione per provare, il concavo lunare esser liscio, e non sinuoso. Sentiamo ora quella che producete voi per prova del contrario, e ricordiamoci che noi siamo in contesa degli elementi superiori, se sieno rapiti in giro dal moto celeste o no (ché tal è il vostro titolo della conclusione che voi impugnate, cioè: *Aër et exhalatio ad motum cæli moveri non possunt*), e ch'io ho detto di no, perché il concavo lunare è liscio, e questo ho provato per l'uniformitá delle refrazzioni. Voi, provando il contrario, scrivete cosí: « Se si pone il concavo sinuoso, molto meglio si conserva la connession di tutti i corpi mobili, perché cosí al moto del cielo si muovono gli elementi superiori ». Ma, Sig. Lottario, questo è quell'errore che i logici chiamorno petizion di principio, mentre che voi pigliate per conceduto quello ch'è in questione e ch'io di giá nego, cioè che gli elementi superiori si muovano. Noi abbiam quattro conclusioni, due mie e due vostre. Le mie sono: « Il concavo è liscio », e questa è la prima; la seconda è: « Però gli elementi non son rapiti ». Che il concavo sia liscio, lo provo per le refrazzioni delle stelle, e concludo benissimo. Le vostre sono, prima: « Il concavo è aspro »; seconda: « Però rapisce gli elementi ». Provate poi che il concavo sia aspro perché cosí, al moto di quello, vengon rapiti gli elementi, e lasciate l'avversario nel medesimo stato di prima, senza niun vostro guadagno, il qual né piú né meno persisterá in dire che il concavo non è aspro né rapisce gli elementi. Bisognava dunque, per isfuggire il circolo, che voi

aveste provata l'una delle due conclusioni per altro mezo. Né mi diciate, avere a bastanza provata l'inegualitá di superficie mentre dite che cosí meglio si collegano le cose inferiori colle superiori, perché per connetterle basta il semplice toccamento, e voi stesso piú a basso ammettete l'istessa aderenza ed unione quando bene il concavo sia liscio, e non aspro, tal che frivolissima resterebbe cotal prova. Né di piú forza sarebbe l'altra, quando per avventura voi pretendeste d'aver provato il ratto degli elementi superiori perché per cotal moto si fanno quaggiú le generazioni e le corruzzioni, e forse perché per esso viene spinto a basso il fuoco e l'aria superiore, che son pur fantasie fondate appunto in aria; e tardi ci riscalderemmo se avessimo aspettare l'espulsione del fuoco verso la Terra e massime che voi stesso adesso adesso direte ch'ei fa forza all'in su, e che però spinge, e, spingendo, aggrava in certo modo e piú saldamente aderisce alla celeste superficie: pensieri e discorsi appunto fanciulleschi, che or vogliono ed or rifiutano le medesime cose, secondo che la sua puerile inconstanza loro detta.

38. Ma sentiamo con quali altri mezi nel seguente secondo argomento e' provi l'istessa conclusione. *(2um argumentum). Sed quid ego adversus Galilæum argumenta aliunde conquiro, quando ea ipse mihi abunde suppeditat? Nihil apud illum verius, quam Lunam non asperam modo esse, sed, alterius Telluris in modum, Alpes suas, Olympum, Caucasum suum habere, in valles deprimi, in campos latissimos extendi, Lunæ certe montes in Luna desiderari non posse. An non cæleste corpus ac nobilissimum est Luna? Numquid non longe nobilius quam cælum ipsum, quo veluti curru vehitur, quod veluti domum inhabitat? Cur igitur Luna tornata non est, sed aspera ac tuberosa? Stellæ ipsæ an non, Galilæo teste, figura varia atque angulari constant? Quid autem inter sublimes substantias nobilius? Addo etiam, ne Solem*

quidem, si aspectui credas, hanc adeo nobilem figuram sortitum; dum in illo faculæ quædam conspiciuntur reliquis longe partibus clariores, quæ vel asperum, vel non æque undique lumine perfusum, eumdem ostendunt. Quare si nihil hæc Galilæi ratio persuadet, licetque in concavo lunari asperitatem admittere, nemo, arbitror, negabit, ad eius motum ferri exhalationes atque aërem posse. Asperitatem autem hanc admittendam non esse, non facile probabit Galilæus. Illud hoc loco omittendum non est, quod in Epistola 3 ad Marcum Velserum ipse habet, hoc est, solares maculas fumidos vapores esse, ad motum solaris corporis circumductos. Vel igitur solare corpus politum est ac læve, et non poterit huiusmodi vapores circumferre: vel asperum est et tuberosum, atque ita nobilissimum inter cælestia corpora neque sphæricum est nec politum. Præterea, in Epistola 2 ad eumdem Marcum ait: « Solem circa suum centrum ad ambientis motum rotari; corpus autem ambiens ipso etiam aëre longe tenuius esse debet ». Quare, si corpus solare solidum ad motum circumfusi corporis rarissimi et tenuissimi movetur, non video cur postea cælum ipsum solidum motu suo secum rapere non possit corpus inclusum quamvis tenuissimum, quale est sphæra elementaris.

E prima che piú avanti io proceda, torno a replicare al Sarsi, che non son io che voglia che il cielo, come corpo nobilissimo, abbia ancora figura nobilissima, qual è la sferica perfetta, ma l'istesso Aristotile, contro al quale si argomenta dal Sig. Mario *ad hominem*: ed io, quanto a me, non avendo mai lette le croniche e le nobiltá particolari delle figure, non so quali di esse sieno piú o men nobili, piú o men perfette; ma credo che tutte sieno antiche e nobili a un modo, o, per dir meglio, che quanto a loro non sieno né nobili e perfette, né ignobili ed imperfette, se non in quanto per murare credo che le quadre sien piú perfette che le sferiche, ma per ruzzolare o

condurre i carri stimo piú perfette le tonde che le triangolari. Ma tornando al Sarsi, egli dice che da me gli vengon abbondantemente somministrati argomenti per provar l'asprezza della concava superficie del cielo, perché io stesso voglio che la Luna e gli altri pianeti (corpi pur essi ancor celesti ed assai piú dell'istesso cielo nobili e perfetti) sieno di superficie montuosa, aspra ed ineguale; e se questo è, perché non si deve dire tale inegualitá ritrovarsi ancora nella figura celeste? Qui può l'istesso Sarsi metter per risposta quello ch'ei risponderebbe ad uno che gli volesse provare che il mare dovrebbe esser tutto pieno di lische e di squamme, perché tali sono le balene, i tonni e gli altri pesci che l'abitano.

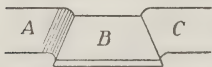
All'interrogazione, ch'egli mi fa, per qual cagione la Luna non è liscia e tersa, io gli rispondo che la Luna e gli altri pianeti tutti, che, essendo per se stessi tenebrosi, risplendono solamente per l'illuminazione del Sole, fu necessario che fussero di superficie scabrosa, perché, quando fussero di superficie liscia e tersa come uno specchio, niuna reflession di lume arriverebbe a noi, essi ci resterebbon del tutto invisibili, ed in conseguenza del tutto nulle resterebbon l'azzioni loro verso la Terra e scambievolmente tra di loro, ed in somma, essendo ciascheduno anco per se stesso come nulla, per gli altri sarebbon del tutto come se non fussero al mondo. All'incontro poi, quasi altrettanto disordine seguirebbe quando i cieli fussero d'una sostanza solida e terminata da una superficie non perfettissimamente pulita e tersa: imperocché (come di sopra ho pur detto), mediante le refrazzioni continuamente perturbate in cotal sinuosa superficie, né i movimenti de i pianeti, né le lor figure, né le proiezzioni de' lor raggi verso noi, ed in conseguenza gli aspetti loro, altrimenti che confusissimi e disregolati non si ritroverebbono. Eccovi, Sig. Sarsi, un'efficace ragione in risposta del vostro quesito; in premio della quale cancellate di

grazia dalla vostra scrittura quelle parole dove voi dite che io ho scritto in molti luoghi che le stelle son di figure varie e angolari, ché sapete bene in coscienza che questa è una bugia e ch'io non ho mai scritta cotal proposizione; ed il piú che voi potete avere inteso o letto, è che le stelle fisse sono di lume cosí vivo e folgorante, che il lor piccolo corpicello non si può scorgere distinto e circolato tra cosí splendenti raggi.

Quanto poi a quello che il Sarsi scrive nel fine, del Sole e delle fumositá che in esso si generano e dissolvono e del suo ambiente, io non ho mai risolutamente parlato se questo al moto di quello o pur quello al moto di questo si raggirino, perché non lo so, e potrebbe essere anco che né l'ambiente né il corpo solare fusser rapiti, ma che d'ambedue fusse egualmente naturale quella conversione, per la quale son ben sicuro, perché lo veggo, ch'esse macchie si raggirano in quattro settimane in circa. Ma quando di ciò s'avesse anco perfetta scienza, non veggo quale utilitá ne arrecasse alla presente contesa, dove solamente *ad hominem* ed argumentando *ex suppositione,* e fatte anco supposizioni sicuramente false, in materie diversissime dal Sole e suo ambiente, si cerca se il concavo lunare, duro e liscio, che tale non è al mondo, girandosi (che pur è un'altra falsitá), rapisce seco il fuoco, che forse anch'esso non v'è. Aggiungasi l'altra dissimilitudine grandissima, la quale il Sarsi dice di non saper vedere, anzi la stima una identitá, e che egualmente e coll'istessa naturalezza e facilitá possa esser ch'un corpo fluido contenuto dentro la concavitá d'un solido sferico, il quale si volga in giro, venga da quello rapito, come se il contenuto fusse una sfera solida e l'ambiente un liquido; ch'è quasi l'istesso che se altri credesse, che sí come al moto del fiume vien portata e rapita la nave, cosí al moto della nave dovesse esser rapita l'acqua di uno stagno, il che è falsissimo: perché,

prima, quanto all'esperienza, noi veggiamo la nave, ed anco mille navi che riempissero tutto il fiume, esser mosse al moto di quello, ma all'incontro il corso d'una nave spinta da qualsivoglia velocitá non vien seguito da una minima particella d'acqua: la ragion poi di questo non dovrebbe esser molto recondita; imperocché non si può far forza alla superficie della nave, che non si faccia similmente a tutta la macchina, le cui parti, essendo solide, cioè saldamente attaccate insieme, non si possono separare o distrarre, sí che alcune cedano all'impeto dell'ambiente esterno, e l'altre no; il che non avvien cosí dell'acqua o di altro fluido, le cui parti, non avendo in sé tenacitá o aderenza appena sensibile, facilissimamente si separano e distraggono, sí che quel sol velo sottilissimo d'acqua che tocca il corpo della nave vien per avventura forzato ad ubidire al moto di quella, ma l'altre parti piú remote, abbandonando le piú propinque, e queste le contigue, in piccolissima lontananza dalla superficie si liberano del tutto dalla sua forza ed imperio. Aggiungesi a questo, che l'impeto e la mobilitá impressa, assai piú lungamente e gagliardamente si conserva ne i corpi solidi e gravi, che ne i fluidi e leggieri: e cosí veggiamo in un gran peso pendente da una corda, per molte ore conservarsi l'impeto e moto communicatogli una volta sola; ed all'incontro, sia quanto si voglia agitata l'aria rinchiusa in una stanza, non prima cessa l'impeto di quel che la commoveva, ch'ella totalmente si quieta, né ritien punto l'agitazione. Quando, dunque, l'ambiente e movente è liquido, e fa forza in un contenuto solido, corpulento e grave, va imprimendo la mobilitá in un soggetto atto nato a ritenerla e conservarla lungo tempo; per lo che il secondo impulso sopravenente trova il moto impresso di giá dal primo, il terzo impulso trova l'impeto conferito dal primo e dal secondo, il quarto sopragiunge alle operazioni del primo, secondo e terzo, e cosí di mano in

mano, onde il moto nel mobile vien non pur conservato, ma augumentato ancora: ma quando il mobile sia liquido, sottile e leggiero ed in conseguenza impotente a conservare il movimento impresso, e che tanto è quello che s'imprime quanto quello che si perde, il volergli imprimer velocitá è opera vana, qual sarebbe il volere empier il crivello delle Belide, che tanto versa quanto vi si rinfonde. Or eccovi, Sig. Lottario, mostrato somma diversitá ritrovarsi tra queste due operazioni, che a voi parevano una cosa medesima.

39. Passiamo ora al terzo argomento. *(3um argumentum). Sed demus Galilæo, orbis huius interiorem superficiem tornatam ac lævem esse: nego, lævibus corporibus aërem non adhærescere. Lamina certe vitrea* B *aquæ*

imposita, quamvis lævissima sit, non minus quam si foret alterius asperioris materiæ natabit, adhærensque illi aër aquam A C, *circa vitrum per vim sese attollentem, continebit, ne diffluat et laminam obruat. Cur igitur inde non abscedit aër, dum descendentis aquæ pondere e vitrea lamina truditur, sed hæret illi mordicus, nec, nisi maiori vi pulsus, loco cedit? Præterea, si quis, lapideam forte tabulam politissimam nactus, corpus aliud grave æque politum eidem imposuerit, postea vero subiectam tabulam huc illuc trahat, impositum æque corpus quo voluerit trahet; et tamen si pondus quo corpus illud tabulæ innititur auferas, id huic non adhærebit. Tota igitur ratio quæ ad tabulæ motum corpus etiam impositum moveri cogit, ex illa compressione oritur, qua grave illud tabulam subiectam premit. Iam, sicuti ex eo quod alterum horum corporum ab altero premitur, ad eius motum hoc etiam moveri necesse est, ita assero, concavum Lunæ quodammodo premi ab aëre sive exhalationibus inclusis, si quando eas rarefieri contigerit, quod semper contingit: dum enim rarefiunt, prioris loci angustiis contemptis,*

ampliori extenduntur spatio, atque ambientium corporum, ac proinde cæli ipsius, partes omnes, si qua obstent rarefactioni, quantum in ipsis est, premunt; ac propterea non mirum, si ex compressione adhæsio aliqua consequatur, quæ duo hæc corpora veluti connectat et colliget, ita ut ad eumdem postea motum utrumque moveatur.

Continua il Sarsi in questa sua fantasia, di voler pur ch'io abbia detto che l'aria non aderisca a i corpi lisci e tersi: cosa che non si trova scritta né da me né dal Sig. Mario. In oltre, io non ben capisco che cosa intenda egli per questa sua aderenza. S'egli intende una copula che resista al separarsi del tutto e spiccarsi l'una dall'altra superficie, sí che piú non si tocchino, io dico tal aderenza esservi, ed esservi grandissima, sí che la superficie, v. g., dell'acqua non si staccherá da quella d'una falda di rame o di altra materia se non con un'immensa violenza, né in questo caso importa se tal superficie sia o non sia pulita e liscia, e basta solo un esquisito contatto; il qual tien tanto saldamente uniti i corpi, che forse le parti de' corpi solidi e duri non ánno altro glutine di questo, che le tenga attaccate insieme: ma questa aderenza non serve punto al bisogno del Sarsi. Ma s'egli intende una congiunzion tale, che le due superficie, dico quella del solido e quella dell'umido, non possano, né anco strisciandosi insieme, muoversi l'una contro all'altra, che sarebbe secondo il bisogno suo, dico cotale aderenza non v'essere non solo tra un solido e un liquido, ma né anco tra due solidi: e cosí vederemo in due marmi ben piani e lisci la prima aderenza esser tanta, che alzandone uno, l'altro lo segue, ma la seconda esser cosí debole, che se le superficie toccantisi non saranno ben bene equidistanti all'orizonte, ma un sol capello inclinate, subito il marmo inferiore sdrucciolerá verso la parte inclinata; ed in somma al muover l'una superficie sopra l'altra non si troverá resistenza, ben che grandissima si senta nel vo-

lerle staccare e separare. E cosí il toccamento dell'acqua colla barca ben che facesse grandissima resistenza a chi volesse staccare e separar l'una dall'altra superficie, nondimeno minima è la resistenza che si sente nel muoversi l'una superficie sopra l'altra, fregandosi insieme; e come di sopra ho detto ancora, la nave mossa velocissimamente non conduce seco altro che quel velo d'acqua che la tocca, anzi forse di questo ancora si va ella continuamente spogliando e rivestendone altro ed altro successivamente: e so che il Sarsi mi concederá, che ponendosi in mare una nave bagnata con vino o con inchiostro, ella non averá a pena solcate l'onde per mezo miglio, che non gli resterá piú vestigio del primo licore che la circondava; il che si può creder con gran ragione che accaggia parimente dell'acqua che la tocca, cioè che continuamente si vada mutando: e senz'altro, il sevo con che ella si spalma, ancor che assai tenacemente vi sia attaccato, pure in breve tempo vien portato via dall'acqua che nel suo corso le va strisciando sopra; il che non avverrebbe se l'acqua che tocca la nave restasse l'istessa continuamente senza mutarsi.

Quanto alla piastra di vetro che resta a galla tra gli arginetti dell'acqua, io dico che detti arginetti non si sostengono perché l'aderenza dell'aria colla piastra non lasci scorrer l'acqua sopra la piastra; perché se questo fusse, dovrebbe seguir l'istesso quando si ponesse nell'acqua la medesima falda alquanto umida, ché non è credibile che l'aria aderisca meno a una superficie umida che a una asciutta; tuttavia noi veggiamo che quando la piastra è umida, non si formano argini, ma subito scorre l'acqua. Del sostenersi, dunque, detti argini altra ne è la cagione che l'aderenza dell'aria alla superficie d'essa falda: e noi veggiamo frequentissimamente gran pezzi d'acqua sostenersi in particolare sopra le foglie de i cavoli e d'altre erbe ancora, in figure colme e rilevate, in

maggiore altezza assai che quella degli arginetti che circondano la falda notante.

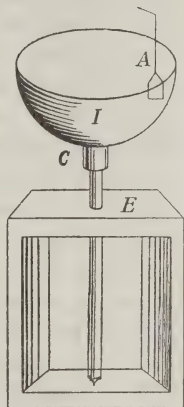
All'ultima prova, dov'ei vuole che il premere o aggravare, senz'altra aderenza, sia mezo bastante a far ch'un corpo segua l'altro, com'egli essemplifica di due tavole di pietra ben liscie poste l'una sopra l'altra, delle quali la superiore e premente segue il moto dell'inferiore che venga tirata verso qualche parte, io concedo l'esperienza, ma non veggo ch'ella abbia che far nel caso nostro: prima, perché noi trattiamo d'un corpo liquido e sottile, le cui parti non ánno tal connessione insieme, che al moto d'una si debba muovere il tutto, come accade in un corpo solido; secondariamente, il Sarsi troppo languidamente prova che 'l fuoco, l'aria e l'essalazioni contenute dentro al concavo lunare facciano impeto e gravino sopra la superficie d'esso concavo, mentr'egli introduce, come causa di questa compressione, una continua rarefazzion d'esse sostanze, le quali dilatandosi, e perciò ricercando sempre spazii maggiori, fanno forza contro al lor contenente e cosí vengono in certo modo ad attaccarsegli, sí che poi seguono il movimento suo. Languidissimo veramente è cotal discorso, perché dove il Sarsi risolutamente afferma che le sostanze contenute si vanno continuamente rarefacendo e dilatando, l'avversario con non minor ragione (dico *non minore,* perché il Sarsi non ne adduce niuna) dirá ch'elle si vanno continuamente condensando e ristringendo. Ma dato anco ch'elle si vadano pur continuamente rarefacendo e che per tale rarefazzione nasca l'attaccamento al concavo e finalmente il rapimento, si può credere che cento e mille anni fa, quando la rarefazzione non era a gran segno al termine d'oggidí (ché cosí bisogna in dottrina del Sarsi), il rapimento non ci fusse, mancando la causa del farsi. Anzi niuna ragione mi può ritenere ch'io non dica al Sarsi che questa sua rarefazzione, che continuamente si va facendo, non è an-

cora giunta a grado di far violenza e premer sopra il concavo della Luna, ma che ben potrebbe giungervi tra due o tre anni; al qual tempo io concedo che la sfera degli elementi superiori comincerá a muoversi, ma in tanto conceda esso a me che sino al dí d'oggi non si sia mossa. Io non vorrei che il Sarsi, se per avventura sentisse queste ed altre simili risposte veramente ridicole, si mettesse a ridere, poi ch'egli è che ne dá occasione di produrle tali col lasciarsi scappar dalla mente, e poi dalla penna, che alcune sostanze materiali si vadano rarefacendo e dilatando in perpetuo. Ma io voglio aiutare il medesimo Sarsi ed insegnarli un punto nella causa sua, dicendogli che questa rarefazzione eterna e pressione contro al concavo della Luna è superflua, tuttavolta ch'ei possa mostrar che l'aria vien rapita dal catino, sopra il quale ella non preme e non grava punto, essendo egli posto nella medesima region dell'aria.

40. *(4um argumentum). Sed videamus nunc quam verum sit experimentum illud, cui maxime Galilæi sententia innititur. « Si catinum, inquit, circa centrum axemque suum moveatur, aër inclusus minime sequax, sed restitans, nulla sui parte circumagetur ». Audieram iam olim a nonnullis, qui Galilæo familiariter usi fuerant, idem illum affirmare solitum de aqua eodem catino contenta; videlicet, ne illam quidem ad vasis motum circumferri. Argumento erat, quia si consistenti in eo aquæ leve aliquod corpus et natans, festucam scilicet aliquam aut calamum, imposuisses, superficiei catini proximum, mox, cum vas ipsum circumduceretur, eodem calamus semper loco perstabat. Ex quibus aliisque experimentis, scio aliquos ingenium Galilæi commendasse plurimum, qui ex rebus levissimis, atque ob oculos positis, facilitate mirabili in rerum difficillimarum cognitionem homines manuduceret. Neque ego in universum hanc ei laudem imminutam volo: quod autem ad rem præsentem attinet,*

utrumque experimentum (parcat mihi vera narranti Galilæus) falsum omnino comperi.

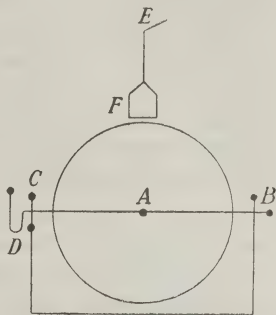
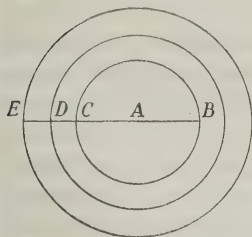
Nempe ille semel aut iterum, credo, catinum circumducebat; sic enim nullus percipitur aquæ motus: at si ulterius movere pergat, tunc enimvero intelliget, moveatur ne aqua ad catini motum, an vero resistat. Calamus enim aut paleæ eidem aquæ impositæ, si non multum a catini superficie abfuerint, citissime circumferentur, nec, licet catinum quieverit, illæ moveri desinent, sed aquam cum insidentibus corporibus, ex impetu concepto, per longum tempus, tardiori tamen semper vertigine, circumagi comperies. Verum, ne quisquam incuriose nos ac negligenter id expertos existimet, hemisphæricum vas I *ex orichalco, affabre torno excavatum, accepimus; torno item curavimus duci axem* C E *catino ipsi iunctum, ita ut*

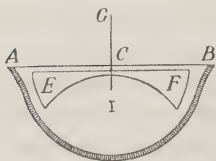
per eius centrum, in modum sphærici axis, transiret, si produceretur; pedem autem construximus firmum ac stabilem, ne facile vasis motu agitaretur, atque axem per foramen E *traductum, et fulcimento ima ex parte innixum, perpendiculariter erectum statuimus: sic enim, manu axe in gyrum acto, catinum etiam eodem motu ferri necesse erat. Verum non aqua solum ad vasis motum fertur, sed aër ipse, ex quo maxime exemplum desumit Galilæus. Docet id flamma candelæ, proxime superficiei vasis admota, quæ in eamdem partem, in quam vas fertur, exigua sui corporis declinatione deflectit. Docet id longe clarius serico filo tenuissimo suspensa e papyro lamella* A, *cuius latus alterum proximum sit interiori vasis superficiei. Si enim tunc moveatur in unam partem catillum, in eamdem quoque sese papyrus convertet; et si iterum in oppositam*

partem vas reciproca revolutione volvatur, in eamdem cum adhærente aëre etiam papyrum secum trahet.

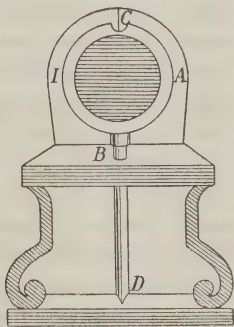
Id porro a me non securius dici quam verius, testes habeo nec paucos nec vulgares: Patres primum Romani Collegii quamplurimos; ex aliis vero quotquot ex Magistro meo cognoscere id voluerunt; voluerunt autem multi. Quos inter ille mihi silendus non est, cuius, non genere magis quam eruditione singulari, clarissimum nomen sat mihi meisque rebus luminis afferre ac dictis facere fidem possit; Virginium Cæsarinum loquor, qui admiratus enimvero est, rem ad hanc diem inter multos constantissime pro certa habitam, falsitatis unquam argui potuisse; et tamen vidit factum, fieri quod posse negabant plerique.

Atque hæc quidem ab experientia certa sunt; quæ tamen experientia si absit, doceat hæc quoque ratio ipsa. Cum enim aër atque aqua de genere humidorum sint, quorum peculiare est corporibus adhærescere, etiam politis et lævibus, fieri nunquam poterit ut vasis superficiei non adhæreant: quod si hoc adhæsionis vinculum admittatur, motum etiam eorumdem humidorum admitti necesse est. Primum enim pars illa quæ vas contingit, ad vasis ductum movebitur, quippe quæ adhæret vasi; deinde pars hæc mota aliam sibi hærentem trahet; secunda hæc, tertiam: cumque motus hic fiat veluti in spiram, non mirum si ad unam aut alteram catini circumductionem aquæ motus non percipiatur, cum primæ huius spiralis partes valde propinquæ sint ipsi superficiei vasis, ac proinde motus ad reliquas interiores partes diffusus adhuc non sit, cum hæ aliquam patiantur rarefactionem, et propterea non illico trahentis motum sequantur.

Neque miretur quisquam, in hisce nostris experimentis exiguum adeo aëris motum esse, aquæ vero maximum. Cum enim aër facilius et concrescat et rarescat quam aqua, ideo, quamquam ad motum vasis aër eidem adhæ-

rens facillime moveatur, non tamen alium aërem sibi proximum eadem facilitate trahit, cum hic a reliquis aëris consistentis partibus maiori vi contineatur, et exigua sui vel concretione vel rarefactione vim trahentis aëris eludere ad breve aliquod tempus possit. Si quis tamen apertius experiri cupiat, an corpus sphæricum in orbem actum aërem secum trahat, hic globum A, *v. g., suis innixum polis* B *et* C, *manubrio* D *circumducat, appensa charta ex* E *filo tenuissimo, ita ut ipsum fere globum contingat: dum enim sphæra in unam rotatur partem, in eamdem charta* F *ab aëre commoto fertur, si præsertim globus satis amplus fuerit, et celerrime circumductus.*

Neque tamen ex eo, quod tum in catino tum in sphæra parvum adeo aëris motum experiamur, recte quis inferat, in concavo Lunæ eumdem motum fore perexiguum: ratio enim cur in sphæra A *et catino* I *circumductis non magnus aëris motus existat, ea inter cæteras est, quia cum catinum et sphæra intra aërem posita sint tota, dum eorum motu movendus est aër circumfusus, semper minus est id quod movet quam quod movetur. Si enim, v. g., ad motum sphæræ* A *superficies ipsius* B C *movere debeat sibi adhærentem aërem, circulo* D *expressum, cum hic maior sit quam circulus* B C, *maius a minori movendum erit; atque idem accidet dum circulus* D *trahere secum debet circulum* E. *At vero in*

concavo Lunæ, opposito plane modo se res habet, cum semper maius sit id quod movet quam quod movetur. Si enim sit Lunæ concavum circulus E, atque hic movere debeat circulum D, D vero circulum B C, semper movens moto maius est, et propterea facilior motus.

Hoc autem quamquam apud me nullum plane reliquerat dubitationi locum, libuit tamen modum aliquem excogitare, quo aërem catino circumfusum, ab eo qui catino clauditur separarem, sperans haud dubium fore, ut aër idem, qui segnius antea ferebatur quam aqua, pari postea celeritate in gyrum ex catini circumductione raperetur. Quare laminam perspicuam, ne aspectum impediret, e lapide Moscovitico, quem vulgo talcum dicimus, orificio catini amplitudine parem, quam opportune catino ipsi postea imponerem, paravi, in eiusdem parte media trium ferme digitorum foramine relicto, quod tamen longe minus esse poterat; filum deinde æreum E F accepi, diametro catini aliquanto brevius, quod media parte I compressum ac perforatum, traducto per foramen I filo I G, ex G suspendi ad libræ modum, adiecique extremis E, F alas duas papyraceas; mox additis detractisque ex utraque parte ponderibus, in æquilibrio filum æreum E F statui, ita ut fulcimentum I sub catini centro consisteret, alæ vero quarta saltem digiti parte ab eiusdem superficie distarent. Tunc vase circumacto animadverti, post alteram evolutionem alas ac libram totam in gyrum moveri, et primo quidem lente, deinde citatiori motu, qui tamen nondum motum aquæ æquabat: quare superimposui laminam A B perspicuam, quam paraveram, ita ut aër catino contentus a reliquo separaretur, vel solo foramine C eidem necteretur. Tunc enimvero ad vasis motum ferri citius visa est libra F, ac brevi celeriter adeo agi

cœpit, ut catini ipsius motum, quamvis velocissimum, assequeretur: ut hinc videas, quotiescumque movens moto maius fuerit, tunc longe faciliorem motum futurum; imposito enim vasi operculo AB, *tunc superficies interior catini et operculi simul, ad cuius motum movendus est aër, maior est aëre proxime movendo; est enim superficies illa continens, aër vero contentus.*

Idem denique expertus sum, eventu pari, in sphæra vitrea A, *quantum fieri potuit, exactissima, summa tantum parte* C *perforata ad laminam* I *inducendam. Eadem enim sphæra axi* BD *imposita, axeque ipso circumacto, non sphæra solum* A, *sed et lamina* I *suspensa, quamvis multum ab interiore superficie sphæræ distaret, celerrime moveri visa est. Atque ita nulli aut industriæ aut labori parcendum duxi, ut quamplurimis idem experimentis quam diligentissime comprobarem. Hæc porro postrema experimenta videre iidem illi qui superius a me commemorati sunt; ut necesse non habeam, eosdem iterum testari. Illud etiam adnotandum duxi, æstivo nos tempore hæc omnia expertos fuisse, quo, ut calidior, ita siccior aër existit, magisque proinde ad ignis naturam accedit; quem omnium elementorum minime aptum adhæsioni existimat Galilæus. Ex quibus omnibus illud saltem colligere licet, tum ad catini motum et aërem et aquam moveri, tum lævibus etiam corporibus aërem adhærescere atque ad eorum motum agi; quæ constanter adeo pernegavit Galilæus.*

Entra ora il Sarsi nel copiosissimo apparato d'esperienze per confermare il suo detto e riprovare il nostro:

le quali, perché furon fatte alla presenza di V. S. Illustrissima, io me ne rimetto a lei, come quello che piú tosto devo aspettarne il suo giudicio che interporvi il mio. Però, se le piacerá, potrá rilegger quel che resta sino alla fine della proposizione; dov'io le anderò solamente toccando alcuni particolari sopra varie cosette cosí alla spezzata.

E prima, questo che il Sarsi cerca d'attribuirmi nel primo ingresso delle sue esperienze, è falsissimo, cioè ch'io abbia detto che l'acqua contenuta nel catino resti, non men che l'aria, immobile al movimento in giro di esso vaso. Non però mi meraviglio che l'abbia scritto, perché ad uno che continuamente va riferendo in sensi contrari le cose scritte e stampate da altri, si può bene ammettere ch'egli alteri quelle ch'ei dice d'aver solamente sentite dire; ma non mi par giá che resti del tutto dentro a' termini della buona creanza il pubblicar colle stampe ciò ch'altri sente dire del prossimo, e tanto piú quando, o per non l'avere inteso bene o pur di propria elezzione, ei si rapporta molto diverso da quello che fu detto, come di presente accade di questo. Tocca a me, Sig. Sarsi, e non a voi o ad altri, lo stampar le cose mie e farle pubbliche al mondo: e perché, quando (come pur talora accade) alcuno nel corso del ragionar dicesse qualche vanitá, deve esser chi subito la registri e stampi, privandolo del beneficio del tempo e del potervi pensar sopra meglio, e da per se stesso emendare il suo errore e mutare opinione, ed in somma fare a suo talento del suo cervello e della sua penna? Quello che può aver sentito dire il Sarsi, ma, per quanto veggo, non ben capito, è certa esperienza ch'io mostrai ad alcuni letterati costí in Roma, e forse fu in camera di V. S. Illustrissima stessa, parte in dichiarazione e parte in confutazione d'un terzo moto attribuito dal Copernico alla Terra. Pareva a molti cosa molto improbabile, e che perturbasse tutto il si-

stema Copernicano, il terzo moto annuo ch'egli assegna al globo terrestre intorno al proprio centro, al contrario di tutti gli altri movimenti celesti, i quali col figurarsi fatti tutti, tanto quelli delli eccentrici quanto quelli delli epicicli, ed il diurno e l'annuo d'essa Terra, nell'orbe magno da ponente verso levante, questo solo dovesse nell'istessa Terra esser fatto da oriente verso occidente, contro agli altri due propri e contro agli altri tutti di tutti i pianeti. Io solevo levar questa difficoltá col mostrare che tal accidente non solo non era improbabile, ma conforme alla natura e quasi necessario; e che qualsivoglia corpo collocato e sostenuto liberamente in un mezo tenue e liquido, se sará portato per la circonferenza di un gran cerchio, acquisterá spontaneamente una conversione in se medesimo, al contrario dell'altro gran movimento: il qual effetto si vedeva pigliando noi in mano un vaso pien di acqua e mettendo in esso una palla notante; perché, stendendo noi il braccio e girando sopra i nostri piedi, subito veggiamo la detta palla girare in se stessa al contrario e finir la sua conversione nell'istesso tempo che noi finiamo la nostra: onde cessar doveva la meraviglia, anzi meravigliarsi quando altrimenti accadesse, se essendo la Terra un corpo pensile e sospeso in un mezo liquido e sottile, ed in esso portata per la circonferenza d'un gran cerchio nello spazio d'un anno, ella non avesse di sua natura e liberamente acquistata una conversione parimente annua in se medesima al contrario dell'altra. E tanto dicevo per rimuover l'improbabilitá attribuita al sistema del Copernico: al che soggiungevo poi, che chi meglio considerava, conosceva che falsamente veniva da esso Copernico attribuito un terzo moto alla Terra, il quale non è altramente un muoversi, ma un non si muovere ed una quiete; perch'è ben vero che a quello che tiene il vaso apparisce muoversi, e rispetto a sé e rispetto al vaso, e girare in se stessa la

palla posta in acqua; ma la medesima palla paragonata colle mura della stanza e colle cose esterne, non gira altrimenti né muta inclinazione, ma qualunque suo punto che da principio riguardava verso un termine esterno segnato nel muro o in altro luogo piú lontano, sempre riguarda verso lo stesso. E questo è quanto da me fu detto: cosa, come V. S. Illustrissima vede, molto diversa dalla riferita dal Sarsi. Questa esperienza, e forse qualch'altra, poté dare occasione a chi piú volte si trovò presente a' nostri discorsi di dir di me quello che in questo luogo riferisce il Sarsi, cioè che per certo mio natural talento solevo alcuna volta con cose minime, facili e patenti, esplicarne altre assai difficili e recondite; la qual lode il Sarsi non mi nega in tutto, ma, come si vede, in parte m'ammette: la qual concessione io devo riconoscere dalla sua cortesia piú che da una interna e verace concessione, perché, per quanto io posso comprendere, egli non è di quelli che cosí di leggiero si lascino persuadere dalle mie facilitá, poi ch'egli stesso, reputando che la scrittura del Sig. Mario sia mia cosa, dice nel fine del precedente essame, quella esser stata scritta con parole molto oscure, e tali ch'egli non ha potuto indovinare il senso.

Giá, come ho detto, quanto all'esperienze me ne rimetto a V. S. Illustrissima, che le ha vedute, e solo, incontro a tutte, ne replicherò una scritta di giá dal Sig. Mario nella sua lettera, dopo che averò fatto un poco di considerazione sopra certa ragione che il Sarsi accoppia coll'esperienze: la qual ragione io veramente pagherei gran cosa che fusse stata taciuta, per reputazion sua e del suo Maestro ancora, quando vero fusse ch'egli fusse discepolo di chi egli si fa. Oimè, Sig. Sarsi, e quali essorbitanze scrivete voi? Se non v'è qualche grand'error di stampa, le vostre parole son queste: *Hinc videas, quotiescunque movens moto maius fuerit, tunc longe faci-*

liorem motum futurum: imposito enim vasi operculo A B, *tunc superficies interior catini et operculi simul, ad cuius motum movendus est aër, maior est aëre proxime movendo; est enim superficies illa continens, aër vero contentus.* Or rispondetemi in grazia, Sig. Sarsi: questa superficie del catino e del suo coperchio con chi la paragonate voi, colla superficie dell'aria contenuta o pur coll'istessa aria, cioè col corpo aereo? Se colla superficie, è falso che quella sia maggior di questa; anzi pur sono elleno egualissime, ché cosí v'insegnerá l'assioma euclidiano, cioè che *Quæ mutuo congruunt, sunt æqualia.* Ma se voi intendete di paragonar la superficie contenente coll'istessa aria, come veramente suonan le vostre parole, fate due errori troppo smisurati: prima, col paragonare insieme due quantitá di diversi generi, e però incomparabili, ché cosí vuole una diffinizion d'Euclide: *Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis*; e non sapete voi che chi dice « Questa superficie è maggior di quel corpo » erra non men di quel che dicesse « La settimana è maggior d'una torre » o « L'oro è piú grave della nota cefautte »? L'altro errore è, che quando mai si potesse far paragone tra una superficie ed un solido, il negozio sarebbe tutto all'opposito di quello che scrivete voi, perché non la superficie sarebbe maggior del solido, ma il solido piú di cento milioni di volte maggior di lei. Sig. Sarsi, non vi lasciate persuadere simili chimere, né anco la general proposizione che 'l contenente sia maggior del contenuto, quando bene ambedue si prendessero di quantitá comparabili fra di loro; altrimenti bisognerá che voi crediate che, d'una balla di lana, il guscio o invoglio sia maggior della lana che vi è dentro, perché questa è contenuta e quello è il contenente; e perché sono della medesima materia, bisognerá anco che il sacco pesi piú, essendo maggiore. Io fortemente dubito che voi abbiate preso con qualche equivocazione un pronunciato che è verissimo

quando vien preso al suo diritto senso, il qual è che il contenente è maggior del contenuto, tutta volta che per contenente si prenda il contenente col contenuto insieme: e cosí un quadrato descritto intorno a un cerchio è maggior di esso cerchio, pigliando tutto il quadrato; ma se voi vorrete prender solo quello che avanza del quadrato, detrattone il cerchio, questo non è altrimenti maggiore, ma minore assai d'esso cerchio, ancor ch'ei lo circondi e racchiuda. Aimè, e non m'accorgo del fuggir dell'ore? e vo logorando il mio tempo intorno a queste puerizie? Orsú, contro a tutte l'esperienze del Sarsi potrá V. S. Illustrissima fare accommodare il catino convertibile sopra il suo asse; e per certificarsi quello che segua dell'aria contenutavi dentro, mentre quello velocemente va in giro, pigli due candelette accese, ed una n'attacchi dentro all'istesso vaso, un dito o due lontana dalla superficie, e l'altra ritenga in mano, pur dentro al vaso, in simil lontananza dalla medesima superficie; faccia poi con velocitá girar il vaso: ché se in alcun tempo l'aria anderá parimente con quello in volta, senza alcun dubbio, movendosi il vaso l'aria contenuta e la candeletta attaccata, tutto colla medesima velocitá, la fiammella d'essa candela non si piegherá punto, ma resterá come se il tutto fusse fermo (ché cosí a punto avviene quando un corre con una lanterna, entrovi racchiuso un lume acceso, il quale non si spegne, né pur si piega, avvenga che l'aria ambiente va con la medesima prestezza; il qual effetto anco piú apertamente si vede nella nave che velocissimamente camini, nella quale i lumi posti sotto coverta non fanno movimento alcuno, ma restano nel medesimo stato che quando il navilio sta fermo); ma l'altra candeletta ferma dará segno della circolazion dell'aria, che ferendo in lei la fará piegare: ma se l'evento sará al contrario, cioè se l'aria non seguirá il moto del vaso, la candela ferma manterrá la sua fiammella diritta e quieta,

e l'altra, portata dall'impeto del vaso, urtando nell'aria quieta si piegherá. Ora, nell'esperienze vedute da me è accaduto sempre che la fiammella ferma è restata accesa e diritta, ma l'altra, attaccata al vaso, si è sempre grandissimamente piegata e molte volte spenta: ed il medesimo di sicuro vederá anco V. S. Illustrissima ed ogn'altro che voglia farne prova. Giudichi ora quello che si deve dire che faccia l'aria.

Dall'esperienze del Sarsi il piú che se ne possa cavare è, ch'una sottilissima falda d'aria, alla grossezza di un quarto di dito, contigua alla concavitá del vaso, venga portata in giro; e questa basta a mostrar tutti gli effetti scritti da lui, e di questo ne può esser bastante cagione l'asprezza della superficie o qualche poco di cavitá o prominenza piú in un luogo che in un altro. Ma finalmente, quando il concavo della Luna portasse seco un dito di profonditá dell'essalazioni contenute, che ne vuol fare il Sarsi? E non creda che se il catino ne porta, v. gr., un mezo dito, che un vaso maggiore ne abbia a portar piú; perché io credo piú tosto ch'ei ne porterebbe manco: e cosí anco non credo che la somma velocitá colla quale detto concavo lunare passa tutto il cerchio, diciamo in 24 ore, abbia a far piú assai; anzi io mi voglio prendere ardir di dire, che mi par quasi vedere per nebbia ch'ei non farebbe piú, ma piú tosto manco, di quello che si faccia un catino che pure in ore 24 desse una rivoluzione sola. Ma pongasi pure e concedasi al Sarsi che 'l concavo lunare rapisca quanto si è detto dell'essalazion contenuta: che sará poi? e che ne seguirá in disfavor della principal causa che tratta il Sig. Mario? sará forse vero che per questo moto si abbia ad accender la materia della cometa? o pur sará vero ch'ella non si accenderá né movendosi né non si movendo? Cosí cred'io: perché se il tutto sta fermo, non s'ecciterá l'incendio, per lo quale Aristotile ricerca il moto; ma se il tutto

si muove, non vi sará l'attrizione e lo stropicciamento, senza il quale non si desta il calore, non che l'incendio. Or ecco, e dal Sarsi e da me, fatto un gran dispendio di parole in cercar se la solida concavitá dell'orbe lunare, che non è al mondo, movendosi in giro, la qual giá mai non s'è mossa, rapisce seco l'elemento del fuoco, che non sappiamo se vi sia, e per esso l'essalazioni, le quali perciò s'accendano e dien fuoco alla materia della cometa, che non sappiamo se sia in quel luogo e siamo certi che non è robba ch'abbruci. E qui mi fa il Sarsi sovvenire del detto di quell'argutissimo Poeta:

> Per la spada d'Orlando, che non ánno
> E forse non son anco per avere,
> Queste mazzate da ciechi si danno.

Ma è tempo che vegniamo alla seconda proposizione; anzi pure, prima che vi passiamo, giá che il Sarsi replica nel fine di questa ch'io abbia constantemente negato che l'acqua si muova al moto del vaso e che l'aria e gli altri corpi tenui aderiscano a' corpi lisci, replichiamo noi ancora ch'ei non dice la veritá, perché mai né il Sig. Mario ned io abbiamo detta o scritta alcuna di queste cose, ma bene il Sarsi, non trovando dove attaccarsi, si va fabbricando gli uncini da per se stesso.

41. Passi ora V. S. Illustrissima alla seconda proposizione.

SECUNDA PROPOSITIO.

MOTUS NON EST CAUSA CALORIS, SED ATTRITIO, QUA CORPORIS ATTRITI PARTES DEPERDUNTUR. AËR NEQUE ATTERI NEQUE INCENDI POTEST.

Ait Aristoteles, motum causam esse caloris; quam propositionem omnes ita explicant, non quasi motui tribuendus sit calor, ut effectus proprius et per se (hic enim est acquisitio loci), sed quia, cum per localem

Di cadaveri sparsi
Di quei che arsi, et arsi
Caddero al suol da folgori tremendi
E tra gemiti orrendi
Spirando l'alme ne' tartarei chiostri
D'Erebo spaventar le furie, e i mostri.
Dunque se della terra il fiero parto
Spremesti o Giove invitto
Che tentando co i monti al ciel salire
Le Pleiade lucenti e 'l gelid' Arto
Avvicinò nell' orrido conflitto
Or ch' i bei lumi erranti
A i regni tuoi stellanti
Arroganza mortale osa rapire
Chi sia ch' el folle ardire
Temera di cosa a cui non è concesso
Nè ch salire al cielo erger se stesso?
Miseri qual follia l'alme v'ingombra
Onde le lingue insane
Ingiuriosi contro 'l Ciel volgete.
Non del lago Cimmerio in mezzo all'ombra
Vi s'offron larve simulate e vane:
Ma in quella eterna reggia
Che di stelle fiammeggia
Scoprite fiamme lucenti e liete
In chiaro ciel vedrete
Verace e viva la novella luce
Che alla Medicea gloria il ciel produce.

DALLA CANZONE PER LE STELLE MEDICEE

(Firenze, R. Biblioteca Nazionale)

motum corpora atterantur, ex attritione autem calor excitetur, mediate saltem motus caloris causa dicitur: neque est quod hac in re Aristotelem reprehendat Galilæus, cum nihil ipse adhuc afferat ab eiusdem dictis alienum. Dum vero ait præterea, non quamcumque attritionem satis esse ad calorem producendum, sed illud etiam potissimum requiri, ut partes attritorum corporum aliquæ per attritionem deperdantur; hic plane totus suus est, nec quicquam ab alio mutuatur. Cur autem hæc partium consumptio ad calorem producendum requiritur? An quod ad eumdem calorem concipiendum rarescere corpora necesse sit, in omni vero rarefactione comminui eadem corpora videantur ac minutissimæ quæque particulæ evolent? At rarefieri corpora possunt, nulla facta partium separatione ac proinde neque consumptione. An ideo hæc comminutio requiritur, ut prius particulæ illæ, utpote calori concipiendo magis aptæ, calefiant, hæ vero postea reliquo corpori calorem tribuant? Nequaquam: licet enim particulæ illæ, quo minutiores fuerint, magis calori concipiendo aptæ sint, ex quo fit ut sæpe ex attritione ferri excussus pulvisculus in ignem abeat, illæ tamen, cum statim evolent aut decidant, non poterunt reliquo corpori, cui non adhærent, calorem tribuere.

Vuole il Sarsi nel primo ingresso di questa disputa concordare il Sig. Mario ed Aristotile, e mostrar che ambedue án pronunziato l'istessa conclusione, mentre l'uno dice che 'l moto è causa di calore, e l'altro, che non il moto, ma lo stropicciamento gagliardo di due corpi duri; e perché la proposizione del Sig. Mario è vera, né ha bisogno di chiose, il Sarsi interpreta l'altra con dire, che se bene il moto, come moto, non è cagione del caldo, ma l'attrizione, nulladimeno, non si facendo tale attrizione senza moto, possiamo dire che almanco secondariamente il moto sia causa. Ma se tale fu la sua intenzione, perché non disse Aristotile l'attrizione? io non so vedere perché,

potendo uno dir bene assolutamente con una semplicissima e propriissima parola, ci debba servirsi d'una impropria e bisognosa di limitazioni ed in somma d'esser finalmente trasportata in un'altra molto diversa. In oltre, posto che tale fusse il senso d'Aristotile, egli però è differente da quello del Sig. Mario; perché ad Aristotile basta qualunque confricazione di corpi, ben che tenui e sottili, e fino dell'aria stessa; ma il Sig. Mario ricerca due corpi solidi, e stima che il volere assottigliare e tritar l'aria sia maggior perdimento di tempo che quello di chi vuole (com'è in proverbio) pestar l'acqua nel mortaio. Io non son fuor d'opinione che possa esser che la proposizione sia verissima, presa anco nel semplicissimo senso delle parole; e forse potrebbe esser ch'ella uscisse da qualche buona scuola antica, ma che Aristotile, non avendo ben penetrata la mente di quegli antichi che la profferirono, ne traesse poi un sentimento falso: e forse non è questa sola proposizione vera in se stessa, ma appresa in sentimento non vero nella filosofia peripatetica. Ma di questo ne toccherò qualche cosa piú a basso.

Ora seguitiamo il Sarsi, il quale vuole, contro al detto del Sig. Mario, che senza verun consumamento de' corpi che si stropicciano sin che si riscaldino, si possa eccitare il calore; il che va provando prima con discorso, poi con esperienze. Ma quanto al discorso, io posso sbrigarmi in una parola sola da tutte le sue instanze; poi che, facendo egli alcune interrogazioni al Sig. Mario, egli stesso risponde per quello, e poi confuta le risposte; tal che se io dirò che il Sig. Mario non risponderá in quella guisa, bisogna che il Sarsi si quieti.

E veramente, quanto alla prima risposta, io non credo che il Sig. Mario dicesse che, per riscaldarsi, bisogni prima che i corpi si rarefacciano, e che rarefacendosi si sminuzzolino, e che le parti piú sottili volino via, come scrive il Sarsi: dalla qual risposta mi par di compren-

dere ch'ei discordi dalla mente del Sig. Mario, e che, convenendo in questa azzione considerare il corpo che ha da produrre il calore e quello che l'ha da ricevere, il Sarsi stimi che il Sig. Mario ricerchi la diminuzione e consumamento di parti nel corpo che ha da ricevere il calore; ma io credo ch'ei voglia che quello che l'ha da produrre sia quello che si diminuisce, sí che in somma non il ricevere, ma il conferir calore, sia quel che fa la diminuzione nel conferente. Come poi si possano rarefare i corpi senza alcuna separazion di parti, e come cammini questo negozio della rarefazzione e condensazione, del quale mi par che con molta confidenza parli il Sarsi, l'averei ben volentieri veduto piú distintamente dichiarato, essendo, appresso di me, una delle piú recondite e difficili questioni della natura.

È manifesto ancora che il Sig. Mario non averebbe data la seconda risposta, cioè che tal consumamento di parti sia necessario acciò che prima si riscaldino queste parti piú minute, come piú atte per la lor sottigliezza a riscaldarsi, e da esse poi venga riscaldato il resto del corpo; perché cosí la diminuzione toccherebbe pure al corpo che ha da esser riscaldato, ed il Sig. Mario la dá a quello che ha da riscaldare. Devesi però avvertire che bene spesso accade, essere uno istesso corpo quello che produce il calore e quello che lo riceve: e cosí martellandosi sopra un chiodo, le parti sue, nel soffregarsi violentemente, eccitano il calore, e l'istesso chiodo è quello che si riscalda. Ma quello che ho voluto sin qui dire è, che il consumamento di parti depende dall'atto del produrre il calore, e non da quello del riceverlo, come per avventura piú distintamente mi dichiarerò piú di sotto. In tanto sentiamo l'esperienze onde il Sarsi pensa d'aver palesato, potersi con l'attrizione produr calore senza consumamento alcuno.

42. *Sed quando ab experientia exempla petere libet, quid si, nulla partium deperditione, ex motu corpus aliquod calefiat? Ego certe cum æris frustulum, omni prius extersa rubigine ac situ, ne quis forte pulvisculus adhæreret, ad argentarii libram perexiguam exactissimamque ponderibus minutissimis expendissem (cum etiam quingentesimas duodecimas unius unciæ partes haberem), ac pondus diligentissime observassem, validissimis mallei ictibus æs idem in laminam extendi: id vero inter ictus et mallei verbera bis terque adeo incaluit, ut manibus attrectari non posset. Cum igitur iam toties incaluisset, experiri libuit eadem libra iisdemque ponderibus, num aliquod ponderis dispendium iacturamque passum fuisset; et tamen iisdem plane momentis constare comperi: incaluit igitur per attritionem æs illud, nullo partium suarum detrimento; quod Galilæus negat. Audieram etiam aliquid simile librorum compactoribus evenire, cum plicatas illas chartarum moles malleo diutissime ac validissime tundunt: expertus enim est illorum non nemo, eodem postea illas fuisse pondere quo fuerant prius, incalescere tamen easdem inter ictus maxime, ac pene comburi. Quod si quis forte hoc loco asserat, deperdi quidem partes, sed adeo minutas ut sub libræ, quamvis exiguæ, examen non cadant, quæram ego ex illo, unde norit partes esse deperditas: neque enim video, quonam alio id modo aptius ac diligentius inquiram. Deinde vero, si adeo exigua est hæc partium iactura ut sensu percipi nequeat, cur tantum caloris excitavit? Præterea, dum ferrum lima expolitur, calefit quidem, minus tamen aut certe non plus quam cum malleo validissime tunditur; et tamen maior longe partium deperditio ex limatura quam ex contusione existit.*

Che il Sarsi con isquisita bilancia non abbia ritrovato diminuzion di peso in un pezzetto di rame battuto e riscaldato piú volte, glielo voglio credere; ma non giá che

per questo egli non si sia diminuito, essendo che può benissimo accadere, quello esser diminuito tanto poco, che a qualsivoglia bilancia resti cosa impercettibile. E prima, io domando al Sarsi, se pesato un bottone d'argento, e poi doratolo e tornato a pesarlo, ei crede che l'accrescimento fusse notabile e sensibile. Bisogna dir di no, perché noi veggiamo l'oro ridursi a tanta sottigliezza, che anco nell'aria quietissima si trattiene e lentissimamente cala a basso; e con tali foglie può dorarsi alcun metallo. In oltre, questo medesimo bottone verrá adoperato due o tre mesi, avanti che la doratura sia consumata; e pur consumandosi finalmente, chiara cosa è che ogni giorno, anzi ogn'ora, s'andava diminuendo. Di piú, pigli una palla d'ambra, muschio ed altre materie odorate: io dico che portandola addosso alcuno quindici giorni, empirá d'odore mille stanze e mille strade, ed in somma ogni luogo dov'egli capiterá, né questo si fará senza diminuzione di quella materia, senza la quale indubitatamente non anderá l'odore; pure, tornandosi in capo a tal tempo a ripesarla, non si troverá sensibil diminuzione. Ecco, dunque, trovate al Sarsi diminuzioni insensibili di peso, fatte per lo consumamento di mesi continui, ch'è altro tempo che un ottavo d'ora, che dovette durare il suo martellare sopra il pezzetto di rame. E tanto è piú esquisita una bilancia da saggiatori, ch'una stadera filosofica! Aggiungendo di piú, che può molto bene essere che la materia che, attenuata, produce il caldo, sia ancora assai piú sottile della sostanza odorifera, attento che questa si racchiude in vetri e metalli, per li quali essa non traspira, ma non giá quella del calore, che trapassa per tutti i corpi.

Ma qui muove il Sarsi un'instanza, e dice: Se il cimento della bilancia non basta a mostrarci un cosí piccolo consumamento, come potete voi averlo conosciuto? L'obiezzione è assai ingegnosa, ma non però tanto ch'un

poco di logica naturale non avesse avuto a mostrarne la soluzione: ed eccone il progresso. Dei corpi, Sig. Sarsi, che si stropicciano insieme, alcuni sono che assolutamente e sicuramente non si consumano punto, altri che grandemente e molto sensibilmente si consumano, ed altri che si consumano bene, ma insensibilmente. Di quelli che stropicciandosi non si consumano punto, quali sarebbon due specchi benissimo lisci, il senso ci mostra che non si riscaldano; di quelli che si consumano notabilmente, come un ferro nel limarsi, siamo sicuri che si riscaldano; adunque di quelli che noi siamo dubbi se nel fregarsi si consumino o no, se troveremo pel senso che si riscaldino, dobbiamo dire e credere che si consumino ancora, e solo si potrá dire che non si consumino quelli che né anco si riscaldano.

A quanto sin qui ho detto, voglio, prima ch'io vada piú avanti, aggiungere, per ammaestramento del Sarsi, come il dire: « Questo corpo alla bilancia non è calato di peso, adunque di lui non si è consumata parte alcuna » è discorso assai fallace, potendo esser che se ne sia consumato e che il peso non solo non sia diminuito, ma anco tal volta cresciuto; il che accaderá sempre che quello che si consuma e rimuove, sia men grave in specie del mezo nel quale si pesa: e cosí, per essempio, può accadere ch'un pezzo di legno, per avere in sé molti nodi e per esser vicino alle radici, messo nell'acqua cali al fondo e, v. g., vi pesi quattr'once, e che limandone via, non del nocchioruto né della radice, ma della parte piú rara e che per se stessa è men grave in ispecie dell'acqua, sí che in parte sosteneva tutta la mole, può esser, dico, che il rimanente pesi piú che prima nel medesimo mezo; e cosí parimente può essere che nel limarsi o nel fregarsi insieme due ferri o due sassi o due legni, si separi da loro qualche particella di materia men grave dell'aria, la quale, quando sola si rimovesse, lascerebbe quel corpo

piú grave che prima. E che quanto io dico sia detto con qualche probabilitá, e non per una semplice fuga e ritirata, lasciando la fatica all'avversario di riprovarla, faccia V. S. Illustrissima diligente osservazione nel romper vetri o pietre o qualunque altre materie; ché ella in ciascheduno spezzamento ne vederá uscire un fumo manifestissimamente apparente, il quale per aria se ne ascende in alto: argomento necessario dell'essere egli piú leggieri di lei. Questo osservai io prima nel vetro, mentre con una chiave o altro ferro l'andavo scantonando e tondando, dove, oltre a i molti pezzetti che saltano via in diverse grandezze, ma tutti cascano in terra, si vede un fumo sottile ascendente sempre; ed il medesimo si vede accadere nel frangere in simil modo qualsivoglia pietra; e di piú, oltre a quello che ci manifesta la vista, l'odorato ci dá argomento ed indizio molto chiaro che per avventura si partono, oltre al detto fumo, altre parti piú sottili, e perciò invisibili, sulfuree e bituminose, le quali per tale odore che si arrecano si fanno manifeste.

Or vegga il Sarsi quanto il suo filosofare è superficiale e poco si profonda oltre alla scorza. Né si persuada di poter venir con risposte di limitazioni, di distinzioni, di *per accidens,* di *per se,* di *mediate,* di primario, di secondario o d'altre chiacchiere, ch'io l'assicuro che in vece di sostenere un errore ne commetterá cento piú gravi, e produrrá in campo sempre vanitá maggiori: maggiori, dico, anco di questa che mi resta da considerare nel fin della presente particola; dov'egli, prima, si meraviglia come possa esser che, sendo quel che si consuma cosa impercettibile alla bilancia, possa nondimeno produr tanto calore; dapoi soggiunge che d'un ferro che si lima, gran parte se ne consuma, e assaissimo maggiore che quando ei si batte col martello, nulladimeno non piú si scalda limando che battendolo. Vanissimo è questo discorso, mentre altri vuole col peso misurare la quantitá

di cosa che non ha peso alcuno, anzi è leggierissima e nell'aria velocemente sormonta; e quando pure quello che si converte in materia calda, mentre si fa una gagliarda confricazione, fusse parte dell'istesso corpo solido, non doverá alcuno maravigliarsi che piccolissima quantitá di quello possa rarefarsi ed istendersi in spazio grandissimo, s'ei considererá in quanta gran mole di materia ardente e calda si risolve un piccol legno, della quale la fiamma visibile è la minor parte, restando di gran lunga maggiore l'insensibile alla vista, ma ben sensibile al tatto. Quanto poi all'altro punto, averebbe qualche apparenza l'instanza, se il Sig. Mario avesse mai detto che tutto quel ferro che si consuma, limando, doventasse materia calorifica, perché cosí parrebbe ragionevol cosa che molto piú scaldasse il ferro consumato colla lima che il percosso col martello: ma non è la limatura quella che scalda, ma altra sostanza incomparabilmente piú sottile.

43. Ma seguitiamo innanzi. *Ego igitur multum conferre arbitror, ad maiorem minoremve calefactionem corporum attritorum, qualitates eorumdem, sint ne videlicet illa calidiora an frigidiora, remque hanc ex multis aliis pendere, de quibus statuere adeo facile non sit. Nam si ferulas duas, corpora levissima ac rarissima, mutua aut alterius ligni confricatione attriveris, ignem brevi concipient: non idem in lignis aliis accidit, durioribus ac densioribus, quamvis eadem diutius ac vehementius atteri consumique contingat. Seneca certe, «Facilius, inquit, attritu calidorum ignis existit»; ex quo fieri ait, ut æstate plurima fiant fulmina, quia plurimum calidi est. Præterea, ferreus pulvis in flammam coniectus exardescit, non vero quicumque alius pulvis e marmore. Quare si in aëre plurimum exhalationum calidarum fuerit, eumdemque ex vehementi aliquo motu atteri contigerit, non video cur calefieri atque etiam incendi non possit: tunc*

enim, cum rarus sit ac siccus multumque admixtum calidi habeat, ad ignem concipiendum aptissimus est.

Qui, dove pare che il Sarsi si apparecchi per produrre con dottrina piú salda migliore esplicazione delle difficoltá che si trattano, non veggo né che venga apportato molto di nuovo, né di gran pregiudicio alle cose del Sig. Mario. Imperocché il dire che molto conferisce al maggiore o minor riscaldamento de' corpi che si stropicciano insieme, l'essere essi di qualitá calda o fredda, e che anco da molte altre cose non cosí ben manifeste depende questo negozio, lo credo io pur troppo; ma non mi par giá di farci acquisto veruno, per esser, di questo che mi vien detto, la seconda parte troppo recondita, e la prima troppo manifesta e notoria, atteso che in sostanza non mi dice altro se non che piú si scaldano quei corpi che son piú caldi o piú disposti allo scaldarsi, e meno quelli che son piú freddi. Cosí parimente quello che segue appresso, che per la confricazione alcuni legni, cioè i piú leggieri e rari, s'accendano piú facilmente che altri piú duri e densi, ancor che questi piú gagliardamente e piú lungo tempo s'arruotino insieme, lo credo parimente, ma ciò non veggo che faccia contro al Sig. Mario, che mai non ha detto in contrario; e non è adesso ch'io sapevo che piú presto s'infiammava un pennecchio di stoppa in un fuoco ben che lentissimo, che un pezzo di ferro nella fucina ben ardente.

A quello ch'ei soggiunge, e fortifica col testimonio di Seneca, cioè che la state sia per aria maggior copia d'essalazioni secche, e che perciò si facciano molti fulmini, io ci presto l'assenso; ma dubito bene circa 'l modo dell'accendersi cotali essalazioni insieme coll'aria, e se ciò avvenga per l'attrizione cagionata per alcun movimento. Io reputerei vero quanto viene scritto dal Sarsi, se prima egli m'avesse accertato, non essere in natura altri modi

di suscitar l'incendio fuori che questi due, cioè o col toccar la materia combustibile con un fuoco giá attualmente ardente, come quando con un moccolo acceso s'accende una torcia, o vero con l'attrizion di due corpi non ardenti: ma perché altri modi ci sono, come per la reflessione de' raggi solari in uno specchio concavo, o per la refrazzion de' medesimi in una palla di cristallo o d'acqua, ed anco s'è veduto talvolta infiammarsi per le strade, mediante l'eccessivo caldo, le paglie ed altri corpi sottili, e questo farsi senza alcuna commozione o agitazione, anzi solamente quando l'aria è quietissima, e che per avventura s'ella fusse agitata e spirasse vento, l'incendio non ne seguirebbe; perché, dico, ci sono questi altri modi, perché non poss'io stimar che ve ne possa esser qualche altro diverso da questi, per lo quale l'essalazioni per aria e tra le nubi si accendano? E perché debbo io attribuire ciò ad un veemente movimento, se io veggo, prima, che senza l'arrotamento de' corpi solidi, quali non si trovano tra le nuvole, non si suscita l'incendio, ed oltre a ciò niuna commozione si scorge in aria o nelle nuvole quando è maggior la frequenza de' lampi e de' fulmini? Io stimo che il dir questo non abbia in sé piú di veritá, che quando i medesimi filosofi attribuiscono il gran romor de' tuoni allo stracciamento delle nuvole o all'urtarsi insieme l'una contro l'altra; tuttavia nello splendor de' maggiori baleni, e quando si produce il tuono, non si scorge nelle nuvole pure un minimo movimento o mutazion di figura, il quale ad un tanto squarciamento doverebbe esser grandissimo. Lascio stare che i medesimi filosofi, quando tratteranno poi del suono, vorranno nella sua produzzione la percussione de' corpi duri, e diranno che perciò la lana né la stoppa nel percuotersi non fanno strepito; ma poi, quando n'averanno bisogno, la nebbia e le nuvole percuotendosi renderanno

il massimo di tutti i rumori. Trattabile e benigna filosofia, che cosí piacevolmente e con tanta agevolezza si accommoda alle nostre voglie ed alle nostre necessitá!

44. Or passiamo avanti a essaminar l'esperienze della freccia tirata coll'arco e della palla di piombo tirata colle scaglie, infocate e strutte per aria, confermate coll'autoritá d'Aristotile, di molti gran poeti, d'altri filosofi ed istorici. *Quamvis autem exemplum Aristotelis de sagitta, cuius ferrum motu incaluit, Galilæus irrideat atque eludere tentet, non tamen id potest: neque enim Aristoteles unus id asserit, sed innumeri pene magni nominis viri huiusmodi exempla (earum procul dubio rerum, quas ipsi aut spectassent, aut a spectatoribus accepissent) prodiderunt. Vult hic Galilæus, aliquos nunc proferam e plurimis qui hoc non vere minus quam eleganter affirmant? Ordiar a poëtis, iis contentus quorum auctoritas, quia rerum naturalium cognitione perbene instructi sunt, in rebus gravissimis afferri ac magni fieri solet. Et sane Ovidius, non poëticæ solum sed mathematicorum etiam ac philosophiæ peritus, non sagittas modo, sed plumbeas glandes, fundis Balearicis excussas, in cursu sæpe exarsisse testatur. In libris enim* Metamorphoseon *hæc habet:*

Non secus exarsit, quam cum Balearica plumbum
Funda iacit: volat illud et incandescit eundo,
Et, quos non habuit, sub nubibus invenit ignes.

Paria his habet Lucanus, ingenio doctrinaque clarissimus:

Inde faces et saxa volant, spatioque solutæ
Aëris et calido liquefactæ pondere glandes.

Quid Lucretius, non minor et ipse philosophus quam poëta? nonne pluribus in locis idem testatur?

. . . . plumbea vero
Glans etiam longo cursu volvenda liquescit;

et alibi:

Non alia longe ratione, ac plumbea sæpe
Fervida fit glans in cursu, cum multa rigoris
Corpora demittens ignem concepit in auris.

Idem innuit Statius, dum ait:

. . . . arsuras cæli per inania glandes.

Quid de Virgilio, poëtarum maximo? non ne bis hoc ipsum disertissime affirmat? Dum enim ludos Troianorum describit, de Aceste ita loquitur:

Namque volans liquidis in nubibus arsit arundo,
Signavitque viam flammis, tenuesque recessit
Consumpta in ventos;

alio vero loco, de Mezentio sic:

Stridentem fundam, positis Mezentius armis,
Ipse ter adducta circum caput egit habena,
Et media adversi liquefacto tempora plumbo
Diffidit, et multa porrectum extendit arena.

Posse vero corpus durius alterius mollioris attritione consumi, probat aqua, diuturna distillatione durissimos etiam lapides excavans, atque allisæ scopulis undæ, quæ eosdem comminuunt et mire lævigant; ventorum etiam vi corrodi turrium ac domorum angulos experimur. Si quando igitur aër ipse concrescat magnoque impetu feratur, duriora etiam atteret corpora, atque ipse ab iis vicissim atteretur. Sibilus certe, qui in agitatione fundæ exauditur, addensati aëris argumentum est; quod fortasse voluit Statius cum dixit, aërem fundæ gyris inclusum distringi:

. . . . et flexæ Balearicus actor habenæ,
Quo suspensa trahens libraret vulnera tortu,
Inclusum quoties distringeret aëra gyro.

Idem etiam probat grando, quæ quo altiori e loco decidit, eo minutior ac rotundior cadit; idem pluviæ guttæ, maiores cum ex humiliori loco, minores cum ex altiori cadunt, cum in aëre et comminuantur et atterantur.

Che io o 'l Sig. Mario ci siamo risi e burlati dell'esperienza prodotta da Aristotile, è falsissimo, non essendo nel libro del Sig. Mario pur minima parola di derisione, né scritto altro se non che noi non crediamo ch'una freccia fredda, tirata coll'arco, s'infuochi; anzi crediamo che, tirandola infocata, piú presto si raffredderebbe che tenendola ferma: e questo non è schernire, ma dir semplicemente il suo concetto. A quello poi ch'ei soggiunge, non esserci succeduto il convincer cotale esperienza, perché non Aristotile solo, ma moltissimi altri grand'uomini ánno creduto e scritto il medesimo, rispondo che se è vero che per convincere il detto d'Aristotile bisogni far che quei molti altri non l'abbian creduto né scritto, né io né 'l Sig. Mario né tutto il mondo insieme lo convinceranno giá mai, perché mai non si fará che quei che l'ánno scritto e creduto non l'abbian creduto e scritto: ma dico bene, parermi cosa assai nuova che, di quel che sta in fatto, altri voglia anteporre l'attestazioni d'uomini a ciò che ne mostra l'esperienza. L'addur tanti testimoni, Sig. Sarsi, non serve a niente, perché noi non abbiamo mai negato che molti abbiano scritto e creduto tal cosa, ma sí bene abbiamo detto tal cosa esser falsa; e quanto all'autoritá, tanto opera la vostra sola quanto di cento insieme, nel far che l'effetto sia vero o non vero. Voi contrastate coll'autoritá di molti poeti all'esperienze che noi produciamo. Io vi rispondo e dico, che se quei poeti fussero presenti alle nostre esperienze, muterebbono opinione, e senza veruna repugnanza direbbono d'avere scritto iperbolicamente o confesserebbono d'essersi ingannati. Ma giá che non è possibile d'aver presenti i poeti, i quali dico che cederebbono alle nostre esperienze, ma

ben abbiamo alle mani arcieri e scagliatori, provate voi se, coll'addur loro queste tante autoritá, vi succede d'avvalorargli in guisa, che le frecce ed i piombi tirati da loro s'abbrucino e liquefacciano per aria; e cosí vi chiarirete quanta sia la forza dell'umane autoritá sopra gli effetti della natura, sorda ed inessorabile a i nostri vani desiderii. Voi mi direte che non ci sono piú gli Acesti e Mezenzii o lor simili Paladini valenti: ed io mi contento che, non con un semplice arco a mano, ma con un robustissimo arco d'acciaio d'un balestrone caricato con martinelli e leve, che a piegarlo a mano non basterebbe la forza di trenta Mezenzii, voi tiriate una freccia o dieci o cento; e se mai accade che, non dirò che 'l ferro d'alcuna s'infuochi o 'l suo fusto s'abbruci, ma che le sue penne solamente rimangano abbronzate, io voglio aver perduta la lite, ed anco la grazia vostra, da me grandemente stimata. Orsú, Sig. Sarsi, io non vi voglio piú tener sospeso: non m'abbiate per tanto ritroso che io non voglia cedere all'autoritá ed al testimonio di tanti poeti ammirabili, e ch'io non voglia credere che tal volta sia accaduto l'abbruciamento delle frecce e la fusione de' metalli; ma dico bene, di cotali meraviglie la causa essere stata molto diversa da quella che i filosofi n'ánno voluta addurre, mentre la riducono ad attrizzioni d'arie ed essalazioni e simili chimere, che son tutte vanitá. Volete voi saperne la vera cagione? Sentite il Poeta a niun altro inferiore, nell'incontro di Ruggiero con Mandricardo e nel fracassamento delle lor lance:

> I tronchi sino al ciel ne sono ascesi;
> Scrive Turpin, verace in questo loco,
> Che due o tre giú ne tornaro accesi,
> Ch'eran saliti alla sfera del foco.

E forse che il grand'Ariosto non leva ogni causa di dubitar di cotal veritá, mentr'ei la fortifica coll'attestazione

di Turpino? il quale ognun sa quanto sia veridico e quanto bisogni credergli.

Ma lasciamo i poeti nella lor vera sentenza, e torniamo a quelli che riducono la causa all'attrizion dell'aria: la quale opinione io reputo falsa; e considero quello che producete voi, volendo mostrare come i corpi durissimi per l'attrizione d'altri piú molli possano consumarsi, e dite, ciò apertamente scorgersi nell'acqua e nel vento ancora, rodendo e consumando questo i cantoni delle saldissime torri, e quella, con una continua distillazione e frequente picchiare, scavando i marmi e i durissimi scogli. Tutto questo vi concedo io, perch'è verissimo; e piú v'aggiungo che non dubito punto che le frecce e le palle, non solo di piombo, ma di pietra e di ferro ancora, cacciate fuor d'una artiglieria si consumano, nel ferir l'aria con quella somma celeritá, piú che gli scogli o le muraglie nelle percosse dell'acqua e del vento; e dico, che se per fare una notabile corrosione o scortecciamento negli scogli e nelle torri ci vuole il ferir di ducento o trecento anni dell'acqua e del vento, nel roder le frecce e le palle d'artiglieria basterebbe ch'elle durassero ad andar per aria due o tre mesi soli: ma il tempo di due o tre battute di polso solamente non intendo giá come possa fare effetto notabile. Oltre che mi restano due altre difficoltá nell'applicar questa vostra, veramente ingegnosa, considerazione al proposito vostro: l'una è, che noi parliamo di liquefare e struggere per via di calore, e non di consumare per via di percosse; l'altra è, che nel caso vostro voi avete bisogno che non il corpo solido, ma il corpo molle e sottile, sia quello che si stritoli ed assottigli, cioè l'aria, ch'è quella che s'ha poi ad accendere: ora l'esperienze addotte da voi provano che i sassi, e non l'aria o l'acqua, ricevon l'attrizione; e veramente io credo che l'aria e l'acqua, picchino pure se sanno picchiare, non però si assottiglieranno mai piú che prima. Per tanto

io concludo, poco aiuto e sollevamento per la causa vostra derivar da queste cose, come anco da quel ch'aggiungete della gragnuola e delle gocciole dell'acqua: delle quali io vi concedo che nel cader da alto si vadano rappiccolendo; ve lo concedo, dico, non perch'io non non creda che possa esser vero anco tutto l'opposito di quel che dite voi, ma perché non veggo che né nell'uno né nell'altro modo abbia che far col proposito di che si tratta. Che la frombola poi co' suoi fischi e scoppi sia argomento d'aria condensata nella sua agitazione, la lascerò esser quel che piace a voi; ma avvertite che sará una contradizzione a voi medesimo e un disastro alla vostra causa: imperocché sin qui avete sempre detto che per l'agitazione e commozione gagliarda si fa l'attrizione, rarefazzione e finalmente l'accendimento nell'aria, ed ora, per render ragione del sibilo della scaglia, o vero per trovare il senso delle parole assai offuscate di Stazio, volete la condensazione; sí che quella medesima commozione che, per servire allo struggere ed abbruciare, rarefá l'aria, per servizio de' frombolatori e di Stazio la condensa. Ma passiamo a sentire i testimoni degl'istorici.

45. *Sed ne poëtarum testimonium, vel eo ipso poëtæ nomine, suspectum alicui videatur (quamquam eosdem ex communi saltem omnium sensu locutos scimus), ad alios venio magnæ etiam auctoritatis ac fidei viros. Suidas igitur in Historicis, verbo [περιδινοῦντες, hæc narrat: « Babylonii iniecta in fundas ova in orbem circumagentes, rudis et venatorii victus non ignari, sed iis rationibus quas solitudo postulat exercitati, etiam crudum ovum impetu illo coxerunt ». Hæc ille. Iam vero si quis tantarum causas rerum inquirat, audiat Senecam philosophum, quando hic inter cæteros Galilæo probatur, de his philosophice disputantem. Ille enim, ex sententia, primum, Posidonii, « In ipso aëre, inquit, quidquid attenuatur, simul siccatur et calet »; ex sua vero sententia,*

« Non est, inquit, assiduus spiritus cursus, sed quoties fortius ipsa iactatione se accendit, fugiendi impetum capit ». Sed longe hæc apertius alibi, ubi fulminis causas inquirens, « Id evenit, inquit, ubi in ignem extenuatus in nubibus aër vertitur, nec vires quibus longius prosiliat invenit » (audiat iam quæ sequuntur Galilæus, sibique dicta existimet): « non miraris, puto, si aëra aut motus extenuat, aut extenuatio incendit; sic liquescit excussa glans funda, et attritu aëris velut igne distillat ». Nescio sane, an d i s e r t e *magis* a u t *clarius* d i c i *unquam id* p o s s e t. *Sive igitur poëtarum optimis, sive philosophis credas, vides, quicumque hac de re dubitas, atteri posse per motum aërem, atque ita incalescere, ut vel plumbum eius calore liquescat.* N a m q u i s h i c e x i s t i m e t, *viros virorum florem eruditissimorum, cum de iis loquerentur quorum in re militari quotidianus erat etiam tunc usus, egregie adeo atque impudenter mentiri voluisse? Equidem non is sum, qui sapientibus hanc notam inuram.*

Io non posso non ritornare a meravigliarmi, che pur il Sarsi voglia persistere a provarmi per via di testimonii quello ch'io posso ad ogn'ora veder per via d'esperienze. S'essaminano i testimonii nelle cose dubbie, passate e non permanenti, e non in quelle che sono in fatto e presenti; e cosí è necessario che il giudice cerchi per via di testimonii sapere se è vero che ier notte Pietro ferisse Giovanni, e non se Giovanni sia ferito, potendo vederlo tuttavia e farne il *visu reperto*. Ma piú dico che anco nelle conclusioni delle quali non si potesse venire in cognizione se non per via di discorso, poca piú stima farei dell'attestazioni di molti che di quella di pochi, essendo sicuro che il numero di quelli che nelle cose difficili discorron bene, è minore assai che di quei che discorron male. Se il discorrere circa un problema difficile fusse come il portar pesi, dove molti cavalli porteranno piú sacca di grano che un caval solo, io acconsentirei che i

molti discorsi facesser piú che un solo; ma il discorrere è come il correre, e non come il portare, ed un caval barbero solo correrá piú che cento frisoni. Però quando il Sarsi vien con tanta moltitudine d'autori, non mi par che fortifichi punto la sua conclusione, anzi che nobiliti la causa del Sig. Mario e mia, mostrando che noi abbiamo discorso meglio che molti uomini di gran credito. Se il Sarsi vuole ch'io creda a Suida che i Babilonii cocesser l'uova col girarle velocemente nella fionda, io lo crederò; ma dirò bene, la cagione di tal effetto esser lontanissima da quella che gli viene attribuita, e per trovar la vera io discorrerò cosí: « Se a noi non succede un effetto che ad altri altra volta è riuscito, è necessario che noi nel nostro operare manchiamo di quello che fu causa della riuscita d'esso effetto, e che non mancando a noi altro che una cosa sola, questa sola cosa sia la vera causa: ora, a noi non mancano uova, né fionde, né uomini robusti che le girino, e pur non si cuocono, anzi, se fusser calde, si raffreddano piú presto; e perché non ci manca altro che l'esser di Babilonia, adunque l'esser Babiloni è causa dell'indurirsi l'uova, e non l'attrizion dell'aria », ch'è quello ch'io volevo provare. È possibile che il Sarsi nel correr la posta non abbia osservato quanta freschezza gli apporti alla faccia quella continua mutazion d'aria? e se pur l'ha sentito, vorrá egli creder piú le cose di dumila anni fa, succedute in Babilonia e riferite da altri, che le presenti e ch'egli in se stesso prova? Io prego V. S. Illustrissima a farli una volta veder di meza state ghiacciare il vino per via d'una veloce agitazione, senza la quale egli non ghiaccerebbe altrimenti. Quali poi possano esser le ragioni che Seneca ed altri arrecano di questo effetto, ch'è falso, lo lascio giudicare a lei.

All'invito che mi fa il Sarsi ad ascoltare attentamente quello che conclude Seneca, e ch'egli poi mi domanda se si poteva dir cosa piú chiaramente e piú sottilmente,

io gli presto tutto il mio assenso, e confermo che non si poteva né piú sottilmente né piú apertamente dire una bugia. Ma non vorrei giá ch'ei mi mettesse, com'ei cerca di fare, per termine di buona creanza in necessitá di credere quel ch'io reputo falso, sí che negandolo io venga quasi a dar una mentita a uomini che sono il fior de' letterati e, quel ch'è piú pericoloso, a soldati valorosi; perch'io penso ch'eglino credesser di dire il vero, e cosí la lor bugia non è disonorata: e mentre il Sarsi dice, non volere esser di quelli che facciano un tal affronto ad uomini sapienti, di contradire e non credere a i lor detti, ed io dico, non voler esser di quelli cosí sconoscenti ed ingrati verso la natura e Dio, che avendomi dato sensi e discorso, io voglia pospor sí gran doni alle fallacie d'un uomo, ed alla cieca e balordamente creder ciò ch'io sento dire, e far serva la libertá del mio intelletto a chi può cosí bene errare come me.

46. *Sed quid adversus hæc afferre possit Galilæus, non dissimulabo: dicat enim fortasse, nullam unquam fuisse fundarum aut arcuum vim tantam, quæ sclopeti aut muralis tormenti impulsum æquare potuerit; quod si plumbeæ glandes hisce tormentis excussæ non liquescunt, addito etiam pulveris incendio, quo vel uno liquescere deberent, iure suspicari nos posse, poëtarum fuisse commenta illa liquefacti plumbi atque exustarum exempla sagittarum. Sed si hæc facile obiiciat Galilæus, non æque tamen facile eadem probarit. Quin potius scio, explosas maioribus bombardis plumbeas pilas in aëre liquescere aliquando. Certe Homerus Turtura, ut nuperrimus ita diligentissimus rerum Gallicarum scriptor, ait, ingentem aliquando tormentariorum globorum vim inutilem mœnibus diruendis fuisse, quod, cum illi exigui prius forent atque ex ferro, superinducto plumbo maiores effecti fuissent: « cum enim, inquit, in muros exploderentur, plumbo in aëre liquescente, solus interior globulus*

ex ferro, instar nuclei, abiecto cortice, murum pertingebat ». Præterea, audivi ipse ex iis qui viderant, probatissimæ fidei viris, cum dicerent, globulum plumbeum rotundum sclopeto explosum, cum brachio forte alterius inhæsisset, ex eodem postea extractum fuisse non rotundum, sed oblongum et vere glandis figuram referentem: quod quotidianis etiam exemplis comprobatur, dum irrito sæpe ictu glandes plumbeæ sclopetis excussæ, inter hostium vestes implicitæ, figura non amplius qua fuerant, sed compressæ ac laciniosæ atque etiam frustatim comminutæ reperiuntur. Quod argumento est, illas, ex calore concepto rariores effectas, invalido percussisse ictu.

Continua pure il Sarsi nel cominciato stile, di voler provar coll'altrui relazioni quello che sta in fatto e che ogn'ora si può vedere per l'esperienza; e come per autorizar gli antichi arcieri e frombolatori ha trovato uomini per altro insigni, cosí, per render credibile il medesimo effetto di liquefarsi le moderne palle d'archibuso e d'artiglieria, ha ritrovato un moderno istorico non men degno di fede né di minore autoritá di qualunque altro antico. Ma perché non punto deroga di fede né di dignitá all'istorico l'arrecare d'un effetto naturale vero una ragione non vera, essendo che all'istorico appartiene il solo effetto, ma la ragione è officio del filosofo; però, credendo io al Sig. Omero Tortora che le palle d'artiglieria, per essere state incamiciate di piombo, facesser poco effetto nel batter la muraglia nemica, piglierò ardire di negargli la ragione ch'egli, ricevendola dalla commune filosofia, n'adduce; con isperanza che l'istesso istorico, sí come sin qui ha creduto quello che ha trovato scritto da tanti altri uomini grandi, l'autoritá de' quali è stata bastante ad acquistar fede ad ogni lor detto, cosí, sentendo le mie ragioni, sia per cangiare opinione, o almeno per venire in pensiero di voler vedere coll'esperienza qual sia la veritá. Credo dunque al Sig. Tortora, che le palle di

ferro covertate di piombo nella batteria di Corbel facesser poco effetto, e che di loro si ritrovasser l'anime di ferro spogliate di piombo; e questo è tutto quello ch'appartiene all'istorico: ma non credo giá l'altra parte filosofica, cioè che il piombo si liquefacesse, e che perciò si trovasser nude le palle di ferro; ma credo che giungendo con quello estremo impeto che dal cannone veniva cacciata la palla sopra la muraglia, la coverta di piombo in quella parte che rimaneva compressa tra 'l muro esterno e l'interior palla di ferro si ammaccasse e sbranasse, e che l'istesso o poco meno facesse anco l'altra parte del piombo opposta, schiacciandosi sopra il ferro, e che tutto il piombo, dilaniato e trasfigurato, saltasse in diverse bande, il quale poi, imbrattato da calcinacci e perciò simile ad altri fragmenti della ruina, malagevolmente si ritrovasse, e forse anco per avventura non fusse con quella diligenza ricercato, che richiederebbe la curiositá di chi volesse venire in cognizione s'ei si fusse strutto o pur dilacerato; e cosí servendo il piombo quasi come riparo e guanciale alla palla di ferro, onde ella minor percossa dava e riceveva, con ingrata ricompensa ne restava egli in guisa dilacerato e guasto, che né il cadavero ancora si ritrovava tra i morti. E perché io intendo che il Sig. Omero si ritrova costí in Roma, se mai accadesse che s'incontrasse con V. S. Illustrissima, la prego a leggergli questo poco che ho scritto e quel resto che scriverò appresso in questo proposito; imperocché grandissima stima farei del guadagnarmi l'assenso di persona meritamente pregiata assai all'etá nostra.

Dico dunque, che se noi considereremo in quanto tempo va la palla dal cannone alla muraglia, e quello che dentro a tal tempo deve operare per far la fusione del piombo, gran meraviglia sará ch'altri voglia persistere in opinione che pur tal effetto segua. Il tempo è assai meno d'una battuta di polso, dentro al quale si ha da

fare l'attrizione dell'aria, si ha poi d'accendere, ed in ultimo si deve liquefare il piombo; ma se noi metteremo la medesima palla di piombo nel mezo d'una fornace ardente, ei non si struggerá né anco in venti battute: resterá ora al Sarsi di persuader altrui, che l'aria attrita e accesa sia uno ardore incomparabilmente maggiore di quel d'una fornace. Di piú, ci mostra l'esperienza come una palla di cera tirata coll'archibuso passa una tavola, ch'è argomento ch'ella non si strugga per aria: bisognerá dunque che il medesimo Sarsi renda ragione, perché si liquefaccia il piombo, ma non la cera. Di piú, se il piombo si liquefá, sicuramente, arrivando sopra un corsaletto, poca botta potrá fare; onde gran meraviglia mi resta che questi moschettieri non abbiano ancor pensato di far le palle di ferro, acciò non cosí facilmente si struggano; ma tirano pur con palle di piombo, alle quali poche piastre di ferro sono che resistano, ed in quelle che reggono si trova una ben profonda ammaccatura e la palla schiacciata, ma non giá liquefatta. Negli uccelli ammazzati con le migliaruole si ritrovano i grani di piombo dell'istessa figura per l'appunto: toccherá al Sarsi a render ragione come si liquefacciano i pezzi di piombo di quindici o venti libre l'uno, ma non quelli che ne va trentamila alla libra. Che tutto il giorno si trovino tra i vestimenti de' nemici le palle diversificate di figura, crederò che alcune si sieno schiacciate nell'armadura, e tali rimaste tra i panni; altre possono avere urtato per iscancío in una celata e perciò allungatesi, e, giungendo stracche ne' panni di un altro, restatevi senza offenderlo: ed in somma possono in una scaramuccia accadere mille accidenti, dico senza liquefazione; la quale quando fusse, bisognerebbe che il piombo, disperdendosi in piú minute stille che non fa l'acqua (come sa il Sarsi), da luoghi altissimi, e però con gran velocitá, cadendo, si perdesse del tutto, sí che niente d'esso si ritrovasse. Lascio star di

dire che la freccia e la palla accompagnate dall'aria ardente doverebbono, la notte in particolare, mostrar nel lor viaggio una strada risplendente, come quella d'un razo, giusto nella maniera che scrive Virgilio della freccia di Aceste, che segnò il suo cammino colle fiamme; tuttavia tal effetto non si vede se non poeticamente, ben che gli altri accidenti notturni, come di baleni, di stelle discorrenti, per gran lume si facciano molto cospicuamente vedere.

47. *At id quotidie accidere non videmus. Nempe, neque auctores a nobis citati affirmarunt, quoties Balearicus fundibularius plumbum funda proiiceret, solitum illud ex motu liquescere, sed tantum accidisse id non semel, atque ideo insolitam rem pene miraculo fuisse: nos etiam supra diximus, ad ignem ex attritu aëris excitandum multam exhalationum copiam in eodem aëre requiri, quod calidiora facilius ignescant. Sic enim videmus in cœmeteriis per æstatem accidere non raro, ut ad alicuius hominis adventum aut ad lenissimi favonii eventilationem agitatus aër ille, siccis et calidis halitibus infectus, in flammam statim abeat. Quænam porro hic corporum duriorum attritio reperitur? Et tamen ex motu atque attritione levissima aër ille ignescit. Atque hoc voluit Aristoteles, cum dixit: « Cum autem fertur et movetur hoc modo, quacumque contigerit bene temperata existens, sæpe ignitur »: quo textu satis aperte significat, hæc non contingere nisi in iis circumstantiis quas superius enumeravimus. Quare, si quando is aëris status fuerit ut huiusmodi exhalationibus abunde ferveat, aio plumbeos orbes, fundis etiam validissime excussos, suo motu aërem accensuros, atque ab eodem incenso incendendos vicissim fore; non esse proinde, cur Galilæus ad experimenta confugiat, cum non nostro hæc arbitratu, sed casu, evenire asseramus; perdifficile autem est casum, cum volueris, accersere. Quod si quis forte*

dixerit, glandes tormentis bellicis explosas, non ex attritu aëris, sed ex igne vehementissimo quo excutiuntur, accendi; quamquam haud ita facile mihi persuadeam, ingentem plumbi vim ab eo igne liquescere quem brevissimo temporis momento vix attigerit, satis hoc loco habeo ostendisse, nullum ab his exemplis Galilæo patere effugium ad poëtarum et philosophorum testimonia evadenda.

Questo liquefarsi le palle di piombo, che quattro versi di sopra disse il Sarsi che si conferma con esempli cotidiani, adesso dice accader cosí di rado, che, come cosa insolita, vien reputato quasi un miracolo. Or questa gran ritirata ci assicura pur di vantaggio ch'ei si conosce molto bisognoso di schermi e di fughe; il qual bisogno va egli confermando colla propria incostanza, di voler or questa cosa ed or quella: ora dice che per accender l'aria basta l'agitazione d'un piccol venticello, ed anco il solo arrivo d'un uomo vivo sopra un cimiterio di morti; altra volta (come ha detto di sopra, e replica nel fine di questa proposizione) vorrá un moto veemente, una copia grande d'essalazioni, una grande attenuazione di materia, e se altra cosa è che conferisca a questa fattura; ed a quest'ultimo riquisito sottoscrivo piú che a tutti gli altri, sicurissimo che non solo questi accendimenti, ma qualunque altro piú meraviglioso e recondito effetto di natura segue quando vi son quei requisiti che si convengono. Vorrei ben sapere a che proposito mi domandi il Sarsi, dopo aver detto delle fiamme che sopra i cimiteri s'accendono per lo semplice arrivo d'un uomo o per un lento venticello, mi domandi, dico, dove sia qui l'attrizion de' corpi duri? Io ho ben detto che l'attrizion potente ad eccitare il fuoco è sola quella che vien fatta da' corpi solidi; ora non so qual logica insegni al Sarsi a ritrar da questo detto ch'io voglia che, qualunque si sia l'accendimento, non si possa cagionar da altro che da cotale attrizione. Replico dunque al Sarsi che l'incendio si può suscitare in molti

modi, tra i quali uno è l'attrizione e stropicciamento gagliardo di due corpi duri; e perché tale attrizione non si può far da' corpi sottili e fluidi, però dico che le comete e baleni, le saette, le stelle discorrenti, ed ora aggiugniamoci le fiamme de' cimiteri, non s'accendono per attrizione né d'aria né di venti né d'esalazioni, anzi che ciascheduno di questi abbruciamenti si fa il piú delle volte nelle maggiori tranquillitá d'aria e quando il vento è del tutto fermo. Voi forse mi direte: Qual dunque è la causa di queste incensioni? Vi risponderò, per non entrare in nuove liti, che non la so, ma che so bene che né l'acqua né l'aria si tritano né si accendono né s'abbruciano giá mai, non essendo materie né tritabili né combustibili: e se dando fuoco ad un sol fil di paglia, a un capello di stoppa, non resta l'abbruciamento sin che tutta la stoppa e tutta la paglia, se ben fusse cento milioni di carra, non è abbruciata; anzi, se dato fuoco ad un piccol legno abbrucerebbe tutta la casa e la cittá intera e tutte le legna del mondo che fusser contigue alle prime ardenti, se non si corresse prestamente a i ripari, chi riterrebbe mai che l'aria, cosí sottile e di parti tutte aderenti senza separazione, quando se n'accendesse una particella, non ardesse anco il tutto?

Riducesi finalmente il Sarsi a dire con Aristotile che se mai accaderá che l'aria sia abondantemente ripiena di tali essalazioni ben temperate, e con altri riquisiti detti, allora si liquefanno le palle di piombo, e non solamente quelle dell'artiglierie e degli archibusi, ma le tirate colle fionde ancora. Dunque tale bisogna che fusse lo stato dell'aria al tempo che i Babilonii cocevan l'uova; tale fu, con gran ventura degli assediati, mentre si batteva la cittá di Corbel; ed allora che tale si ritrova, si può allegramente andar contro all'archibusate: ma perché l'affrontare una tal costituzione è cosa di ventura e che non accade cosí spesso, però dice il Sarsi che non si deve

ricorrere all'esperienze, attento che questi miracoli non si fanno ad arbitrio nostro, ma del caso, ch'è poi difficilissimo a incontrarsi. Tanto che, Sig. Sarsi, quando bene l'esperienze fatte mille e mille volte, in tutte le stagioni dell'anno ed in qualsivoglia luogo, non riscontrassero mai co 'l detto di quei poeti filosofi ed istorici, questo non importa niente, ma dobbiamo credere alle lor parole, e non a gli occhi nostri. Ma se io vi troverò una costituzion d'aria con tutti quei requisiti che voi dite che si ricercano, e che ad ogni modo non ci cuocano l'uova né si struggano le palle di piombo, che direte voi allora, Sig. Sarsi? Ma aimè! io fo troppo grande oblazione, e sempre vi rimarrá la ritirata con dire che vi manca qualche requisito necessario. Troppo avvedutamente vi recaste voi in un posto sicuro, quando diceste esser di bisogno per l'effetto un moto violento, gran copia d'essalazioni, una materia bene attenuata *et si quid aliud ad idem conducit*: quel *si quid aliud* è quel che mi sbigottisce, ed è per voi un'ancora sacra, un asilo, una franchigia troppo sicura. Io avevo fatto conto di sospender la causa e soprassedere sin che venisse qualche cometa, immaginandomi che in quel tempo della sua durazione Aristotile e voi foste per concedermi che l'aria, sí come si trovava ben disposta per l'abbruciamento di quella, cosí si ritrovasse anco per la liquefazzione del piombo e per cuocer l'uova, parendomi che voi aveste per ambedue gli effetti ricercato la medesima disposizione; ed allora volevo che noi mettessimo mano alle fionde, all'uova, agli archi, ai moschetti ed all'artiglierie, e ci chiarissimo in fatto della veritá di questo negozio; anzi pure che, senz'aspettar comete, il tempo dovrebbe essere opportuno di meza state, e quando l'aria lampeggia e fulmina, venendo a tutti questi ardori assegnata l'istessa causa: ma dubito che quando ben voi non vedeste in cotali tempi liquefarsi le palle, né pur cuocersi l'uova, non però cedereste, ma direste mancarci

quel *si quid aliud ad idem conducens.* Se voi mi direte che cosa sia questo *si quid aliud*, io mi sforzerò di provederlo; quanto che no, lascerò correr la sentenza, la qual credo senz'altro che sará contro di voi, se non in tutto e per tutto, almanco in questa parte, che mentre che noi andiamo ricercando la causa naturale d'un effetto, voi vi riducete a voler ch'io m'appaghi d'una ch'è tanto rara, che voi stesso la nominate finalmente e la riponete tra i miracoli. Ora, sí come né per girar di fionde né per tirar d'archi né d'archibusi né d'artiglierie noi non veggiamo mai farsi gli effetti piú volte nominati, o pur, se giá mai è accaduto un tale accidente, è stato cosí di rado che dobbiamo tenerlo come miracolo, e come tale piú tosto crederlo all'altrui relazione che cercar di vederlo per prova; perché, dico, stanti queste cose cosí, non vi dovete voi contentar di conceder che veramente per uno ordinario le comete non si accendono per un'attrizione d'aria, e contentarvi ancora di passar come cosa di miracolo se pur alcuno vi concederá che tal una si sia, una volta in mill'anni, accesa per quella attrizione ben corredata di tutte quelle circostanze che voi ricercate?

Quanto all'instanza che il Sarsi si promuove e risolve, cioè che alcuno forse potrebbe dire che non per attrizion d'aria, ma pel fuoco veemente che le caccia, si struggono le palle d'archibuso e d'artiglieria; io, primieramente, non sarò di quelli che oppongano in cotal guisa, perché dico ch'elle non si struggono né in quello né in modo veruno: quanto poi alla risposta dell'instanza, non so perché il Sarsi non abbia arrecata quella ch'è propriissima e chiara, dicendo che le palle e le frecce cacciate colla fionda e coll'arco, dove non è fuoco, mostrano la nullitá dell'instanza apertamente. Questa pare a me che fusse risposta assai piú diretta che la portata dal Sarsi, cioè che 'l tempo nel quale la palla va col fuoco, gli par troppo breve per liquefare un gran pezzo di piombo: il

che è vero, ma vero è ancora che assai piú breve è l'altro tempo ch'ella spende nel suo viaggio, per liquefarlo con l'attrizion dell'aria.

All'ultima conclusione ch'ei ne raccoglie, non so che rispondere, perché non intendo punto ciò ch'ei si voglia dire mentr'ei dice, bastargli aver mostrato ch'io, per questi essempi, non ho ritirata alcuna per isfuggire i testimonii de' poeti e de' filosofi; i quali testimonii essendo scritti e stampati in mille libri, io non ho mai cercato di sfuggirli, e ben mi parrebbe privo di discorso affatto chi tentasse una tale impresa. Ho ben detto che l'attestazioni son false, e tali mi par che siano tuttavia.

48. *Sed obiicit præterea: Quamvis admittatur, ex motu accendi exhalationes aliquando posse, nescire tamen se intelligere, qui fiat ut statim atque ignem conceperint, non consumantur, sicuti in fulminibus, stellis cadentibus aliisque huiusmodi fieri quotidie videmus. Ego vero satis id intelligi posse existimo, si quis, ex iis quos hominum ars atque industria invenit ignibus, similiter de sublimioribus illis a natura succensis philosophetur. Duplicis enim naturæ nostri hi sunt: sicci alii ac rari nulloque hærentes glutine, qui, ut ignem conceperint, claro largoque fulgore, subito incremento, at caduco brevique incendio, nullis pene reliquiis, conflagrare solent; alii tenaciori materia compacti ac piceo liquore conflati, in longum tempus duraturi, flamma diuturniore nocturnas nobis tenebras illustrant. Quidni igitur in supremis illis regionibus simile aliquid contingat? Vel enim materia levis adeo rara et sicca est, ut nullo humidi vinculo colligetur; atque hæc subito celerique fulgore, in suo veluti exortu interitura, succenditur: vel certe viscida est et glutinosa; quæ, si quo casu accendatur, non ad interitum illico properet, sed suo plane succo diutius vivat, ac longiore ætate, suspicientibus undique mortalibus, ex alto resplendeat. Satis igitur hinc*

apparet, qui possit fieri ut ignes in summo aëre succensi non illico extinguantur aliquando, sed diutius ardeant: apparet etiam, aërem succendi posse, si ea præsertim adsint quæ calori ex attritu excitando plurimum conferunt, vehemens videlicet motus, exhalationum copia, materiæ attenuatio, et si quid aliud ad idem conducit.

Legga or V. S. Illustrissima quel che resta fino al fine di questa proposizione; nel qual proposito poco mi resta che dire, avendone detto assai di sopra. Per tanto metterò solo in considerazione, come il Sarsi, per mantenere che l'incendio della cometa possa durare mesi e mesi, ancor che gli altri che si fanno in aria, come baleni, fulmini, stelle discorrenti e simili, sieno momentanei, assegna due sorti di materie combustibili: altre leggieri, rare, secche e senz'alcun collegamento d'umiditá; altre viscose, glutinose, e in consequenza con qualche umiditá collegate: delle prime vuol che si facciano gli abbruciamenti momentanei; delle seconde, gl'incendii diuturni, quali sono le comete. Ma qui mi si rappresenta una assai manifesta repugnanza e contradizzione: perché, se cosí fusse, dovrebbono i baleni e i fulmini, come quelli che si fanno di materia rara e leggiera, farsi nelle parti altissime, e le comete, come accese in materia piú glutinosa, corpulenta, ed in consequenza piú grave, nelle parti piú basse; tuttavia accade il contrario, perché i baleni ed i fulmini non si fanno alti da terra né anco un terzo di miglio, sí come ci assicura il piccolo intervallo di tempo che resta tra il veder noi il baleno e 'l sentire il tuono, quando ci tuona sopra il vertice; ma che le comete sieno indubitabilmente senza comparazione piú alte, quando altro non ce lo manifestasse a bastanza, l'abbiamo dal lor movimento diurno da oriente in occidente, simile a quello delle stelle. E tanto basti aver considerato intorno a queste esperienze.

Restami ora che, conforme alla promessa fatta di sopra a V. S. Illustrissima, io dica certo mio pensiero intorno alla proposizione «Il moto è causa di calore», mostrando in qual modo mi par ch'ella possa esser vera. Ma prima mi fa di bisogno fare alcuna considerazione sopra questo che noi chiamiamo *caldo,* del qual dubito grandemente che in universale ne venga formato concetto assai lontano dal vero, mentre vien creduto essere un vero accidente affezzione e qualitá che realmente risegga nella materia dalla quale noi sentiamo riscaldarci.

Per tanto io dico che ben sento tirarmi dalla necessitá, subito che concepisco una materia o sostanza corporea, a concepire insieme ch'ella è terminata e figurata di questa o di quella figura, ch'ella in relazione ad altre è grande o piccola, ch'ella è in questo o quel luogo, in questo o quel tempo, ch'ella si muove o sta ferma, ch'ella tocca o non tocca un altro corpo, ch'ella è una, poche o molte, né per veruna imaginazione posso separarla da queste condizioni; ma ch'ella debba essere bianca o rossa, amara o dolce, sonora o muta, di grato o ingrato odore, non sento farmi forza alla mente di doverla apprendere da cotali condizioni necessariamente accompagnata: anzi, se i sensi non ci fussero scorta, forse il discorso o l'immaginazione per se stessa non v'arriverebbe giá mai. Per lo che vo io pensando che questi sapori, odori, colori, etc., per la parte del suggetto nel quale ci par che riseggano, non sieno altro che puri nomi, ma tengano solamente lor residenza nel corpo sensitivo, sí che rimosso l'animale, sieno levate ed annichilate tutte queste qualitá; tuttavolta però che noi, sí come gli abbiamo imposti nomi particolari e differenti da quelli de gli altri primi e reali accidenti, volessimo credere ch'esse ancora fussero veramente e realmente da quelli diverse.

Io credo che con qualche essempio piú chiaramente spiegherò il mio concetto. Io vo movendo una mano ora

sopra una statua di marmo, ora sopra un uomo vivo. Quanto all'azzione che vien dalla mano, rispetto ad essa mano è la medesima sopra l'uno e l'altro soggetto, ch'è di quei primi accidenti, cioè moto e toccamento, né per altri nomi vien da noi chiamata: ma il corpo animato, che riceve tali operazioni, sente diverse affezzioni secondo che in diverse parti vien tocco; e venendo toccato, v. g., sotto le piante de' piedi, sopra le ginocchia o sotto l'ascelle, sente, oltre al commun toccamento, un'altra affezzione, alla quale noi abbiamo imposto un nome particolare, chiamandola *solletico*: la quale affezzione è tutta nostra, e non punto della mano; e parmi che gravemente errerebbe chi volesse dire, la mano, oltre al moto ed al toccamento, avere in sé un'altra facoltá diversa da queste, cioè il solleticare, sí che il solletico fusse un accidente che risedesse in lei. Un poco di carta o una penna, leggiermente fregata sopra qualsivoglia parte del corpo nostro, fa, quanto a sé, per tutto la medesima operazione, ch'è muoversi e toccare; ma in noi, toccando tra gli occhi, il naso, e sotto le narici, eccita una titillazione quasi intollerabile, ed in altra parte a pena si fa sentire. Or quella titillazione è tutta di noi, e non della penna, e rimosso il corpo animato e sensitivo, ella non è piú altro che un puro nome. Ora, di simile e non maggiore essistenza credo io che possano esser molte qualitá che vengono attribuite a i corpi naturali, come sapori, odori, colori ed altre.

Un corpo solido, e, come si dice, assai materiale, mosso ed applicato a qualsivoglia parte della mia persona, produce in me quella sensazione che noi diciamo *tatto,* la quale, se bene occupa tutto il corpo, tuttavia pare che principalmente risegga nelle palme delle mani, e piú ne i polpastrelli delle dita, co' quali noi sentiamo piccolissime differenze d'aspro, liscio, molle e duro, che con altre parti del corpo non cosí bene le distinguiamo; e di queste sen-

sazioni altre ci sono piú grate, altre meno, secondo la diversitá delle figure de i corpi tangibili, lisce o scabrose, acute o ottuse, dure o cedenti: e questo senso, come piú materiale de gli altri e ch'è fatto dalla soliditá della materia, par che abbia riguardo all'elemento della terra. E perché di questi corpi alcuni si vanno continuamente risolvendo in particelle minime, delle quali altre, come piú gravi dell'aria, scendono al basso, ed altre, piú leggieri, salgono ad alto; di qui forse nascono due altri sensi, mentre quelle vanno a ferire due parti del corpo nostro assai piú sensitive della nostra pelle, che non sente l'incursioni di materie tanto sottili tenui e cedenti: e quei minimi che scendono, ricevuti sopra la parte superiore della lingua, penetrando, mescolati colla sua umiditá, la sua sostanza, arrecano i sapori, soavi o ingrati, secondo la diversitá de' toccamenti delle diverse figure d'essi minimi, e secondo che sono pochi o molti, piú o men veloci; gli altri, ch'ascendono, entrando per le narici, vanno a ferire in alcune mammillule che sono lo strumento dell'odorato, e quivi parimente son ricevuti i lor toccamenti e passaggi con nostro gusto o noia, secondo che le lor figure son queste o quelle, ed i lor movimenti, lenti o veloci, ed essi minimi, pochi o molti. E ben si veggono providamente disposti, quanto al sito, la lingua e i canali del naso: quella, distesa di sotto per ricevere l'incursioni che scendono; e questi, accommodati per quelle che salgono: e forse all'eccitar i sapori si accommodano con certa analogia i fluidi che per aria discendono, ed a gli odori gl'ignei che ascendono. Resta poi l'elemento dell'aria per li suoni: i quali indifferentemente vengono a noi dalle parti basse e dall'alte e dalle laterali, essendo noi costituiti nell'aria, il cui movimento in se stessa, cioè nella propria regione, è egualmente disposto per tutti i versi; e la situazion dell'orecchio è accommodata, il piú che sia possibile, a tutte le positure di luogo; ed i suoni allora son

fatti, e sentiti in noi, quando (senz'altre qualitá sonore o transonore) un frequente tremor dell'aria, in minutissime onde increspata, muove certa cartilagine di certo timpano ch'è nel nostro orecchio. Le maniere poi esterne, potenti a far questo increspamento nell'aria, sono moltissime; le quali forse si riducono in gran parte al tremore di qualche corpo che urtando nell'aria l'increspa, e per essa con gran velocitá si distendono l'onde, dalla frequenza delle quali nasce l'acutezza del suono, e la gravitá dalla raritá. Ma che ne' corpi esterni, per eccitare in noi i sapori, gli odori e i suoni, si richiegga altro che grandezze, figure, moltitudini e movimenti tardi o veloci, io non lo credo; e stimo che, tolti via gli orecchi le lingue e i nasi, restino bene le figure i numeri e i moti, ma non giá gli odori né i sapori né i suoni, li quali fuor dell'animal vivente non credo che sieno altro che nomi, come a punto altro che nome non è il solletico e la titillazione, rimosse l'ascelle e la pelle intorno al naso. E come a i quattro sensi considerati ánno relazione i quattro elementi, cosí credo che per la vista, senso sopra tutti gli altri eminentissimo, abbia relazione la luce, ma con quella proporzione d'eccellenza qual è tra 'l finito e l'infinito, tra 'l temporaneo e l'instantaneo, tra 'l quanto e l'indivisibile, tra la luce e le tenebre. Di questa sensazione e delle cose attenenti a lei io non pretendo d'intenderne se non pochissimo, e quel pochissimo per ispiegarlo, o per dir meglio per adombrarlo in carte, non mi basterebbe molto tempo, e però lo pongo in silenzio.

E tornando al primo mio proposito in questo luogo, avendo giá veduto come molte affezzioni, che sono reputate qualitá risedenti ne' soggetti esterni, non ánno veramente altra essistenza che in noi, e fuor di noi non sono altro che nomi, dico che inclino assai a credere che il calore sia di questo genere, e che quelle materie che in noi producono e fanno sentire il caldo, le quali noi chia-

miamo con nome generale *fuoco,* siano una moltitudine di corpicelli minimi, in tal e tal modo figurati, mossi con tanta e tanta velocitá; li quali, incontrando il nostro corpo, lo penetrino con la lor somma sottilitá, e che il lor toccamento, fatto nel lor passaggio per la nostra sostanza e sentito da noi, sia l'affezzione che noi chiamiamo *caldo,* grato o molesto secondo la moltitudine e velocitá minore o maggiore d'essi minimi che ci vanno pungendo e penetrando, sí che grata sia quella penetrazione per la quale si agevola la nostra necessaria insensibil traspirazione, molesta quella per la quale si fa troppo gran divisione e risoluzione nella nostra sostanza: sí che in somma l'operazion del fuoco per la parte sua non sia altro che, movendosi, penetrare colla sua massima sottilitá tutti i corpi, dissolvendogli piú presto o piú tardi secondo la moltitudine e velocitá degl'ignicoli e la densitá o raritá della materia d'essi corpi; de' quali corpi molti ve ne sono de' quali, nel lor disfacimento, la maggior parte trapassa in altri minimi ignei, e va seguitando la risoluzione fin che incontra materie risolubili. Ma che oltre alla figura, moltitudine, moto, penetrazione e toccamento, sia nel fuoco altra qualitá, e che questa sia caldo, io non lo credo altrimenti; e stimo che questo sia talmente nostro, che, rimosso il corpo animato e sensitivo, il calore non resti altro che un semplice vocabolo. Ed essendo che questa affezzione si produce in noi nel passaggio e toccamento de' minimi ignei per la nostra sostanza, è manifesto che quando quelli stessero fermi, la loro operazion resterebbe nulla: e cosí veggiamo una quantitá di fuoco, ritenuto nelle porositá ed anfratti di un sasso calcinato, non ci riscaldare, ben che lo tegniamo in mano, perch'ei resta in quiete; ma messo il sasso nell'acqua, dov'egli per la di lei gravitá ha maggior propensione di muoversi che non aveva nell'aria, ed aperti di piú i meati dall'acqua, il che non faceva l'aria, scap-

pando i minimi ignei ed incontrando la nostra mano, la penetrano, e noi sentiamo il caldo.

Perché, dunque, ad eccitare il caldo non basta la presenza de gl'ignicoli, ma ci vuol il lor movimento ancora, quindi pare a me che non fusse se non con gran ragione detto, il moto esser causa di calore. Questo è quel movimento per lo quale s'abbruciano le frecce e gli altri legni e si liquefá il piombo e gli altri metalli, mentre i minimi del fuoco, mossi o per se stessi con velocitá, o, non bastando la propria forza, cacciati da impetuoso vento de' mantici, penetrano tutti i corpi, e di quelli alcuni risolvono in altri minimi ignei volanti, altri in minutissima polvere, ed altri liquefanno e rendono fluidi come acqua. Ma presa questa proposizione nel sentimento commune, sí che mossa una pietra, o un ferro, o legno, ei s'abbia a riscaldare, l'ho ben per una solenne vanitá. Ora, la confricazione e stropicciamento di due corpi duri, o col risolverne parte in minimi sottilissimi e volanti, o coll'aprir l'uscita a gl'ignicoli contenuti, gli riduce finalmente in moto, nel quale incontrando i nostri corpi e per essi penetrando e scorrendo, e sentendo l'anima sensitiva nel lor passaggio i toccamenti, sente quell'affezione grata o molesta, che noi poi abbiamo nominata *caldo, bruciore* o *scottamento.* E forse mentre l'assottigliamento e attrizione resta e si contiene dentro a i minimi quanti, il moto loro è temporaneo, e la lor operazione calorifica solamente; che poi arrivando all'ultima ed altissima risoluzione in atomi realmente indivisibili, si crea la luce, di moto o vogliamo dire espansione e diffusione instantanea, e potente per la sua, non so s'io debba dire sottilitá, raritá, immaterialitá, o pure altra condizion diversa da tutte queste ed innominata, potente, dico ad ingombrare spazii immensi.

Io non vorrei, Illustrissimo Signore, inavvertentemente ingolfarmi in un oceano infinito, onde io non potessi poi

ridurmi in porto; né vorrei, mentre procuro di rimuovere una dubitazione, dar causa al nascerne cento, sí come temo che anco in parte possa essere occorso per questo poco che mi sono scostato da riva: però voglio riserbarmi ad altra occasion piú opportuna.

QUARTA PROPOSITIO.

IRRADIATIO CORPORUM LUMINOSORUM OCULI EST AFFECTIO, NON AUTEM AËRIS ILLUMINATI, CUM AËR ILLUMINARI NON POSSIT.

49. *Dum Galilæus de fulgore illo agit, qui, luminosis corporibus circumfusus, eminus spectantibus ab ipso luminoso corpore non distinguitur, ait primo, illum in oculi superficie per refractionem radiorum in insidente humore fieri, non autem circa astrum aut flammam revera consistere; addit secundo, aërem illuminari non posse; tertio vero, corpora luminosa si per tubum conspiciantur, larga illa radiatione spoliari. Porro ad harum propositionum veritatem investigandam, illud quod secundo loco positum est, primo est a nobis expendendum, hoc est an illuminari aër possit: ex hoc enim reliqua pendere videntur.*

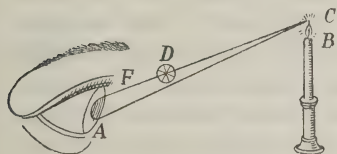
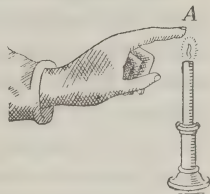
Qua in quæstione supponendum, primum, ex opticis ac physicis est, lumen non videri nisi terminatum; terminari autem non posse, nisi corpore aliquo opaco; perspicuum enim, qua perspicuum est, lucem non terminat, sed liberum eidem transitum præbet: secundum, aërem purum ac sincerum maxime perspicuum esse, minusque proinde aptum ad lumen terminandum; aërem vero impurum, multisque vaporibus admixtum, et lucem terminare et remittere ad oculum posse. Et quidem huius secundæ suppositionis prima pars ab omnibus, atque a Galilæo ipso, ultro conceditur: pars autem altera multis probatur experimentis.

Aurora enim in Solis exortu, atque in occasu crepuscula, satis indicant, impurum aërem illuminari posse; idem testantur coronæ, areæ, parelia, aliaque huiusmodi quæ ex aëre crassiori fiunt. Fateri hoc etiam videtur Galilæus in Nuncio Sidereo, *ubi circa Lunam vaporosum quemdam orbem ei qui Terræ circumfunditur non absimilem, statuit, quem a Sole illuminari asserit; quod de Ioviali etiam orbe videtur affirmare. Præterea, si quis Lunam post alicuius domus tectum adhuc latitantem, cum proxime emersura est, observet, maximam aëris partem eiusdem Lunæ lumine illustratam, quasi lunarem auroram, prius intuebitur; fulgorem autem hunc magis ac magis crescere comperiet, quo propior exortui Luna fuerit. Ridiculum autem esset affirmare auroram, crepuscula, aliosque huiusmodi splendores, in insidente oculis humore per refractionem gigni. Quid enim? dum Lunam ac Solem, altius provectos, brevi inclusos gyro intueor, siccioribus ne oculis sum, quam cum eosdem postea, horizonti proximos, in orbem ampliorem extensos aspicio? Satis igitur ex his patet, aërem impurum ac mixtum illuminari posse; quod etiam ratione pervincitur. Cum enim lumen terminetur ab eo quod aliquam habet opacitatem; aër autem per vapores concretior atque opacior fiat; hac saltem parte, qua opacus est, lumen reflectere poterit.*

Quibus ita explicatis, ad quæstionem propositam redeo: in qua, dum auctores nec pauci nec mali asserunt, partem aëris luminosis corporibus in speciem circumfusi pariter illuminari, non de sincero nullisque admixto vaporibus locuti existimandi sunt, sed de eo aëre qui, densioribus halitibus opacatus, lumen stellarum sistere ac cohibere possit, ne ultra progrediatur. Nam dum aiunt, Solem ac Lunam ampliori sese forma prope horizontem spectandos offerre quam cum altiores fuerint, id ex aëre vaporoso interiecto oriri affirmant: ex quibus patet, illos

non de aëre puro loqui, sed de infecto ac proinde opaciori. Quare statuendum est, non abiiciendam esse (quod Galilæus iubet) opinionem illam quæ asserit, aërem illuminari a stellis posse; cum tot experimentis verissima comprobetur, si de aëre impuriori intelligatur. Quod si illuminari aër potest, poterit etiam pars aliqua luminosi illius coronamenti, quo sidera vestiuntur, in aërem illuminatum referri. Quamvis non negem (id quod primo loco propositum fuerat), radiosam illam coronam longis distinctam radiis, quæ ad quemcumque oculi motum movetur, oculi affectionem esse, ex quo fit ut iidem radii modo plures modo pauciores, nunc breviores nunc productiores, fiant, prout oculus ipse movetur; adhuc tamen non probavit Galilæus, nullam partem illius luminis, quod nos a vera flamma non distinguimus, ex aëre illuminato existere, qua postea ne per specillum quidem luminosa spoliari possint.

Neque obstat experimentum ab eodem Galilæo allatum. « Si manum, inquit, inter lumen atque oculum collocatam ita moveris, ac si lumen occultare velles, fulgor ille circumfusus nunquam tegetur, quoad ipsum verum lumen non absconderis; sed radii ipsi manum inter atque oculum nihilominus comparebunt; at ubi partem veri luminis aliquam texeris, eorumdem radiorum partem oppositam evanescere comperies; nam si luminis partem superiorem celaveris, radii inferiores apparere desinent ». Hæc Galilæus: quæ omnia verissima experior, dum radios ipsos tantum considero, radios, inquam, illos quos, ex eorum motu pene perpetuo ac luminis diversitate, satis superque a reliquo vero lumine distinguo: at dum reliquum lumen, quod ipse verum existimo, celare tento, ea prorsus ex parte qua manum interpono, si non omnino abscondo, minuo saltem atque infusco. Infusco, inquam; neque enim ex qualibet manus interpositione celari obiecta possunt, ne videantur. Si quis enim, ut di-

cebam, attente animadvertat, dum veram candelæ a nobis remotæ flammam tegere manus obiectu nitimur, etiamsi summam pyramidis accensæ partem revera manus texerit, adhuc tamen eamdem illam inter manum atque oculum conspicimus, videturque interpositus digitus ea flamma comburi ac duas veluti in partes secari; ea plane ratione quam digitus A *ostendit. Qui autem fieri possit, ut ex hac digiti interpositione aspectus flammæ non impediatur, sic ostendo. Cum oculi pupilla indivisibilis non sit, sed plures possit in partes dividi, poterit una illius pars tegi, reliquis non tectis; quamvis ergo, parte aliqua pupillæ obtecta,*

ad illam species obiecti luminis non perveniant, si tamen reliquæ apertæ remaneant et ad illas eædem species pertingere possint, lumen adhuc videbitur. Sit enim, v. g., lumen B C, *oculi pupilla* F A, *corpus opacum interpositum sit* D, *quod quidem speciem puncti* C *pervenire ad* F *non permittat, nullo tamen sit impedimento quin ex* C *alter radius* C A *perveniat ad partem pupillæ* A. *Per radium ergo* C A *videbitur apex luminis* C; *non videbitur autem adeo fulgens, ut tunc quando totam pupillam sua imagine explebat: idem autem apex* C *non prius videri desinet, quam* D *totam pupillam tegat, prohibeatque ne ullis radiis apex* C *ad illam feratur. Quod si corpus* D *multo minus fuerit quam oculi pupilla, v. g. filum aliquod crassum, parumque ab eadem pupilla abfuerit, lumine interim longe posito; quomodocumque inter oculum et lumen idem filum extendatur, nullam luminis partem impediet, neque fili eiusdem pars inter oculum et flammam constituta com-*

parebit, ac si prorsus combusta fuisset: quod ex eadem causa oritur. Neque enim filum illud, cum minus sit quam pupilla, si ab eadem non longe distet, impedire potest quominus omnes flammæ partes, aliquibus saltem radiis, ad potentiam ferantur: quare per eos saltem flamma videbitur.

Ad tertium denique dictum, quo ait, sidera hoc splendore accidentario spoliari, cum tubo optico conspiciuntur; multa hic etiam sunt, quæ non facile solvantur. Nam si tubus opticus sidera adscititio hoc fulgore spoliaret, non deberet hic fulgor per tubum conspici: at conspicitur tamen. Et quidem inter fixas stellas nulla est adeo exigua, quæ splendore isto, etiam non suo, a tubo exui patiatur; quod Galilæus ipse fateri videtur, dum a Cane aliisque stellis fulgorem illum numquam omnino auferri posse affirmat: semper enim, etiam per tubum, scintillantes hosce radios in illis intuemur. Sed quid dico a stellis? Planetæ etiam aliqui adeo fulgoris huius tenaces sunt, ut nunquam sibi illum eripi patiantur; Mars videlicet, Venus atque Mercurius, quorum lumen nisi coloratis vitris, specillo aptatis, retuderis, nunquam nudi comparebunt. Et sane non video, si eadem radiorum illorum causa in superficie oculi remanet, hoc est humor ille pupillæ perpetuo insidens, cur postea, si lumen astri, per specilli vitra refractum, in eumdem humorem incidat, refringi iterum, quanquam diverso fortasse modo, eosdemque luminis ductus producere, non debeat. Iam vero si illud admittatur, quod admitti necesse est, ut supra probavimus, aërem etiam illuminari, atque ex hoc fieri posse ut sidus maius appareat quam revera sit; non poterit Galilæus negare, ex hoc saltem capite, circumfusum etiam fulgorem videri per tubum, ac proinde etiam augeri debere: fatetur quippe omnia illa per tubum videri atque ab eodem augeri, quæ ultra ipsum posita sunt; cum igitur hic etiam splendor ultra specillum sit, per illud

conspici augerique debebit. Quod si nihilominus in stellis hoc incrementum non percipitur, aliunde petenda erit huius aspectus causa, non ex eo quod radiatio hæc fiat inter specillum et oculum, hoc est in superficie humida oculi. Hoc enim, si non de radiis illis vagis ac distinctis, sed de stabili et continuo amplioris luminis coronamento loquamur, ex aëre illuminato existere posse, Solis ac Lunæ exemplis, prope horizontem ampliori orbe quam in vertice apparentium, comprobatur: si vero de radiis ipsis intelligatur, cum hi etiam per specillum conspiciantur in stellis, non poterit hoc minimum earumdem stellarum incrementum in radiorum illorum abiectionem referri, cum non abiiciantur.

Passi ora V. S. Illustrissima alla terza proposizione, la quale legga e rilegga tutta con attenzione: dico con attenzione, acciò tanto piú manifestamente si conosca poi, quanto artificiosamente vada pure il Sarsi continuando suo stile di voler, coll'alterare levare ed aggiungere e piú col divertire il discorso e meschiarlo con cose aliene dal proposito, offuscar la mente del lettore, sí che in ultimo, tra le cose da sé confusamente apprese, gli possa restar qualche opinione che il Sig. Mario non abbia cosí stabilita la sua dottrina, che altri non v'abbia potuto trovar che opporre.

Essendo stata opinione di molti ch'una fiammella ardente apparisca assai maggiore in certa distanza perch'ella accenda, ed in conseguenza renda egualmente splendida, buona parte dell'aria sua circonvicina, onde poi da lontano e l'aria accesa e la vera fiammella appariscano un lume solo; il Sig. Mario, confutando questo, disse che l'aria non s'accendeva né s'illuminava, e che l'irraggiamento, per cui si faceva l'ingrandimento, non era intorno alla fiammella, ma nella superficie dell'occhio nostro. Il Sarsi, volendo trovar che opporre a cotal vera dottrina, in vece di render grazie al Sig. Mario d'avergli

insegnato quello che di sicuro gli era sino allora stato ignoto, si fa innanzi, e si pone a voler provare come, contro al detto del Sig. Mario, l'aria s'illumina: nella quale impresa egli, per mio parere, erra in molte maniere.

E prima, dove il Sig. Mario, redarguendo il detto di quei filosofi, disse che l'aria non s'accendeva né s'illuminava, il Sarsi mette sotto silenzio quella parte dell'accendersi, e solo tratta dell'illuminarsi: onde il Sig. Mario con ragion può dire al Sarsi d'aver parlato d'una cosa, ed esso aver preso ad impugnarne un'altra; aver parlato, dico, dell'aria circonvicina alla fiammella e dell'illuminazione che le può venire dal suo accendersi, e quello aver parlato dell'illuminazione che senza incendio viene sopra l'aria vaporosa, posta in qualsivoglia distanza dall'oggetto illuminante. Inoltre, egli medesimo sul primo ingresso dice che i corpi diafani non s'illuminano, tra i quali mette nel primo luogo l'aria, e poi soggiunge che, mescolata con vapori grossi e potenti a reflettere il lume, ella ben s'illumina. Adunque, Sig. Sarsi, sono i vapori grossi, e non l'aria, quelli che s'illuminano. Voi mi fate sovvenir di quello che diceva che il grano gli faceva venir capogiroli e stornimenti di testa, quando però v'era mescolato del loglio. Ma è il loglio, in buon'ora, e non il grano, quello ch'offende. Voi volete insegnarci che nell'aria vaporosa s'illumina l'aurora, che mill'altri ed il Sig. Mario stesso l'ha in sei luoghi scritto innanzi a voi. Ma che piú? voi medesimo in questo medesimo luogo dite che io l'ammetto insino intorno alla Luna ed a Giove; adunque tutte le prove ed esperienze di aurora, d'aloni, di parelii e di Luna ascosta dopo qualche parete sono superflue, non avendo noi giá mai dubitato, non che negato, che i vapori diffusi per aria, le nuvole e la caligine s'illuminano. Ma che volete voi, Sig. Sarsi, far poi di cotale illuminazione? dir forse (come in effetto dite) che per essa appariscano i primarii oggetti illuminanti mag-

giori? e come non v'accorgete voi che, quando ciò fusse vero, bisognerebbe che il Sole e la Luna si mostrassero grandi quanto tutta l'aurora e gli aloni interi, imperò che cotanta è l'aria vaporosa che del lume loro è fatta partecipe? Voi dunque, Sig. Sarsi, perché avete trovato scritto (dico cosí, perché voi stesso citate i filosofi e gli autori d'ottica per confermare ed autorizare cotali proposizioni) che la region vaporosa s'illumina, ed oltre a ciò che il Sole e la Luna vicini all'orizonte appariscono, mediante tal regione vaporosa, maggiori che inalzati verso il mezo cielo, vi siete persuaso che da cotale illuminazione dependa il loro apparente ingrandimento. È vera l'una e l'altra proposizione, cioè che l'aria vaporosa s'illumina, e che il Sole e la Luna presso all'orizonte, mercé della region vaporosa, appariscono maggiori; ma è falso il connesso delle due proposizioni, cioè che la maggioranza dependa dall'esser tal regione illuminata, e voi vi sete molto ingannato, e toglietevi da cosí erronea opinione; imperocché non pel lume de' vapori, ma per la figura sferica dell'esterna loro superficie, e per la lontananza maggiore di quella dall'occhio nostro quando gli oggetti son piú verso l'orizonte, appariscono essi oggetti maggiori della lor commune apparente grandezza, e non i luminosi solamente, ma qualunque altro posto fuor di tal regione. Traponete tra l'occhio vostro e qualsivoglia oggetto una lente convessa cristallina in varie lontananze: vedrete che quando essa lente sará vicino all'occhio, poco si accrescerá la specie dell'oggetto veduto; ma discostandola, vedrete successivamente andar quella ingrandendosi. E perché la region vaporosa termina in una superficie sferica, non molto elevata sopra il convesso della Terra, le linee rette che tirate dall'occhio nostro arrivano alla detta superficie, sono disuguali, e minima di tutte la perpendicolare verso il vertice, e dell'altre di mano in mano maggior sono le piú inclinate verso l'orizonte che verso

il zenit. Quindi anco (e sia detto per transito) si può facilmente raccorre la causa dell'apparente figura ovata del Sole e della Luna presso all'orizonte, considerando la gran lontananza dell'occhio nostro dal centro della Terra, ch'è lo stesso che quello della sfera vaporosa; della quale apparenza, come credo che sappiate, ne sono stati scritti, come di problema molto astruso, interi trattati, ancor che tutto il misterio non ricerchi maggior profonditá di dottrina che l'intender per qual ragione un cerchio veduto in maestá ci paia rotondo, ma guardato in iscorcio ci apparisca ovato.

Ma ritornando alla materia nostra, io non so con che proposito dica il Sig. Sarsi, esser cosa ridicolosa il dire che l'alba e i crepuscoli ed altri simili splendori si generino nell'umore sparso sopra l'occhio, e molto piú ridicoloso se alcuno dicesse che guardando noi verso il vertice, avessimo gli occhi piú secchi che guardando l'orizonte, e che però la Luna e 'l Sole ci paresser minori in quel luogo che in questo: non so, dico, a che fine sieno introdotte queste sciocchezze, non si trovando chi giá mai l'abbia dette. Ma mentre il Sarsi ci figura per troppo semplici, veggiamo se forse cotal nota piú ad esso che a noi s'accommodi. Qui si tratta di quello irraggiamento avventizio per lo quale le stelle ed altri lumi inghirlandandosi appariscono assai maggiori che se fussero visti i loro piccoli corpicelli spogliati di tali raggi, tra i quali, perché sono poco men lucidi della prima e vera fiammella, resta esso corpicello indistinto, in modo che ed esso e l'irraggiamento si mostra come un sol oggetto grande e risplendente. A parte di questo irraggiamento ed ingrandimento vuole il Sarsi mettere il lume che per refrazzione si produce nell'aria vaporosa, e vuole che per questo il Sole e la Luna si mostrino maggiori verso l'orizonte che elevati in alto, e, quel ch'è peggio, vuole che l'istesso abbiano creduto molti altri filosofi: il che è falso,

né ánno sí altamente errato. E che questo sia grandissimo errore, lo doveva molto speditamente mostrare al Sarsi la grandissima distinzione che si vede tra le luci del Sole e della Luna e l'altro splendore circunfuso, dentro al quale incomparabilmente piú lucido e meglio determinato questo e quel luminare si discerne: il che non accade dell'irraggiamento delle stelle, tra 'l quale il corpicello della stella resta da pari splendore ingombrato ed indistinto.

Ma sento il Sarsi che risponde e dice, che quel Sole e Luna grandi non sono i corpi reali nudi e schietti, ma uno aggregato e composto del piccol corpo reale e dell'irraggiamento che l'inghirlanda e racchiude in mezo con luce non minore della primaria, onde ne risulta il gran disco apparente tutto egualmente splendido. Ma se questo è, Sig. Sarsi, perché non si mostra la Luna cosí grande nel mezo del cielo ancora? vi manca forse l'aria vaporosa atta ad illuminarsi? Io non so quello che voi foste per rispondere, né me lo potrei immaginare, perché non si potendo contra a un vero venir con altro che con fallacie e chimere, le quali, come voi sapete, sono infinite, io non potrei indovinar la vostra eletta. Ma per troncarle tutte in una volta e cavar voi ed altri, se vi fussero, d'errore, basti, a farvi toccar con mano che la gran Luna che voi vedete nell'orizonte è la schietta e nuda, e non aggrandita per altra luce avventizia e circunfusa, basti, dico, il vedere le sue macchie sparse per tutto il suo disco sino all'estrema circonferenza nella guisa a capello che si mostra nel mezo del cielo; ché se fusse come avete creduto voi, le macchie nella Luna bassa e grande si doverebbon veder raccolte tutte nella parte di mezo, lasciando la ghirlanda intorno lucida e senza macchie. Adunque, non per isplendore aggiunto, ma per uno ingrandimento di tutta la specie nel refrangersi nella remota superficie vaporosa, si mostrano il Sole e la Luna maggiori bassi che alti.

Or vedete, Sig. Sarsi, quanto è facil cosa l'atterrare il falso e sostenere il vero. Questa pur troppo grand'evidenza della falsitá di molte proposizioni che si leggono nel vostro libro, non mi lascia interamente credere che voi non l'abbiate compresa; e vo pensando che possa essere che, conoscendovi voi internamente dalla realtá delle ragioni convinto, vi riduciate per ultimo partito a far prova se l'avversario, col creder vere quelle cose che voi stesso conoscete false, si ritirasse e cedesse; e che perciò voi arditamente le portiate avanti, imitando quel giocatore che, vedendosi d'aver a carte scoperte perduto l'invito, tenta con altro soprinvito maggiore di far credere all'avversario gran punto quello che piccolissimo vede egli stesso, onde, cacciato dal timore, ceda e se ne vada. E perché io veggo che voi vi siete alquanto intrigato tra questi lumi primarii, refratti e reflessi ne' vapori o nell'occhio, comportate voi, come scolare, ch'io, come professore e maestro vecchio, vi sviluppi ancora un poco meglio.

Per tanto sappiate che dal Sole, dalla Luna e dalle stelle, corpi tutti risplendenti e costituiti fuori e molto lontani dalla superficie della region vaporosa, esce splendore che perpetuamente illumina la metá di tal regione; e di questo emisferio illuminato l'estremitá occidentale ci arreca la mattina l'aurora, e la parte opposta ci lascia la sera il crepuscolo: ma niuna di queste illuminazioni accresce o scema o in modo alcuno altera l'apparente grandezza del Sole, Luna e stelle, che perpetuamente si ritrovano nel centro o vogliamo dir nel polo di questo emisferio vaporoso da loro illuminato; del quale le parti direttamente traposte tra l'occhio nostro e 'l Sole o la Luna ci si mostrano piú splendide dell'altre che di grado in grado da queste parti di mezo piú si discostano, lo splendor delle quali va di mano in mano languendo; e questo è quel lume che dá segno dell'appressamento della

Luna allo scoprirsi, mentre dopo qualche tetto o parete ci si nasconde. Una simile illuminazione si fanno intorno intorno anco le fiammelle poste dentro alla sfera vaporosa; ma questa è tanto debile e languida, che se di notte asconderemo un lume dopo qualche parete e poi ci anderemo movendo per iscoprirlo, difficilmente scorgeremo splendore alcuno circunfuso o vedremo altra luce sin che si scuopra la fiamma principale; e questo debolissimo lume nulla assolutamente accresce la visibile specie di essa fiammella. Ci è un'altra illuminazione, fatta per refrazzione nella superficie umida dell'occhio, per la quale l'oggetto reale ci si mostra circondato da un cerchio luminoso, ma inferiore assai di splendore alla primaria luce; e questo si mostra allargarsi per maggiore o minore spazio, non solamente secondo la maggiore o minor copia d'umore, ma secondo la cattiva o buona disposizion dell'occhio: il che ho io in me stesso osservato, che per certa affezzione cominciai a vedere intorno alla fiamma della candela uno alone luminoso e di diametro di piú d'un braccio, e tale che mi celava tutti gli oggetti posti di lá da esso; scemando poi l'indisposizione, scemava la grandezza e la densitá di questo alone, ma però me ne resta ancora molto piú di quello che veggono gli occhi perfetti: e questo alone non s'asconde per l'interposizion della mano o d'altro corpo opaco tra la candela e l'occhio, ma resta sempre tra la mano e l'occhio, sin che non si occulta il lume stesso della candela. Per questo lume parimente non s'ingrandisce la specie della fiammella, del cui splendore egli è assai men chiaro. Ci è un terzo splendore vivacissimo e chiaro quasi al par dell'istesso lume principale, il qual si produce per reflessione de' raggi primarii fatta nell'umiditá de gli orli ed estremitá delle palpebre, la qual reflessione si distende sopra 'l convesso della pupilla: della qual produzzione abbiamo argomento sicuro dal mutar noi la positura della testa; imperò che secondo

che noi la inclineremo, alzeremo, o vero terremo dirittamente opposta all'oggetto luminoso, lo vederemo irraggiato nella parte superiore solamente, o nell'inferiore solamente, o in ambedue; ma dalla destra o dalla sinistra giá mai non vederemo comparirgli raggi, perché le reflessioni fatte verso gli angoli dell'occhio non possono arrivar sopra la pupilla, sotto l'orizonte della quale, mediante la piegatura delle palpebre su la sfera dell'occhio, esse parti angolari si ritrovano; e se altri, calcando colle dita sopra le palpebre, allargherá l'occhio e discosterá gli orli di quelle dalla pupilla, non vedrá raggi né sopra nè sotto, avvenga che le reflessioni fatte in essi orli non vanno sopra la pupilla. Questo solo è quello irraggiamento per lo quale i piccoli lumi ci appariscono grandi e raggianti, e nel quale la real fiammella resta ingombrata ed indistinta. L'altre illuminazioni non ánno, Sig. Sarsi, che far nulla, nulla *pænitus,* nell'ingrandimento, perché sono tanto inferiori di luce al lume primario, che ben sarebbe cieco affatto chi non vedesse il termine confine e distinzione tra l'uno e l'altro; oltre che (come di sopra ho detto) il disco del Sole e quel della Luna, quando per tale illuminazione s'ingrandissero, dovrebbono mostrarsi grandi quanto gl'immensi cerchi delle loro aurore. Però quando voi dite che non negate, quella corona raggiante esser affezzion dell'occhio, ma che non perciò ho io ancora provato che qualche parte non dependa dall'aria circunfusa illuminata, toglietevi dal troppo miseramente mendicar sussidii cosí scarsi. Che volete che faccia quel debolissimo lume mescolato con quei fulgentissimi raggi reflessi dalle palpebre? aggiunge quel che farebbe il lume d'una torcia a quel del Sole meridiano. Di questo lume sparso per l'aria vaporosa io ve ne voglio conceder non solamente quella piccola parte che voi domandate, ma quanto abbraccia tutta l'aurora e 'l crepuscolo e tutto l'emisferio vaporoso; e di questo voglio che

il corpo luminoso né per telescopio né per altro mezo possa giá mai essere spogliato; e voglio ancora, per vostra compitissima soddisfazzione, ch'ei venga dal telescopio ingrandito come tutti gli altri oggetti, sí che non pure adegui tutta l'aurora, ma mille volte maggiore spazio, se mille volte tanto si potesse comprendere coll'occhiale; ma niuna di queste cose solleva punto né voi né 'l vostro Maestro, che avreste bisogno, per mantenimento della vostra principal conclusione (ch'è che le stelle fisse, per esser lontanissime, non ricevono accrescimento veruno dal telescopio), avreste bisogno, dico, che la stella ed il suo irraggiamento fusse una cosa medesima, o almeno che l'irraggiamento fusse realmente intorno alla stella: ma né quello né questo è vero, ma bene è egli nell'occhio, e le stelle ricevono accrescimento tanto quanto ogn'altro oggetto veduto col medesimo strumento, come puntualissimamente scrisse e dimostrò il Sig. Mario.

Questi altri vostri diverticoli, d'arie vaporose illuminate e di Soli e Lune alte e basse, son, come si dice, pannicelli caldi, e un voler fuggir la scuola e cercar di deviare il lettore dal primo proposito. E fra l'altre vostre molte diversioni, questa che fate in mostrar con assai lungo discorso come per l'interposizion del dito non s'impedisca la vista della fiammella, e quel che dite del filo sottile e del corpo interposto minor della pupilla, son tutte cose vere, ma, per mio avviso, nulla attenenti al proposito che si tratta: il che veggo che internamente avete conosciuto voi medesimo ancora, atteso che, quando era il tempo dell'applicazione di queste cose alla materia e di chiuder la conclusione, voi fate punto, e lasciandoci sospesi passate ad altro proposito, e cercate, pur per via di discorso, provar cosa di cui cento esperienze chiarissime sono in contrario; e ben che voi veggiate, guardando col telescopio, la stella di Saturno terminatissima e di figura diversissima dall'altre, il disco

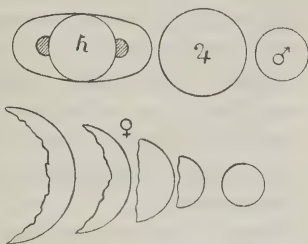
di Giove e quel di Marte, e massime quando è vicino a Terra, perfettamente rotondi e terminati, Venere a' suoi tempi corniculata ed esattissimamente delineata, i globetti delle stelle fisse, e massime delle maggiori, molto ben distinti, e finalmente mille fiammelle di candele, poste in gran distanza, cosí ben dintornate come da vicino, dove, senza il telescopio, l'occhio libero niuna di cotali figure distingue, ma tutte le vede ingombrate da raggi stranieri e tutte sotto una stessa figura radiante, con tutto ciò pur volete che 'l telescopio non le mostri senza raggi, persuaso da certi vostri discorsi, de i quali io non sarei in obligo di scoprir le fallacie, avendo per me l'esperienza in contrario; tuttavia, per vostra utilitá, le accennerò cosí brevemente.

E per venir con ogni maggior chiarezza al mio intento, io vi domando, Sig. Sarsi, onde avvenga che Venere si circonda sí fattamente di questi raggi ascitizii e stranieri, che tra essi perde in modo la sua real figura, ch'essendo stata dalla creazion del mondo in qua mille e mille volte cornicolata, mai da vivente alcuno non è stata osservata né veduta tale, ma sempre è apparsa d'una stessa figura, se non dapoi ch'io primieramente col telescopio scopersi le sue mutazioni? il che non accade della Luna, la quale coll'occhio libero mostra le sue diversitá di figure, senza notabile alterazione che dependa dall'irraggiamento avventizio. Non rispondete, ciò accadere mediante la gran lontananza di Venere e la vicinanza della Luna; perché io vi dirò che quello che accade a Venere, accade ancora alle fiammelle delle candele, le quali, in distanza di cento braccia solamente, confondono la lor figura tra i raggi e la perdono non men di Venere. Se volete risponder bene, bisogna che diciate, ciò derivare dalla piccolezza del corpo di Venere in relazione all'apparente grandezza di quel della Luna, e che vi figuriate, la lunghezza di quei raggi che si producono nell'occhio

esser, v. g., per quattro diametri di Venere, che non saranno poi la decima parte del diametro della Luna. Ora figuratevi la piccolissima falce di Venere, inghirlandata di una chioma che se le sparga e distenda intorno intorno in distanza di quattro suoi diametri, ed insieme la grandissima falce della Luna con una chioma non piú lunga della decima parte del suo diametro; non doverá esservi difficile a intendere come la forma di Venere del tutto si perderá tra la sua capellatura, ma non giá quella della Luna, la quale pochissimo s'altererá: ed accade in questo quello a punto che accaderebbe in vestire una formica di pelle d'agnello, di cui la configurazione delle piccoline membra in tutto e per tutto si perderebbe tra la lunghezza de i peli, sí che l'istessa apparenza farebbe che se fusse un bioccolo di lana; nulla dimeno l'agnello, per la sua grandezza, assai distinte mostra le membra sue sotto la pecorile spoglia. Ma dirò, di piú, che ricevendo il capillizio splendido, che risiede nell'occhio, la limitazion del suo spargimento dalla costituzion dell'occhio stesso piú che dalla grandezza dell'oggetto luminoso (e cosí veggiamo stringendo le palpebre, sí che appariscano surger dall'oggetto luminoso raggi molto lunghi, non si veggono maggiori quei che vengono dalla Luna, che quei di Venere o d'una torcia o d'una fiaccola), figuratevi una determinata grandezza d'una capellatura; nel mezo della quale se voi intenderete essere un piccolissimo corpo luminoso, perderá la sua figura, coronato di troppo lunghi crini; ma ponendovi un corpo maggiore e maggiore, finalmente potrá il simulacro reale occupar tanto nell'occhio, che poco o niente gli avanzi intorno del capillizio; e cosí l'immagine, v. g., della Luna potrá esser che ingombri nell'occhio spazio maggiore della commune irradiazione. Stante queste cose, intendete il disco reale, per essempio, di Giove occupar sopra la nostra luce un cerchietto, il cui diametro sia la ventesima parte dello spargimento

della chioma raggiante, onde in sí gran piazza resta indistinto il piccolissimo cerchietto reale: viene il telescopio, e m'aggrandisce la specie di Giove in diametro venti volte; ma giá non ingrandisce l'irraggiamento, che non passa per li vetri: adunque io vedrò Giove non piú come una piccolissima stella radiante, ma come una Luna rotonda, ben grande e terminata. E se la stella sará assai piú piccola di Giove, ma di splendore molto fiero e vivo, qual è, per essempio, il Cane, il cui diametro non è la decima parte di quel di Giove, nulla di meno la sua irradiazione è poco minor di quella di Giove, il telescopio, accrescendo la stella ma non la chioma, fa che, dove prima il piccolissimo disco tra sí ampio fulgore era impercettibile, giá fatto in superficie 400 e piú volte maggiore, si può distinguere ed assai ben figurare. Con tal fondamento andate discorrendo, ché potrete disbrigarvi per voi stesso da tutti gl'intoppi.

E rispondendo alle vostre instanze, quando dal Sig. Mario e da me è stato detto che 'l telescopio spoglia le stelle di quel coronamento risplendente, ciò è stato profferito non con intenzione d'avere a stare a sindicato di persone cosí puntuali come siete voi, che, non avendo altro dove attaccarvi, vi conducete sino a dannar con lunghi discorsi chi prende il termine usitatissimo d'infinito per grandissimo. Quando noi abbiamo detto che il telescopio spoglia le stelle di quello irraggiamento, abbiamo voluto dire ch'egli opera intorno a loro in modo che ci fa vedere i lor corpi terminati e figurati come se fussero nudi e senza quello ostacolo che all'occhio semplice asconde la lor figura. È egli vero, Sig. Sarsi, che Saturno, Giove, Venere e Marte all'occhio libero non mostrano tra di loro una minima differenza di figura, e non molto di grandezza seco medesimi in diversi tempi? e che coll'occhiale si veggono, Saturno come appare nella presente figura, e Giove e Marte in quel modo sempre, e Venere in tutte

queste forme diverse? e, quel ch'è piú meraviglioso, con simile diversitá di grandezza? sí che cornicolata mostra il suo disco 40 volte maggiore che rotonda, e Marte 60 volte quando è perigeo che quando è apogeo, ancor che all'occhio libero non si mostri piú che 4 o 5? Bisogna che rispondiate di sí, perché queste son cose sensate ed eterne, sí che non si può sperare di poter per via di sillogismi dare ad intendere che la cosa passò altrimenti. Or, l'operare col telescopio intorno a queste stelle in modo che quell'irraggiamento, che perturbava l'occhio libero ed impediva l'esatta sensazione, [......], la qual opera è cosa massima e d'ammirabili e grandissime conseguenze, è quello che noi abbiam voluto significare nel dire *spogliar le stelle dell'irraggiamento,* che son parole solamente di niun momento, di niuna conseguenza: le quali se a voi, che siete ancora scolare, danno fastidio, potrete mutarle a vostro beneplacito, come cambiaste giá quello nostro accrescimento nel vostro transito dal non essere all'essere.

A quello che voi dite, parervi pur ragionevole che, sí come l'oggetto lucido, venendo per lo mezo libero, produce nell'occhio l'irraggiamento, egli debba ancor far l'istesso quando viene passando per li cristalli del telescopio; rispondo concedendovelo liberamente, e dicovi che accade a punto l'istesso de gli oggetti veduti col telescopio che de' veduti senza: e sí come il disco di Giove, per essempio, veduto coll'occhio libero rimane per la sua piccolezza perduto nell'ampiezza del suo irraggiamento, ma non giá quello della Luna, che colla sua gran piazza occupa sopra la nostra pupilla spazio maggiore del cerchio raggiante, per lo che ella si vede rasa, e non crinata;

cosí, facendomi il telescopio arrivar sopra l'occhio il disco di Giove sei cento e mille volte maggiore della specie sua semplice, fa ch'egli colla sua ampiezza ingombri tutta la capellatura de' raggi, e comparisca simile ad una Luna piena: ma il disco piccolissimo del Cane, ben che mille volte ingrandito dal telescopio, non però adegua ancora la piazza radiosa, sí che ci apparisca tosato del tutto; nientedimeno, per essere i raggi verso l'estremitá alquanto men forti e tra loro divisi, resta egli visibile, e tra la discontinuazion de' raggi si vede assai commodamente la continuazion del globetto della stella, il quale con uno strumento che piú e piú l'accrescesse, piú e piú sempre distinto e meno irraggiato ci si mostrerebbe. Sí che la cosa, Sig. Sarsi, sta cosí, e questo effetto ci venne chiamato uno spogliar Giove del suo capillizio: le quali parole se non vi piacciono, giá vi si è dato licenza che le mutiate ad arbitrio vostro, ed io vi do parola d'usar per l'avvenire la vostra correzzione; ma non v'affaticate in voler mutar la cosa, perché non farete niente.

E giá che voi in questo fine replicate che pure è necessario conceder che l'aria circunfusa s'illumini, e che perciò la stella apparisca maggiore; ed io torno a replicarvi che i vapori circunfusi s'illuminano, ma non perciò il corpo luminoso s'accresce punto, essendo che il lume de' vapori è incomparabilmente minore della primaria luce: per lo che il corpo lucido, se è grande, resta nudo, e se è piccolo, rimane, col suo irraggiamento fatto nell'occhio, terminatissimo e distintissimo tra 'l debolissimo lume dell'aria vaporosa. E vi replico ancora, poi che voi medesimo me ne porgete replicata occasione, che totalmente deponghiate quella falsa opinione che 'l Sole e la Luna presso all'orizonte si mostrino maggiori per una ghirlanda d'aria illuminata che s'aggiunga al lor disco, perché questa è una grandissima semplicitá, come di sopra ho detto e provato. E per non lasciar cosa inten-

tata per cavarvi d'errore e far che voi restiate capace di questo negozio, alle vostre ultime parole, dove voi dite che vedendosi pur pel telescopio essi raggi luminosi intorno alle stelle, non si potrá ridurre il minimo ricrescimento di quelle nella perdita di questi, essendo che non si perdono; vi rispondo che l'accrescimento è grandissimo, come in tutti gli altri oggetti, e che il vostro errore sta (come sempre si è detto) nel paragonar voi la stella insieme con tutto il suo irraggiamento, visto coll'occhio libero, col corpo solo della stella veduto, collo strumento, distinto dalla sua piazza radiosa, della quale egli talvolta compar maggiore e tal volta eguale, secondo la grandezza della stella vera e la moltiplicazion del telescopio; e quando comparisce minor di esso irraggiamento, tuttavia si scorge il suo disco, come ho detto, tra l'estremitá della capellatura. Ed una accommodatissima riprova dell'accrescimento grande, come in tutti gli altri oggetti, è il pigliar Giove coll'occhiale avanti giorno, e andarlo seguitando sino al nascer del Sole e piú oltre ancora; dove si vede il suo disco, pel telescopio, sempre grande nell'istesso modo: ma quel che si vede coll'occhio libero, crescendo il candor dell'aurora si va sempre diminuendo, sí che vicino al nascer del Sole quel Giove che nelle tenebre superava d'assai ogni stella della prima grandezza, si riduce ad apparir minore di quelle della quinta e della sesta, e finalmente, ridottosi quasi ad un punto indivisibile, nascendo il Sole, si perde del tutto: nulla dimeno, sparito all'occhio libero, si séguita egli pur di vederlo tutto il giorno grande e ben circolato; ed io ho uno strumento che me lo mostra, quando è vicino alla Terra, eguale alla Luna veduta liberamente. Non è dunque cotal ricrescimento minimo o nullo, ma grande, come di tutti gli altri oggetti.

Io vi voglio, Sig. Sarsi, pigliare alla stracca, se non potrò prendervi correndo. Volete voi una nuova dimo-

strazione, per prova che gli oggetti in tutte le distanze crescono nella medesima proporzione? Sentitela. Io vi domando se, posti quattro, sei o dieci oggetti visibili in varie lontananze, ma in guisa però che tutti si veggano nella medesima linea retta, sí che il piú vicino occupi tutti gli altri, vi domando, dico, se tenendo l'occhio nel medesimo luogo e riguardando i medesimi oggetti co 'l telescopio, voi gli vedrete pur posti in linea retta o no, sí che il vicino non vi asconda piú gli altri, ma ve gli lasci vedere? Credo pur che voi risponderete ch'ei vi compariranno per linea retta, essendo realmente per linea retta disposti. Ora, stante questo, immaginatevi quattro, sei o dieci bacchette diritte, tra di lor paralelle, poste in distanze disuguali dall'occhio, ed esse di lunghezze pur disuguali, e le piú lontane maggiori, e di mano in mano le piú vicine minori, in modo che gli estremi termini loro si veggano posti in due linee rette, una a destra e l'altra a sinistra; pigliate poi il telescopio, e riguardatele con esso: giá, per la concession fatta, i medesimi termini, tanto i destri quanto i sinistri, si vedranno pure in due linee rette come prima, ma aperte in maggiore angolo. E come ciò sia, Sig. Sarsi, questo, appresso i geometri, si domanda ricrescer tutte quelle linee secondo la medesima proporzione, e non ricrescer piú le vicine che le lontane. Cedete dunque, e tacete.

PROPOSITIO QUARTA.

NULLUM LUMINOSUM EST PERSPICUUM, ET FLAMMA VIDERI EA NON PATITUR, QUÆ ULTRA ILLAM POSITA SUNT.

50. *Sed videamus, quam recte ex Peripatetica disciplina atque ex experimentis sibi arma contra Aristotelem fabricet Galilæus. « Præterea, inquit, cometam flammam non fuisse, ex ipsa experientia et Peripateticorum dicto*

deducimus, quo affirmant, nullum corpus lucidum esse perspicuum; experientia vero docet, flammam vel minimam unius candelæ impedimento esse quominus obiecta ultra ipsam posita conspiciantur: si ergo cometam flammam fuisse quis dixerit, dicendum eidem erit, stellas ultra illam positas ab ea celari debuisse: et tamen per cometæ caudam lucidissime intermicantes easdem stellas vidimus ». Hæc ille: in quibus mirari satis non possum, hominem, magni alioqui nominis atque experimentorum amantissimum, ea diserte adeo asseverasse, quæ obviis ubique experimentis redargui facile possent.

Quamvis enim Peripateticorum dictum, si recte intelligatur, verissimum sit (omne enim corpus, ad hoc ut illuminetur vel, potius, illuminatum appareat, excurrentem ulterius lucem quasi sistere ac reprehendere debet; perspicuum autem, utpote eidem luci pervium, eam terminare non potest: ex quo dicendum est, corpus quodcumque eo clarius illuminandum, quo plus opaci minusque habuerit perspicui), nullus tamen est qui neget, reperiri corpora partim perspicua partim opaca, quæ partem lucis aliquam terminent, qua lucida appareant, aliquam vero libere transire permittant; qualia sunt nubes rariores, aqua, vitrum et huiusmodi multa, quæ et lumen in superficie terminant, et ad aliam partem idem transmittunt. Quare nihil est, cur ex hoc dicto quidquam momenti suis experimentis Galilæus adiectum putet.

Experimenta porro ipsa falsa deprehenduntur. Affirmo igitur, candelæ flammam obiecta ultra se posita ex oculis non auferre, et perspicuam esse.

(1um argumentum). Huic, primum, dicto adstipulantur Sacræ Litteræ, cum de Anania, Azaria ac Misaele in fornacem, Regis iussu, coniectis agunt. Sic enim Regem ipsum loquentem inducunt: « Ecce ego video quatuor viros solutos et ambulantes in medio ignis, et nihil corruptionis in eis est; et species quarti similis filio Dei »

[Daniel 3]. *Ac ne quis existimet id pro miraculo habendum, idem probatur iterum ex eo, quia in candelæ flamma medio loco consistens videtur ellychnium, seu nigricans seu candens. Præterea, cum strues aliqua ingens lignorum incenditur, medias inter flammas semiusta ligna et carbones accensos libere prospectamus, cum tamen sæpe maxima flammarum vis oculum inter atque eadem ligna media consistat. Flamma igitur perspicua est.*

(2um argumentum). Secundo, quodcumque opacum, inter oculum et obiectum positum, eiusdem obiecti aspectum impedit, sive magno sive parvo ab eodem distet intervallo; ita, v. g., lignum aliquod, sive rem quampiam attingat sive ab illa multum removeatur (si tamen inter illam atque oculum substiterit), eam videri non permittet: quod in flamma non accidit, hæc enim quascumque res ultra se positas, si non longe distent, sed easdem e proximo vehementer illuminet, semper videri patietur; quod quilibet experiri facile potest, si legendum aliquid ultra lumen collocaverit, unius tantum digiti intervallo, tunc enim characteres illos a flamma obtectos facile perleget: flamma, ergo, perspicua est et luminosa: quod Galilæus negat, eiusque oppositum tamquam principium, contra Aristotelem disputaturus, assumit.

Quod si quis quærat, cur obiecta ultra flammam posita, si saltem ab eadem longe semota fuerint, non conspiciantur, hanc ego huius rei causam assigno: quia nimirum obiectum movens potentiam vehementius, impedit ne videantur obiecta reliqua, ad eamdem potentiam movendam minus apta; obiecta autem quælibet eo vehementius, cæteris paribus, potentiam movent, quo sunt lucidiora; quia igitur obiecta, longe ultra flammam posita, multo minus illuminantur quam flamma ipsa, ideo hæc potentiam veluti totam explet obruitque, nec obiecta alia videri permittit. Et propterea, quo obiecta eadem eidem flammæ fiunt propiora, quia tanto magis illuminantur, eo etiam

magis apta sunt movere potentiam, ac proinde tunc conspiciuntur; maiori siquidem illustrata lumine, cum flamma pene ipsa contendunt. Quare si aut flamma obtusiori splendeat lumine, aut obiectum ultra illam positum luminosum ex se sit, aut ab alio vehementer illuminatum, nunquam illius aspectum interposita flamma impediet, quamvis longissime obiectum illud a flamma distet.

(3um argumentum). Hoc etiam quibusdam experimentis confirmare placet. Incendatur distillatum vinum, quod aquam vitis vulgo appellant: eius enim flamma, cum non admodum clara sit, liberam rerum imaginibus ad oculum viam relinquet, ut etiam minutissimos quosque characteres perlegi patiatur. Idem accidit in flamma ex incenso sulphure excitata, quæ, colorata licet sit et crassa, vix tamen quidquam impedimenti eisdem rerum imaginibus affert.

(4um argumentum). Secundo, sit licet flamma clarissimo ac micanti lumine, si tamen alterius candelæ lumen ultra illam collocatum longe etiam semoveris, inter vicinioris flammæ lumen remotiorem flammam intermicantem cernes. Cum ergo stellæ corpora sint luminosa et quavis flamma longe clariora, nil mirum si non potuit earundem aspectus ab interposita cometæ flamma impediri: ac proinde nihil detrimenti ex hoc Galilæi argumento patitur Aristotelis opinio.

(5um argumentum). Tertio, non luminosa solum illa quæ propria fulgent luce, ab interposita flamma velari non possunt, sed ne alia quidem corpora opaca, si tamen ab alio lumine illustrentur. Ita interdiu si quid aspexeris a Sole illuminatum, nullius interpositu flammæ impediri eius aspectus poterit.

Constat igitur satis superque, flammas perspicuas esse, atque hoc etiam non obstare quominus cometa flamma esse potuerit.

È tempo, Illustrissimo Signore, di venir a capo di questi pur troppo lunghi discorsi: però passiamo a questa quarta ed ultima proposizione. Qui, com'ella vede, dice il Sarsi non potersi a bastanza stupire che io, avendo qualche nome d'avveduto osservatore ed applicato assai all'esperienze, mi sia ridotto ad affermar constantemente quelle cose che si possono agevolissimamente confutare con esperimenti manifesti ed apparecchiati per tutto; de' quali poi n'apporta molti, ond'egli apparisca altrettanto veridico e diligente sperimentatore, quant'io mal accorto e mendace. Dirò prima brevemente quello che persuase il Sig. Mario a scrivere, e me a prestargli assenso, che quando la cometa fusse una fiamma, dovesse asconderci le stelle; poi anderò considerando l'esempio e ragioni del Sarsi, lasciando in ultimo a V. S. Illustrissima il giudicar qual di noi sia piú difettoso e mal avveduto nel suo esperimentare e discorrere.

Considerando noi, il trasparire d'un corpo non esser altro che un lasciar vedere gli oggetti posti oltre di sé, ci persuademmo che quant'esso corpo trasparente fusse men visibile, tanto potesse meglio trasparere; onde l'aria trasparentissima è del tutto invisibile, l'acqua limpida ed i cristalli ben tersi, traposti tra oggetti visibili, poco per se stessi si scorgono: dal che ci pareva che assai a proposito si potesse all'incontro inferire, i corpi quanto piú per se stessi fusser visibili, dover esser tanto meno trasparenti; e perché tra i corpi visibili per se stessi, le fiamme per avventura parevano non esser degli infimi, però giudicammo quelle dovere esser poco trasparenti: l'autoritá poi di Aristotile e de' Peripatetici, aggiunta a questo discorso, ci confermò nell'opinione. Circa la qual autoritá mi par da notare come il Sarsi le vuol dare altra interpretazione da quella che apertamente suonan le parole; e dice che intesa bene è verissima, e che il senso è che i corpi, acciò che si possano illuminare, non

MONUMENTO A GALILEO IN SANTA CROCE

devon esser trasparenti; e non, che i corpi lucidi non son trasparenti. Ma se il Sarsi la piglia in quel senso, perché cosí gli par la proposizion vera, adunque bisogna ch'ei lasci l'altro perché in quello gli paia falsa (perché quanto alle parole, meglio si adattano a questo che a quello): tuttavia egli medesimo poco di sotto non pure afferma, ma con piú esperienze conferma, i corpi luminosi impedir la vista delle cose poste oltre di loro, dove scrive: *Nam hæc etiam rerum ultra ipsam positarum aspectum impediunt,* e quel che segue. Ma tornando al primo discorso, dico che oltre all'autoritá de' Peripatetici ci confermò ancora piú il veder finalmente per esperienza un vetro infocato impedirci assai la vista degli oggetti, che freddo distintamente ci lascia scorgere, e l'istesso far la fiammella d'una candela, e massime colla sua superior parte, piú lucida dell'inferiore ch'è intorno al lucignolo, la qual è piú tosto fumo non bene infiammato che vera fiamma. Di piú, avendo noi osservato, la grossezza del corpo, ben che per se stesso non molto opaco, importar tanto, che, v. g., una nebbia, la quale in profonditá di venti o trenta braccia non ci leva la vista d'un tronco, moltiplicata all'altezza di 200 o 300 ci toglie del tutto anco la vista del Sole stesso, pensammo non esser lontano dal ragionevole il creder che la non trasparenza ed opacitá d'una fiamma non potesse mai essere cosí poca, che ingrossata in profonditá di centinaia e centinaia di braccia non ci dovesse impedir l'aspetto delle minute stelle. Concludemmo per tanto, la profonditá della chioma della cometa (che pur bisogna che sia non dirò col Sarsi e suo Maestro 70 miglia, ma al manco tante canne), quand'ella fusse una fiamma, doverci ascondere le stelle; il che vedendo noi ch'ella non faceva, ci parve avere argomento assai concludente per provar ch'ella non fusse uno incendio. Ora il Sarsi, curando poco o niente la principal sustanza di tutto questo ragionevolissimo discorso, appic-

candosi a quel sol detto del Sig. Mario, che la fiammella d'una candela non è trasparente, si persuade e promette la vittoria, tuttavolta ch'ei possa mostrare, la detta fiammella aver pur qualche trasparenza; e dice che chi avvicinerá a quella un foglio scritto, sí che quasi la tocchi, e porrá diligente cura, potrá vedere i caratteri: al che io aggiungo « tuttavolta ch'ei sia di vista perfettissima », perché io, che però non son losco, stento a poterli vedere, servendomi anco degli occhiali, quanto piú posso da vicino.

È ben vero che oltre alla detta, molt'altre esperienze adduce il Sarsi: tra le quali, e per riverenza e per religiosa pietá e per esser ella di suprema autoritá, debbo primieramente far considerazione sopra quella che il medesimo Sarsi ripone nel primo luogo, pigliandola dalle Sacre Lettere. Dove, insieme co 'l Sig. Mario, noto le parole della Scrittura precedenti alle citate dal Sarsi, le quali mi par che dicano che avanti che il Re vedesse l'angelo e i tre fanciulli camminar per la fornace, le fiamme fussero state rimosse; ché tanto mi par che importino le parole del Sacro Testo, che son queste: *Angelus autem Domini descendit cum Azaria et sociis eius, et excussit flammam ignis de fornace, et fecit medium fornacis quasi ventum roris flantem.* È noto, che dicendo la Scrittura *flammam ignis,* par che voglia far distinzione tra la fiamma e 'l fuoco; e quando poi piú a basso si legge che il Re vede caminar le quattro persone, si fa menzione del fuoco, e non della fiamma: *Ecce ego video quatuor viros solutos et ambulantes in medio ignis.* Ma perché io potrei grandemente ingannarmi nel penetrare il vero sentimento di materie che di troppo grand'intervallo trapassano la debolezza del mio ingegno, lasciando cotali determinazioni alla prudenza de' maestri in divinitá, anderò semplicemente discorrendo tra queste inferiori dottrine, con protesto d'esser sempre apparecchiato

ad ogni decreto de' superiori, non ostante qualsivoglia dimostrazione ed esperimento che paresse essere in contrario.

E ritornando all'esperienze del Sarsi, per le quali ei ci fa vedere trasparir per varie fiamme diversi oggetti, dico che posso liberamente concedergli, tutto questo esser vero, ma di nessuno sollevamento alla sua causa: per lo stabilimento della quale non basta che la fiamma interposta sia profonda un dito, e che gli oggetti altrettanto vicini gli sieno, né molto piú lontano il riguardante, o vero che gli oggetti sieno dentro alle stesse fiamme ed anco nella parte bassa, pochissimo lucida; ma ha di bisogno (altrimenti resterá a piè) di farci toccar con mano ch'una fiamma, ancor che profonda centinaia e centinaia di braccia e lontanissima dal riguardante e da gli oggetti visibili, non però ce n'impedisca la veduta; ch'è quanto se dicessimo, che gli faccia di mestier provare che la fiamma arrechi assai meno impedimento che se fusse altrettanta nebbia, la qual nebbia è tale, che trapostane non solo alla grossezza d'un dito, ma di quattro e sei braccia, non arreca impedimento veruno, ma in profonditá di 100 o 200 asconde l'istesso Sole, non che le stelle. E finalmente, io non mi posso contener di rivolgermi un poco al medesimo Sarsi, che si stupisce del mio inescusabil mancamento nell'uso dell'esperienze. Voi dunque, Sig. Sarsi, mi tassate per cattivo sperimentatore, mentre nell'istesso maneggio errate quanto piú gravemente errar si possa? Voi avete bisogno di mostrarci che la fiamma interposta non basta, contro alla nostra asserzione, ad occultarci le stelle, e per convincerci con esperienze dite che provando noi a riguardar uomini, tizzoni, carboni, scritture e candele posti oltre alle fiamme, sensatamente gli vederemo: né mai v'è venuto in pensiero di dirci che noi proviamo a guardar le stelle? e perché, in buon'ora, non ci avete voi detto alla bella prima: Interponete una

fiamma tra l'occhio e qualche stella, ché voi né piú né meno la vederete? Mancano forse le stelle in cielo? e questo è esser destro ed avveduto sperimentatore? Io vi domando se la fiamma della cometa è come le nostre, o d'altra natura. Se d'altra natura, l'esperienze fatte nelle nostre non ánno forza di concludere in quella: se è come le nostre, potevate immediatamente farci veder le stelle per le nostre, lasciando stare i tizzoni, funghi e l'altre cose; e quando dite che dopo la fiammella d'una candela si scorgono i caratteri, potevate dire che si scorge una stella. Sig. Sarsi, chi volesse trattarla con voi, come si dice, mercantilmente, cioè con una bilancia sottilissima e giustissima, direbbe che voi foste in obligo di fare accendere una fiamma lontanissima e grandissima quanto la cometa e farci per essa veder le stelle, atteso che e la grandezza della fiamma e la lontananza dell'occhio da quella importano assaissimo in questo fatto e se ne deve tener gran conto: ma io, per farvi ogni agevolezza e vantaggio, mi voglio contentare d'assai meno, e voglio prepararvi mezi accommodatissimi per vostro bisogno. E prima, perché l'essere la fiamma vicina all'occhio importa assai per vedere gli oggetti meglio, in vece di porla remota quanto la cometa, mi contento d'una distanza di cento braccia solamente: in oltre, perché la profonditá e grossezza del mezo similmente importa assaissimo, in vece della grossezza della cometa, ch'è, come sapete, tante centinaia di braccia, mi basta quella di dieci solamente: in oltre, perché l'esser l'oggetto, che si ha da vedere, lucido arreca parimente vantaggio grandissimo, come voi medesimo affermate, mi contento che tale oggetto sia una stella di quelle che si vider per la chioma della nostra cometa, le quali stelle, per vostro detto in questo luogo, sono di gran lunga piú chiare di qualsivoglia fiamma: e poi, se con tutti questi tanto per la causa vostra vantaggiosi apparecchi voi fate vedere per

la trasparenza di cotal fiamma la stella, voglio confessarmi per convinto e predicar voi pel piú cauto e sottile sperimentatore del mondo; ma non vi succedendo, non ricerco altro da voi se non che col silenzio ponghiate fine alle dispute, come spero che siate per fare: perché se mai v'accaderá di veder questa mia scrittura, la qual rimane nell'arbitrio di questo Signore, a chi scrivo, di mostrarla a chi piú gli piacerá, vederete come deve fare chi si piglia per impresa di volere essaminar gli altrui componimenti, ch'è non lasciar cosa veruna senza considerarla, e non (come avete fatto voi) andar a guisa della gallina cieca dando or qua or lá tanto del becco in terra, che s'incontri in qualche grano di miglio da morderlo e roderlo.

E per finir questa parte, non potete negar d'aver voi medesimo compreso e confessato che dalle fiamme interposte qualche sensibile impedimento anco per l'occhio vostro ne deriva; imperò che se niente assolutamente d'offuscamento arrecassero, senz'altri avvertimenti e cautele, d'esser gli oggetti piú o men lontani dalla fiamma, piú o men lucidi, ed esse fiamme nate piú da zolfo o d'acquavite che da paglia o da cera, avreste risolutamente detto: « Sia la fiamma e l'oggetto qualunque si voglia, nessuno impedimento ne nasce, ma si vede come per l'aria libera e pura »: ed oltre a questo, poco piú a basso parlando delle cose che non risplendono per se stesse, come le fiamme, ma sono illuminate da altri, dite che queste ancora impediscono la vista degli oggetti, dove la particola *ancora* mostra che voi concedete qualche impedimento nelle fiamme. Ma che piú? se elle non punto impedissero, a chi mai sarebbe caduto in pensiero di dire ch'elle non sieno trasparenti? Ci è dunque, anco per voi stesso, qualche sensibil offuscazioncella (dico per voi stesso, perché per noi e gli altri l'impedimento è assai grande), e le vostre esperienze son fatte intorno a fiammelle cosí piccole, che risolutissimamente l'impedimento

d'altrettanta nebbia sarebbe stato del tutto insensibile; adunque le vostre fiamme impediscono piú che altrettanta nebbia: ma tanta nebbia quanta è la profonditá della cometa, vela e totalmente toglie la vista del Sole; adunque, quando la cometa fusse una fiamma, dovrebbe esser bastante ad asconderci il Sole, non che le stelle: le quali ella non asconde; adunque non è una fiamma.

E perché quanto per sostenere un falso sono scarsi tutti i partiti, tanto per istabilimento del vero soprabondano i contrari veri, io voglio accennare a V. S. Illustrissima certo particolare per lo quale mi par che si confermi, l'opinion d'Aristotile esser falsa. Avvenga che natura di tutte le fiamme conosciute da noi è di dirizzarsi all'in su, restando il lor principio e capo nella parte inferiore, se la barba della cometa fusse una fiamma ed il capo fusse la materia ond'ella traesse origine, bisognerebbe che la chioma direttamente si dirizzasse verso il cielo; dal che ne seguirebbe una delle due cose, cioè o che la chioma si vedesse sempre a guisa di ghirlanda intorno al capo (il che sarebbe quando il luogo della cometa fusse altissimo), o vero (e questo accaderebbe quand'ella fusse poco lontana da terra) bisognerebbe che, nel nascere, prima nascesse l'estremitá della barba, ed in ultimo il capo, ed alzandosi verso il mezo del cielo, quanto piú il capo fusse vicino al nostro zenit, tanto la barba dovrebbe apparire piú breve, e nel vertice stesso dovrebbe apparir nulla o circondante il capo intorno intorno, e finalmente nell'andar verso l'occaso la barba dovrebbe parere rivolta al contrario, sí che il capo si vedesse inclinare all'occidente prima di lei; altramente, quando la barba andasse avanti come nel nascere, converrebbe che la fiamma, contro alla sua naturale inclinazione e contro a quello che faceva quand'era nelle parti orientali, risguardasse all'ingiú. Ma tali accidenti non si veggono nella cometa e suo movimento; adunque non è una fiamma.

51. (6um argumentum). Illud etiam omitti non debet, eodem, quo Aristotelem urget, argumento Galilæum premi. Sic enim ille: « Flammæ perspicuæ non sunt; cometæ autem coma perspicua est; ergo flamma non est ». At ego adversus Galilæum sic: Luminosa perspicua non sunt; cometæ coma perspicua est; ergo luminosa non est. *Esse autem perspicuam indicant stellæ, eius interpositu nulla ex parte celatæ. Præterea, comam hanc luminosam esse asserit idem Galilæus, dum illam ex illuminato vapore existere contendit; vapor enim illuminatus corpus est luminosum. Neque dicat, loqui se de luminosis nativo ac proprio lumine fulgentibus, non autem de iis quæ lumen aliunde accipiunt.* Nam hæc etiam rerum ultra ipsa positarum aspectum impediunt: *si enim pila aliqua vitrea, aut amphora, vino aut re alia quacumque plena fuerit, et lumini exponatur, iis tantum partibus ex quibus lumen non reflectit nec illuminata comparet, vinum ostendet; ea vero parte qua lumen ad oculum remittit, nil nisi lucidum quid et candens spectandum offeret. Idem in aquis etiam a Sole illuminatis accidit, in quibus pars illa qua Sol ad oculum reflectitur, nihil ultra se positum videri patitur; reliquæ vero partes lapillos atque herbas in fundo subsidentes ostendunt. Quare illuminatorum etiam corporum erit, ulteriora obiecta velare ne videantur; atque hæc etiam luminosa dici poterunt. Si ergo hæc apud Galilæum nullam admittunt perspicuitatem, per cometæ barbam, vel luminosam vel illuminatam, stellas videre non possumus: at potuimus tamen: ergo et illuminata fuit cometæ barba, et perspicua.*

Hæc ego omnia eo libentius affero, quod ea facile quivis intelligat, cum non ex illis linearum atque angulorum tricis pendeant, ex quibus non omnes æque facile se expedire norunt; hic enim si quis oculos habeat, ingenii etiam huic abunde erit.

Qui, com'ella vede, vuol il Sarsi ritorcere il mio medesimo argomento contro di me; ma quanto felicemente questo gli succeda, anderemo brevemente essaminando. E prima, noto com'egli, per effettuar questa sua intenzione, incorre in qualche contradizzione a se medesimo, e, quello di che piú mi meraviglio, senza necessitá. Di sopra, perché cosí compliva alla sua causa, fece ogni sforzo di provar come le fiamme sono trasparenti, sí che per esse si possono veder le stelle; qui, per convincermi colle mie armi, avendo egli bisogno che i corpi luminosi non sieno trasparenti, si mette a provare cosí essere con molte esperienze; onde pare che e' voglia che i corpi luminosi sieno e non sieno trasparenti secondo che ricerca il bisogno suo: ed in questo inconveniente cad'egli senza necessitá alcuna, atteso che, senza dar pur ombra di contradizzione col mostrar di voler ora quello che poco fa aveva negato, bastava ch'ei dicesse (senza porsi egli stesso a dimostrarlo) che noi medesimi avevamo affermato generalmente, i corpi luminosi non esser trasparenti: né aveva occasione di temer ch'io fussi per venire a distinzioni di luminosi per sé o per altri, imperò che io ho sempre creduto che tal ricorso non serva se non per quelli che da principio non si son saputi ben dichiarare; e se il Sig. Mario avesse fatto differenza tra questi corpi e quelli, si sarebbe dichiarato a tempo, e non avrebbe aspettato che l'avversario l'avesse avuto a fare accorto del suo mancamento. Dico dunque ch'è verissimo che qualunque illuminazione, o propria o esterna, impedisce la trasparenza del corpo luminoso; ma non bisogna, Sig. Sarsi, che voi intendiate che dicendo noi cosí, vogliamo inferire che per ogni minima luce il corpo che la riceve debba divenir cosí opaco com'è una muraglia, ma che secondo la maggiore o minor luciditá perda piú o meno della trasparenza: e cosí veggiamo nel principio dell'aurora, secondo che la region vaporosa comincia a participare un pochetto di lume, perdersi le

minori stelle; dapoi, crescendo lo splendore, perdersi anco le maggiori; e finalmente, nella massima illuminazione, celarsi quasi la Luna stessa. In oltre, quando per qualche rottura di nuvole noi veggiamo scendere sino in Terra quei lunghissimi raggi di Sole, se voi porrete ben cura, vedrete notabil differenza circa lo scorgere le parti d'un monte opposto: imperò che quelle che sono oltre a i raggi luminosi si scorgono piú offuscate dell'altre laterali, che non vengono da essi raggi traversate. E cosí parimente, scendendo un raggio di Sole per qualche finestrella in una stanza ombrosa, come tal or si vede per qualche vetro rotto in alcuna chiesa, tutti gli oggetti opposti, in quella parte dove il raggio gli traversa, si veggono meno distintamente, mentre però il riguardante sia in luogo onde ei vegga il raggio luminoso distinto, il che non avviene da tutti i siti indifferentemente. Ora, stanti queste cose vere, dico (e cosí si è sempre detto) potere esser che la materia della cometa sia assai piú sottil dell'aria vaporosa, e meno atta ad illuminarsi, ché cosí ne persuade il vederla noi sparir nell'aurora e nel crepuscolo, trovandosi il Sole ancora assai sotto l'orizonte; sí che, quanto alla luciditá, non ci è ragione perch'ella debba asconderci le stelle piú della region vaporosa. Quanto poi alla profonditá, prima, la region vaporosa è grossa molte miglia; dipoi, noi non siamo in necessitá di por la barba della cometa di smisurata profonditá, non avendo determinato né quanto sia il diametro del capo, né s'egli è rotondo, né quanta sia la lontananza. Con tutto ciò, quando anco altri volesse porla profonda 8 o 10 miglia, non si vede nascerne inconveniente alcuno; perché anco l'aria vaporosa in tanta e maggior profonditá, ed illuminata quanto la barba della cometa, lascia veder le stelle.

52. *Illud præterea a Galilæo Aristoteli obiicitur, male illum ex cometis prædicere, annum fore non admodum*

pluvium, sed siccum potius, ventorum etiam ingentem vim ac Terræ motus portendi. Cum enim, inquit, cometæ nihil aliud Aristoteli sint nisi ignes, huiusmodi exhalationum veluti eluones voracissimi, si nullas reliquias ab iisdem relinquendas dixeris, longe sapientius pronunciaris. Sed ego longe aliter sentiendum existimo. Nam si qua in urbe per fora ac vias magnam frumenti vim dispersam negligenter haberi, aut si forte vilissima quæque capita ac plebeculæ sordes opipare semper epulari videas; an non inde tantam rei frumentariæ ac totius annonæ facultatem sapienter arguas, ut nulla ibidem in longum tempus metuenda sit inopia? Ita plane dicendum. Atqui halituum sedes angustis ut plurimum terminis, ac veluti in horreo frumentum, includitur; neque ad illas plagas, quibus vorax flamma dominatur, facile producitur, nisi quando eorumdem ingens copia inferioribus sedibus capi non potest, aut forte iidem, sicciores ac rariores effecti, omnem aqueam exuerint qualitatem. Quare non inepte Aristoteles ex cometis, hoc est ex huiusmodi exhalationibus ad ignem usque, adeo non parce sed affluenter, productis, intulit, inferiora hæc omnia iisdem maxime abundare. Neque hinc sequitur, ab eo igne nullas eorumdem halituum reliquias relinquendas: is enim ea tantum absumit, quæ supra non capaces inferioris sedis angustias ad ignis plagam elevantur; qui postea ignis non in alienas regiones irrumpit, sed suo semper fixus in regno ea sibi vindicat quæ propius ad illum accesserint aut, quasi ab humidioribus impressionibus transfuga, ad illum defecerint: et propterea potuit Aristoteles hinc etiam ventos, sicciorem anni temperiem, aliaque huiusmodi prænunciare. De nostro certe cometa si quis tale aliquid prædixisset, potuisset ab eventu ipso id egregie confirmare; nam et annus siccior solito extitit, insolentes ventorum vehementesque flatus experti sumus, Terræ motibus magna Italiæ pars concussa, idque alicubi non

parvo urbium atque oppidorum damno. Quid igitur? an non sapienter, ut alia multa, hæc etiam Aristoteles enunciavit?

L'essempio in virtú del quale crede il Sarsi di poter difendere Aristotile e mostrar l'obiezzione del Sig. Mario invalida, a me par che non molto s'assesti al caso essemplificato. Che il veder per le strade e per le piazze copia di biade arguisca esser di quelle maggiore abbondanza che quando non se ne veggono, ha molto ben del ragionevole, imperò che è in potere ed in arbitrio de i padroni l'esporle ed il celarle, e, di piú, il farne mostra non le consuma o diminuisce punto; i quali due particolari non ánno luogo nel caso della cometa. E per avventura essempio piú proporzionato sarebbe se alcuno dicesse in cotal modo: che l'isola Cuba abbondi di cinnamomi e cannelle, ce ne sia grand'argomento il sapere che gl'isolani fanno fuoco di quelle continuamente. Il discorso è concludente, perché, essendo in arbitrio loro l'arderle o no, quando ne avesser penuria l'userebbon per condimento solamente, come noi. Ma quando venisse avviso che i mesi passati per certo accidente si fusse attaccato fuoco nella gran selva de' cinnamomi, e che gl'isolani non furono potenti ad estinguer le fiamme, ritrovandosi in questo tempo assai lontani dal luogo, sí ch'ella irreparabilmente arse; se alcun mercante da tale accidente insolito volesse a i nostri aromatarii pronosticare una straordinaria abbondanza, poi che, dove per l'ordinario se ne abbruciano a fascetti, questa volta si è fatto a boscaglie intere; io credo ch'ei verrebbe reputato persona molto semplice: e quello che vedendo dalle fiamme divorar le biade mature della sua possessione, si rallegrasse e si promettesse d'essere per empire assai piú del solito i suoi granai, poi che ven'è da abbruciare a moggia, credo che sarebbe tenuto stolto affatto. La materia di che si fa la cometa o è della medesima di che si producono i venti, o è diversa: se è

diversa, non si può dalla copia di quella arguire abbondanza di questa, piú che se alcuno dal veder molt'uva si promettesse gran ricolta d'olio; se è dell'istessa, attaccato che vi sia il fuoco, arderá tutta.

53. *Quid porro ex his omnibus inferri non immerito possit, non ex me, sed ex Galilæo ipso, audiendum censeo. Ille enim, cum sua hæc experimenta exposuisset, addidit: «Hæc nostra sunt experimenta, nostræ hæ conclusiones, ex nostris principiis nostrisque opticis rationibus deductæ. Si falsa experimenta, si vitiosæ fuerint rationes, infirma ac debilia futura etiam sunt dictorum nostrorum fundamenta». His ego nihil ultra addendum existimo.*

Atque hæc illa sunt, quæ mihi in hac disputatione, ob meam erga Præceptorem observantiam, dicenda proposui: quibus ostendi certe conatus sum primum, iustam a Galilæo (atque hic princeps fuit scribendi scopus) querelarum materiam Præceptori meo, a quo ille perhonorifice semper est habitus, oblatam fuisse; deinde, licuisse nobis, in edita illa Disputatione, per parallaxis ac motus cometici observationes eiusdem cometæ a Terra distantiam metiri, atque ex tubo optico, parvum admodum cometæ incrementum afferente, aliquid etiam momenti rebus nostris accedere potuisse; præterea, non æque eidem Galilæo licuisse, cometam e verorum luminum numero excludere, ac severas adeo motus rectissimi leges eidem præscribere; ad hæc, constare ex his, aërem ad cæli motum moveri, atteri, calefieri atque incendi posse, ex motu per attritionem calorem excitari, nulla licet pars attriti corporis deperdatur, aërem illuminari posse, quotiescunque crassioribus vaporibus admiscetur, flammas lucidas simul esse atque perspicuas, quæ Galilæus ita se habere negavit; falsa denique deprehensa experimenta illa, quibus fere unis eiusdem placita nitebantur. Hæc autem innuere potius quam fusius explicare volui, cum neque plura exigi viderentur, ut pateret omnibus, neque ulli in Disputa-

tione nostra a nobis iniuriam illatam, neque nos infirmis rationibus ductos eam, quam proposuimus, sententiam cæteris omnibus prætulisse.

Qui, com'ella vede, il Sarsi fa due cose: la prima contiene implicitamente il giudicio che altri deve fare della debolezza de' fondamenti della nostra dottrina, appoggiandosi ella sopra esperienze false e ragioni manchevoli, com'egli pretende d'aver dimostrato; aggiunge poi, nel secondo luogo, un catalogo e racconto delle conclusioni contenute nel Discorso del Sig. Mario e da sé impugnate e confutate. In risposta alla prima parte, io, ad imitazion del Sarsi, liberamente rimetto il giudicio da farsi circa la saldezza della nostra dottrina in quelli che attentamente avranno ponderate le ragioni e l'esperienze dell'una e l'altra parte; sperando che la causa mia sia per esser favoreggiata non poco dall'aver io di punto in punto essaminato e risposto ad ogni ragione ed esperienza prodotta dal Sarsi, dov'egli ha trapassata la maggior parte e la piú concludente di quelle del Sig. Mario. Le quali tutte io avevo fatto pensiero (ed era in contracambio del catalogo del Sarsi) di registrar nominatamente in questo luogo; ma postomi all'impresa, mi è mancato e l'animo e le forze, vedendo che mi saria stato bisogno trascriver di nuovo poco meno che l'intero trattato del Sig. Mario. Però, per minor tedio di V. S. Illustrissima e mio, ho risoluto piú tosto di rimetterla ad un'altra lettura di quello stesso trattato.

IL FINE.

NOTE

Contavamo di poter pubblicare in questo volume le Lettere sulle macchie solari, *gli scritti sulla longitudine e quasi tutto l'epistolario, ma non è stato possibile per esigenze editoriali.*

VITA DI GALILEO.

Ecco lo scritto presentato da Galileo in sua difesa, insieme con la dichiarazione autografa del Bellarmino, il 10 maggio 1633:

« Nell'interrogatorio posto di sopra, nel quale fui domandato se io avevo significato al Padre Rev.mo Maestro del S. Palazzo il comandamento fattomi privatamente circa 16 anni fa, d'ordine del S.° Off.°, di non *tenere, defendere vel quovis modo docere* l'opinione del moto della terra e stabilitá del sole, risposi che no; e perché non fui poi interrogato della causa del non l'aver significato, non ebbi occasione di soggiugner altro. Ora mi par necessario il dirla, per dimostrar la mia purissima mente, sempre aliena dall'usar simulazione o fraude in nissuna mia operazione.

Dico pertanto, che andando in quei tempi alcuni miei poco bene affetti spargendo voce come io ero stato chiamato dall'Em.mo S. Card. Bellarmino per abiurare alcune mie opinioni e dottrine, e che mi era convenuto abiurare ed anco riceverne penitenze ecc., fui costretto ricorrere a S. Em.za, con supplicarla che mi facesse un'attestazione con esplicazione di quello perché io ero stato chiamato; la quale attestazione io ottenni, fatta di sua propria mano, ed è questa che io con la presente scrittura produco: dove chiaramente si vede, essermi solamente stato denunziato non si poter tenere né difendere la dottrina attribuita al Copernico della mobilitá della terra e stabilitá del sole ecc.; ma che, oltre a questo pronunziato generale, concernente a tutti, a me fusse comandato cosa altra nissuna in particolare, non ci se ne vede vestigio alcuno. Io poi, avendo per mio ricordo questa autentica attestazione, manoscritta dal medesimo intimatore, *non feci dopo* piú altra applicazione di mente né di memoria sopra le parole usatemi nel pronunziarmi in voce il detto precetto, del non si potere difendere né tenere ecc.; tal che le due particole che, oltre al *tenere, defendere,* che sono *vel quovis modo docere,* che sento contenersi nel comandamento fattomi e registrato, a me son giunte novissime e come inaudite: e non credo che non mi debba esser prestato fede che io nel corso di 14 o 16 anni ne abbia aver persa ogni memoria, e massime non avend'auto bisogno di farci sopra reflessione alcuna di mente, avendone cosí valida ricordanza in scritto. Ora, quando si rimuovino le due dette particole e si ritenghino le due sole notate nella presente attestazione, non resta punto da dubitare che il comandamento fatto in essa sia l'istesso *precetto che il fatto nel decreto della S.ra Congregazione dell'Indice.* Dal che mi par di restare assai ragionevolmente

scusato del non aver notificato al P. Maestro del Sacro Palazzo il precetto fattomi privatamente, essendo l'istesso che quello della Congregazione dell'Indice.

Che poi, stante che 'l mio libro non fusse sottoposto a piú strette censure di quelle alle quali obbliga il decreto dell'Indice, io abbia tenuto il piú sicuro modo e 'l piú condecente per cautelarlo ed espurgarlo da ogn'ombra di macchia, parmi che possa essere assai manifesto, poi che io lo presentai in mano del supremo Inquisitore in quei medesimi tempi che molti libri, scritti sulle medesime materie, venivano proibiti, solamente in vigor del detto decreto.

Da questo che dico mi par di poter fermamente sperare che il concetto d'aver io scientemente e volontariamente trasgredito a i comandamenti fattimi sia per restar del tutto rimosso dalle menti de gli Emin.mi e prudentissimi SS.i giudici; in modo che quei mancamenti che nel mio libro si veggono sparsi, non da palliata e men che sincera intenzione siano stati artifiziosamente introdotti, ma solo per vana ambizione e compiacimento di comparire arguto oltre al comune de i popolari scrittori, inavvertentemente scorsomi della penna, come pure in altra mia deposizione ho confessato: il qual mancamento sarò io pronto a risarcire ed emendare con ogni possibile industria, qualunque volta o mi sia dagl'Em.mi SS.i comandato o permesso.

Restami per ultimo il mettere in considerazione lo stato mio di commiseranda indisposizione corporale, nel quale una perpetua afflizione di mente, per dieci mesi continui, con gl'incomodi di un viaggio lungo e travaglioso, nella piú orrida stagione, nell'etá di 70 anni, mi hanno ridotto, con perdita della maggior parte degl'anni che 'l mio precedente stato di natura mi prometteva; ché a ció fare m'invita e persuade la fede che ho nella clemenza e benignitá degl'Emin.mi SS.i miei giudici, con speranza che quello che potesse parere alla loro intera giustizia che mancasse a tanti patimenti per adeguato castigo de' miei delitti, lo siano, da me pregati, per condonare alla cadente vecchiezza, che pur anch'essa umilmente se gli raccomanda. Né meno voglio raccomandargli l'onore e la reputazione mia contro alle calunnie de' miei malevoli, li quali quanto siano per insistere nelle detrazioni della mia fama, argomento ne prendano gl'Em.i SS.i dalla necessitá che mi costrinse a innarrar dall'Em.mo Card.l Bellarmino l'attestazione pur or con questa presentata da me ».

Facciamo seguire alcune notizie su Galileo, dovute al figlio Vincenzo e al Viviani.

Dice Vincenzo Galilei:

« Fu il Galileo d'aspetto gioviale, massime in vecchiezza, di statura giusta e quadrata, di complessione robusta e forte, e tale che non ci voleva meno acciò ei potesse resistere alle fatiche veramente atlantiche da lui durate nelle continue osservazioni celesti; nondimeno fu travagliato, da circa 40 anni dell'etá sua sino all'ultima sua vita, da dolori artetici o a quelli simili, i quali di quando in quando lo molestavano, or piú or meno. Questi ebbero origine in lui da un soverchio fresco ch'ei patí una notte d'estate in una villa nel contado di Padova.

. . . .

Molto si dilettò il Galileo di stare in villa, nella quale dimorò circa 30 anni, riconoscendo in gran parte la sanitá e la lunghezza di sua vita dall'aria aperta e salubre della campagna, e cosí ritirandosi ancora dalli strepiti della cittá, per poter con piú quiete attendere alle speculazioni e per esser di natura dedito alla solitudine, se ben tra gli amici fu di soavissima e gentilissima con-

versazione. La sua eloquenza ed espressiva era mirabile; discorrendo sul serio era ricchissimo di sentenze e concetti gravi; ne i discorsi piacevoli l'arguzie e i sali non gli mancavano. Facilmente si moveva all'ira, ma piú facilmente si placava. Ebbe memoria esquisita, sí che oltre alle moltissime cose attenenti a' suoi studi aveva a mente gran quantitá di poesie e specialmente gran parte dell'Orlando Furioso dell'Ariosto, che tra i poeti fu il suo favorito e l'autor suo esaltato da lui sopra tutti i poeti latini e toscani. Non era appresso di lui vizio piú detestabile della bugia, forse perché mediante le scienze matematiche troppo ben conosceva la bellezza della veritá. Si dilettava dell'agricoltura, la quale gli porgeva materia di filosofare e passatempo insieme; e spesse volte per suo diporto attendeva alla coltura delle piante e specialmente delle viti, potandole e legandole di propria mano con diligenza esquisita. Con tutto che fosse moderatissimo nel vitto ordinario, e specialmente nel bere, tuttavia si dilettava di vari vini, de' quali gliene venivano di diversi luoghi e specialmente dall'istessa cantina del G. Duca, cosí volendo la somma benignitá di S. A. ».

« Erano tra tanto — scrive il Viviani — i suoi piú grati trattenimenti nella musica pratica e nel toccar li tasti e il leuto, nel quale, con l'esempio ed insegnamento del padre suo, pervenne a tanta eccellenza, che piú volte trovossi a gareggiare co' primi professori di que' tempi in Firenze ed in Pisa, essendo in tale strumento ricchissimo d'invenzione, e superando nella gentilezza e grazia del toccarlo il medesimo padre; qual soavitá di maniera conservò sempre sino alli ultimi giorni.

Trattenevasi ancora con gran diletto e con mirabil profitto nel disegnare; in che ebbe cosí gran genio e talento, ch'egli medesimo poi dir soleva agl'amici, che se in quell'etá fosse stato in poter suo l'eleggersi professione, avrebbe assolutamente fatto elezione della pittura. Ed in vero fu di poi in lui cosí naturale e propria l'inclinazione al disegno, ed acquistovvi col tempo tale esquisitezza di gusto, che 'l giudizio ch'ei dava delle pitture e disegni veniva preferito a quello de' primi professori da' professori medesimi, come dal Cigoli, dal Bronzino, dal Passignano e dall'Empoli, e da altri famosi pittori de' suoi tempi, amicissimi suoi, i quali bene spesso lo richiedevano del parer suo nell'ordinazione dell'istorie, nella disposizione delle figure, nelle prospettive, nel colorito ed in ogn'altra parte concorrente alla perfezione delle pitture, riconoscendo nel Galileo intorno a sí nobil arte un gusto cosí perfetto e grazia sopranaturale, quale in alcun altro, benché professore, non seppero mai ritrovare a gran segno; onde 'l famosissimo Cigoli, reputato dal Galileo il primo pittore de' suoi tempi, attribuiva in gran parte quanto operava di buono alli ottimi documenti del medesimo Galileo, e particolarmente pregiavasi di poter dire che nelle prospettive egli solo gli era stato il maestro.

. . . .

Nel tempo di trenta mesi ch'io vissi di continuo appresso di lui sino alli ultimi giorni della sua vita, essendo egli spessissimo travagliato da acerbissimi dolori nelle membra, che gli toglievano il sonno e 'l riposo, da un perpetuo bruciore nelle palpebre, che gl'era di insopportabil molestia, e dall'altre indisposizioni che seco portava la grave etá, defatigata da tanti studi e vigilie de' tempi addietro, non poté mai applicare a disporre in carta l'altre opere che gli restavano giá risolute e digerite nella sua mente, ma per ancora non distese, come pur desiderava di fare. Aveva egli concetto (giá che i Dialoghi delle due Nuove Scienze erano fatti pubblici) di formare due giornate da aggiugnersi all'altre quattro; e nella prima intendeva inserire, oltre alle due suddette dimostrazioni [cioè quella relativa al piano inclinato e quella sul

quinto libro di Euclide], molte nuove considerazioni e pensieri sopra varii luoghi delle giornate giá impresse, portando insieme la soluzione di gran numero di problemi naturali di Aristotele e di altri suoi detti ed oppinioni, con discoprirvi manifeste fallacie, ed in specie nel trattato *De incessu animalium*; e finalmente nell'ultima giornata promuovere un'altra nuova scienza, trattando con progresso geometrico della mirabil forza della percossa, dove egli stesso diceva d'aver scoperto e poter dimostrare acutissime e recondite conclusioni, che superavano di gran lunga tutte l'altre sue speculazioni giá publicate. Ma nell'applicazione a cosí vasti disegni, sopragiunto da lentissima febbre e da palpitazione di cuore, dopo due mesi di malattia che a poco a poco gli consumava gli spiriti, il mercoledí dell'8 di gennaio del 1641 *ab Incarnatione*, a ore quattro di notte, in etá di settantasette anni, mesi dieci e giorni venti, con filosofica e cristiana constanza rese l'anima al suo Creatore, inviandosi questa, per quanto creder ne giova, a godere e rimirar piú d'appresso quelle eterne ed immutabili maraviglie, che per mezzo di fragile artifizio con tanta aviditá ed impazienza ella aveva procurato di avvicinare agl'occhi di noi mortali ».

LE NUOVE SCIENZE.

Il titolo originale di questa grande opera, che nell'epistolario è chiamata libro o trattato del moto, non si conosce. In una lettera dell'agosto 1638 Galileo, come è noto, scrive a Elia Diodati: « E con maraviglia e travaglio son restato della libertá presasi il signore Elzevirio di trasformare l'intitolazione del mio libro, riducendola di nobile, quale ella meritamente deve essere, a volgare troppo, per non dire plebea; ed è forza, per mio credere, che qualche mio poco affetto in Amsterdam gli abbia tenuto mano, e V. S. molto Illustre, come mio vero e sincero amico e padrone, ben fa a procurare la reintegrazione di essa intitolazione ».

La correzione però non fu fatta e Galileo in un'altra lettera al Diodati, anch'essa dell'agosto 1638 scrisse: « Giá che non s'è potuto ricorreggere l'intitolazione del mio libro, bisognerá avere pazienza ».

Del libro, che oggi chiamiamo *Dialoghi delle Nuove Scienze,* Galileo parlò piú volte nelle sue lettere. « Il trattato del moto — scrisse al Micanzio il 19 novembre 1634, — tutto nuovo, sta all'ordine; ma il mio cervello inquieto non può restar d'andar mulinando, e con gran dispendio di tempo, perché quel pensiero che ultimo mi sovviene circa qualche novitá mi fa buttare a monte tutti i trovati precedenti ». Il 21 dicembre 1634 scrisse al Diodati: « In breve comincerò a mandare a Venezia quel che mi resta delle mie fatiche, che è quello che da me è piú stimato, per esser tutto nuovo e tutto mio, e quivi si procurerá che sia stampato ».

Il libro, dato il « divieto generale *de editis omnibus et edendis* », non si poté stampare a Venezia e dopo varie peripezie fu stampato dagli Elzeviri a Leida nel luglio 1638. Quest'anno ricorre dunque il tricentenario della pubblicazione. L'opera arrivò a Roma nel dicembre, a Venezia nell'aprile del '39, a Galileo in giugno.

Il 27 ottobre 1638 Galileo scrisse al Diodati: « Quanto al Sig. Elzevirio, egli portò seco due mie opere, cioè il trattato del moto e quello delle resistenze de' solidi all'essere spezzati, trattati amendue nuovissimi e amendue distesi in dialogi, e in consequenza sparsi di varii episodii (per dir cosí) di materie pur nuove e curiose ». Il 6 dicembre aggiungeva: « Sono attorno al trattato de' proietti, materia veramente mirabile, e nella quale quanto piú vo speculando, tanto piú trovo cose nuove né mai state osservate, non che dimostrate, da nessuno. E sebene anche in questa parte apro l'ingresso agl'ingegni speculativi di diffondersi in immenso, vorrei io ancora ampliarmi un poco piú; ma provo quanto la vecchiaia tolga di vivezza e di velocitá agli spiriti, mentre duro fatica ad intendere non poche delle cose nell'etá piú fresca ritrovate e dimostrate da me. Manderò quanto prima questo trattato de' proietti, con una appendice d'alcune dimostrazioni di certe conclusioni *de centro gravitatis solidorum,* trovate da me essendo d'etá di 22 anni e di due anni di studio di geometria, le quali è bene che non si perdino ».

Il 4 luglio 1637 scrisse sempre al Diodati: « Poiché l'opere che si stampano adesso contengono due intere scienze, tutte novissime e dimostrate da' loro primi principii e elementi, siché, a guisa degli altri elementi matematici, aprono l'ingressi a campi vastissimi, pieni d'infinite conclusioni ammirande; perloché leggieri stima fo di tutto quello che sin qui ha visto il mondo di mio, in comparazione di questo che resta a vedersi ».

Galileo dunque considera le *Nuove Scienze* come il suo capolavoro. Il giudizio sarebbe meno discutibile se per nuove scienze s'intendesse tutta la meccanica di Galileo e non il libro pubblicato a Leida nel 1638. Il lettore sa che la meccanica è il centro dei Dialoghi dei Massimi Sistemi. Dal punto di vista letterario e filosofico i *Massimi Sistemi* sono senza dubbio superiori alle *Nuove*

Scienze. Dal punto di vista scientifico le *Nuove Scienze* meritano i giudizi entusiastici di Galileo. Le accuse del Duhem e del Caverni non hanno ragione di essere, come ha mostrato Roberto Marcolongo nella sua memoria sullo sviluppo della meccanica sino ai discepoli di Galileo.

La dedica al Conte di Noailles e la Prefazione sono state scritte probabilmente da Elia Diodati su appunti di Galileo. Anche la *Tavola delle materie principali che si trattano nella presente opera* e la *Tavola delle cose piú notabili*, che pubblichiamo piú oltre, è probabile che non siano state compilate da Galileo. La prima tavola, come ha notato il Favaro, contiene delle inesattezze: « il titolo II, *Qual potesse esser la causa di tal coerenza*, accenna alla coerenza come se prima ne fosse stata fatta menzione, laddove nel titolo precedente non è nominata; e, quello che ancora è piú grave, alla Giornata prima è dato il titolo che spetta alla seconda, e viceversa ».

La nostra edizione non riproduce materialmente quella di Leida ma tiene conto della volontá espressa da Galileo per il caso di nuova edizione. Le aggiunte e le varianti nel testo non hanno contrassegni; ma ne diamo conto qui in nota.

A p. 147, dopo le parole: « *Sagr*. Gentilissima dimostrazione e molto acuta », il resto del periodo fino alle parole: « del circoscritto di manco lati » è un'aggiunta di Galileo all'edizione originale. Nell'Edizione Nazionale l'aggiunta è, come tutte quelle che seguono, in nota (a p. 108 del vol. VIII).

A p. 151 (Edizione nazionale, VIII, p. 107) le righe 29-31, dalle parole: « adunque questo composto » sino alle parole « che è minore » sono una variante che Galileo sostituí nell'edizione originale alle parole: « adunque questa maggiore si muove men velocemente che la minore ».

A pag. 156 (Ediz. naz. VIII, p. 112) le righe 22-30, dalle parole: « dalla quale esperienza » fino alle parole: « di quella dell'aria », sono una variante che Galileo sostituí nell'edizione originale alle parole: « e tale (come sarebbe una palla di piombo) le passerá in tempo facilmente men che doppio ».

A pp. 173-174 (Ediz. naz. VIII, pp. 126-127) tutto il discorso di Sagredo, dalle parole: « Acuta veramente speculazione » fino alle parole: « il peso dell'acqua sola in aria. » è un'aggiunta di Galileo all'edizione originale.

Le pagine 276-282 (Ediz. naz. pp. 214-219), dalle parole: « *Salv*. Qui vorrei, Sig. Sagredo » fino alle parole: « *Salv*. Ripiglierò dunque la lettura del testo » sono un'aggiunta messa in dialogo da Vincenzo Viviani e che Galileo desiderava fosse inserita in un'eventuale ristampa dei Discorsi delle Nuove Scienze. L'aggiunta fu pubblicata dal Viviani nell'edizione bolognese delle Opere del Maestro (1655).

Galileo aveva scritto da Arcetri a Benedetto Castelli il 3 dicembre 1639 (il giovine discepolo è il Viviani):

« È manifesto pur troppo, Signor mio Reverendissimo, che il dubitare in filosofia è padre dell'invenzione, facendo strada allo scoprimento del vero. L'opposizioni fattemi, son giá molti mesi, da questo giovane, al presente mio ospite e discepolo, contro a quel principio da me supposto nel mio trattato del moto accelerato, ch'egli con molta applicazione andava allora studiando, mi necessitarono in tal maniera a pensarvi sopra, a fine di persuadergli tal principio per concedibile e vero, che mi sortí finalmente, con suo e mio gran diletto, d'incontrarne, s'io non erro, la dimostrazione concludente, che da me fin ora è stata qui conferita a piú d'uno. Di questa egli ne ha fatto adesso un disteso per me, che, trovandomi affatto privo degli occhi, mi sarei forse confuso nelle figure e caratteri che vi bisognano. È scritta in dialogo, come sovvenuta al Salviati, acció si possa, quando mai si stampassero di nuovo i miei Discorsi e Dimostrazioni, inserirla immediatamente doppo lo scolio della seconda proposizione del suddetto trattato, a faccie 177 di questa impressione,

come teorema essenzialissimo allo stabilimento delle scienze del moto da me promosse. Questo lo comunico a V. S. per lettera, prima che ad alcun altro, con attenderne principalmente il parer suo, e dopo quello de' nostri amici di costí, con pensiero d'inviarne poi altre copie ad altri amici d'Italia e di Francia, quando io ne venga da lei consigliato. E qui, pregandola a farci parte d'alcuna delle sue peregrine speculazioni, con sincerissimo affetto la riverisco, e gli ricordo il continuare l'orazioni appresso Dio di misericordia e di amore per l'estirpazione di quelli odii intestini de' miei maligni infelici persecutori ».

Nell'Edizione nazionale le righe dei *Frammenti attenenti ai Discorsi*, comprese tra le parole *eius h k 250* e *Datae parabolae elevationem invenire* (pp. 538-541 della nostra edizione); le righe comprese tra *erunt extrema plus quam dupla* □ *g i* e *sia l'angolo a d c gradi 45* (pp. 544-546) e quelle comprese tra *et ipsi quoque di i h* e *Tabula altitudinum semiparabolarum* (pp. 547-548) sono state pubblicate solo in fac-simile.

La figura relativa al frammento *sit factum* (p. 505 della nostra edizione), come risulta dall'appendice alla Ristampa del volume ottavo, va modificata cosí:

TAVOLA DELLE MATERIE PRINCIPALI
CHE SI TRATTANO
NELLA PRESENTE OPERA

TAVOLA DELLE COSE PIÚ NOTABILI

A

C

D

E

F

G

I

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

V

Pubblichiamo adesso, a complemento delle *Nuove Scienze*, le *Operazioni astronomiche*, che, secondo il Viviani, dovevano essere comprese nella « Giornata quinta ».

LE OPERAZIONI ASTRONOMICHE.

I ragionamenti che ne i giorni passati sono occorsi intorno all'esquisitezza de gli strumenti astronomici usati da gli osservatori sin qui, ed in particolare da Ticone Brahe, con spese eccessive, mi hanno porta occasione di rinovare alcuni miei pensieri sopra questa materia; li quali, s'io non m'inganno, mi fanno credere, potersi con istrumenti assai piú semplici, e molto piú esatti, conseguire le medesime notizie, ed altre appresso non tentate ancora, e con tutto ciò utilissime e grandi, nel medesimo affare.

È noto a ciascuno, due esser i mezzi principalissimi e necessarissimi per far le celesti osservazioni con puntualissima giustezza: l'uno de' quali è il potersi servire d'un misuratore del tempo che senz'errore d'un momento ci somministri l'ore e le loro frazioni, fino a' minuti primi, secondi e terzi, e piú, se piú bisognassero; l'altro è il trovarsi forniti di strumenti per prender l'altezze delle stelle e le distanze tra esse ed altre simili misure necessarie. Dirò la fabbrica e 'l modo di perfezionar l'una e l'altra sorta di strumenti.

Esattissimo compartitore, in minutissime particelle, del tempo è un pendolo appeso a un sottil filo di qualsivoglia grandezza; il qual pendolo, essendo di materia grave, rimosso dal perpendicolo e lasciato liberamente scorrere, fa le sue reciprocazioni, o vogliam dir vibrazioni, siano pur grandi o piccole, perpetuamente sotto tempi ugualissimi. Il modo poi di trovare, mercé di questo, esattamente la quantitá di qualsivoglia tempo ridotto ad ore, minuti, secondi etc., che sono le particole comunemente usate da gli astronomi, sará tale. Accomodato un tal pendolo, di lunghezza, per esempio, d'un palmo o di mezzo braccio, e facendolo andare, e per una volta tanto numerando con pazienza le vibrazioni che passano in un giorno naturale, conseguiremo il nostro intento, tutta volta però che abbiamo una precisa conversione di detto giorno, o vogliam dire dell'equinoziale. E per ottener questa, voglio che si fermi un telescopio esquisito, di lunghezza di quattro braccia o piú, verso qualche stella fissa quand'ell'è intorno al meridiano, e tenendo sempre immobile il telescopio, aggiustato giá alla stella, si continui di rimirarla sino all'ultimo punto ch'ella scappa fuori della vista; nel qual punto si comincino a numerare le vibrazioni del pendolo, continuando la notte e 'l giorno seguente sino al ritorno della medesima fissa incontro al telescopio conservato sempre immobilmente nel medesimo posto; ed aspettando che la stella scappi fuori della vista nel modo che fece nella precedente osservazione, ritengasi il numero delle vibrazioni scorse in tutto questo tempo: imperocché da esse in tutte l'altre osservazioni di tempi potremo avere le quantitá loro in ore, minuti, secondi e terzi etc., operando con la seguente regola.

Pongasi, per esempio, che 'l numero delle vibrazioni nel tempo delle 24 ore naturali sia stato 280536; ed all'arrivo d'alcuna fissa nel meridiano si cominci a numerare le vibrazioni, sin che un'altra fissa pervenga al meridiano, e sia il tempo decorso, misurato, 16942 vibrazioni: vogliamo sapere quanto sia questo tempo, ridotto in ore, minuti, secondi etc. Dicasi dunque, per la regola aurea: Se 280536 vibrazioni sono il tempo di 24 ore, qual sará il tempo delle 16942? Operisi per la regola, e troverassi un'ora, con l'avanzo della frazione 126072; dalla quale caveremo i minuti primi, moltiplicandola per 60, il cui prodotto è 7564320, che diviso pel primo numero 280536 ne dá 26, che sono minuti primi, ed avanza 270384; dal quale averemo i secondi, multiplicandolo pure per 60, il cui prodotto è 16223040, che diviso pur per l'istesso partitore ne rende 57, e

sono minuti secondi, ed avanza 212488; il qual di nuovo multiplicato per 60, e 'l prodotto partito pel medesimo partitore, ci dá 44 minuti terzi, con l'avanzo di 205696; che multiplicato pure per 60, e diviso il prodotto pel medesimo partitore, ci dá 44 minuti quarti quasi appunto. E con tal ordine si troveranno frazioni piú minute, quanto ne piacerá. E tra tanto notisi quanto grande sia l'utile che da questa prima operazione si ritrae, poi che per essa venghiamo in cognizione scrupolosissima della differenza ascensionale retta di tali stelle, etc.

Stabilito in tal modo il mio misuratore del tempo, vengo alla divisione e suddivisione de' gradi del quadrante o sestante, con maniera simile alla sopraposta nella divisione del tempo. Dopo aver diviso l'arco del quadrante in 90 parti uguali, overo in 60 quello del sestante, piglisi una verghetta in figura di prisma triangolare, fatta d'avorio o di altra materia dura, intorno alla quale verghetta si vadia avvolgendo una sottil corda da cetera; e per fuggire l'offesa della ruggine, sará bene che la corda sia un fil d'oro, tirato per sottilissima trafila. Questo, avvolto intorno alla triangolar verghetta in modo che le rivolte si vadano toccando, non è dubbio alcuno che tutto lo spazio compreso tra le rivolte estreme sará diviso in particole minime ed ugualissime. Preparisi dunque cotal prismetto, e di esso s'ingombri, dalla moltitudine delle volute del filo, tanta parte, quanta appunto è la lunghezza d'un grado del nostro quadrante o sestante; accomodisi poi il prisma cosí diviso, che ad arbitrio nostro risponda a qualsivoglia grado delli 90 o 60, trasportandolo a questo ed a quello secondo 'l bisogno, cioè applicandolo a quel grado che dalla dioptra o dal perpendicolo sará tagliato: la divisione d'un grado d'un quadrante o sestante, la cui costa sia quattro braccia in circa, sará dalle rivolte del sottil filo fatta in molte centinaia di parti. E qualunque sia il numero di esse, troveremo le frazioni del grado con l'istessa regola che trovammo di sopra le frazioni dell'ore; ché posto, per esempio, che le revoluzioni del filo fussero 2430, e che le tagliate dalla dioptra o dal perpendicolo fussero, verbigrazia, 820, diremo: Se il numero 2430 ci dá minuti primi 60, quanti ce ne dará l'altro numero 820? Operisi conforme alla regola, e troveremo darcene 20'. 14'' e quasi 49'''.

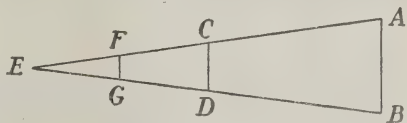
Preparati cotali due strumenti massimi, potremo prima rettificare le cose giá stabilite sino a questi tempi, ed altre arrecarne, con nuovi e molto esquisiti mezzi ottenute. E per maggior distinzione e chiarezza, voglio che andiamo numerando e distinguendo le operazioni tra di loro.

OPERAZIONE PRIMA.

Avanti che venghiamo all'operazioni particolari, dependenti da i due preparamenti posti di sopra, ho giudicato esser bene il dichiarare un modo esattissimo, pel quale quel che vuol fare l'osservazioni possa rimediare all'inconveniente nel quale incorrerebbe ogni volta che si servisse de' raggi della sua vista come derivanti da un punto solo indivisibile; il che è falso, atteso che vengono prodotti da tutto 'l piccolo cerchio della pupilla de gli occhi: onde fa di bisogno che il riguardante abbia una squisita misura del diametro della pupilla del proprio occhio, la cui grandezza si deve mettere in conto; altrimenti si potrebbero commettere errori gravissimi, come in varie operazioni, che ci accaderanno, manifestamente si comprenderá. E per trovar tal diametro della pupilla, ho pensato un modo assai esatto; ed è tale. Prendansi due strisce di carta, l'una bianca e larga il doppio piú dell'altra, che sia nera; e basterá che questa piú stretta sia larga un pollice, e l'altra due; e fermata la maggior in una parete, pongasegli l'altra al dirimpetto, e lontana da quella, per esempio, dieci braccia. È manifesto, che essendo tali due strisce collocate parallele fra di loro, le linee rette, le quali partendosi da due punti estremi della larghezza

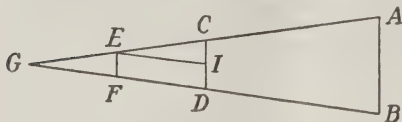
della maggiore striscia, passando per i due termini della minore rispondenti a quella della maggiore, anderebbero a congiugnersi in un punto, altre dieci braccia lontano dalla minore striscia; e se nel punto di tal concorso si costituisse l'occhio, e che in esso la vista si facesse in un sol punto, la striscia nera e minore asconderebbe precisamente tutta la bianca: ma perché i raggi visivi escono da tutta la pupilla, però troveremo per esperienza, esser necessario avvicinare alquanto l'occhio alla striscia nera; avvicinarlo, dico, tanto, che dalla larghezza della nera venga precisamente occultata la larghezza della bianca. E fatto questo, prendasi con diligenza la lontananza della pupilla dalla striscia nera, la quale sará minore della distanza dell'angolo del concorso; e dalla differenza di tali due distanze agevolmente verremo in cognizione del diametro della pupilla: il che faremo chiaro per la figura qui appresso notata.

Intendasi la retta A B esser la larghezza della striscia bianca, la cui metá C D sia la larghezza della nera; e fermate tra di loro parallele in qualsivoglia distanza, intendansi dalli estremi termini, A, B passare le rette per i termini C, D, concorrenti nel punto E; nel qual punto quando vi fusse costituita la pupilla, e che la vista

terminasse in un sol punto, verrebbe la A B occultata dalla C D. Quando dunque ciò non accada, portisi l'occhio verso C D, sin dove primieramente resta la A B coperta dalla C D; e ciò avvenga, per esempio, in F G: è manifesto, la F G esser il diametro della potenza visiva, cioè della pupilla, la cui grandezza ci resterá nota mercé delle tre linee note C D, C E, E F; imperocché qual proporzione ha la C E alla E F, tale l'ha la C D alla F G.

OPERAZIONE SECONDA.

Fermato e con somma diligenza ritenuto il diametro della propria pupilla, vengo ad una operazione tanto piú ammiranda e da pregiarsi, quanto da essa dependono cognizioni sopra modo importanti e nelle quali tutti i passati astronomi si sono allucinati; e questa è una esattissima misura de i diametri de i dischi delle stelle, tanto fisse quanto erranti, i quali sono stati creduti molte e molte volte maggiori di quello che realmente sono. E veramente troppo è stata scarsa l'avvertenza di coloro che hanno giudicato, come si dice, a occhio, il diametro, verbigrazia, del Cane o di Venere suttendere a due o tre minuti primi, giudicando tali grandezze da quello che mostrano nell'oscuritá della notte, quando la capellatura de i raggi avventizii è cento e cento volte maggiore del nudo corpicello della stella; come pur dovevano comprendere dall'aver veduto piú volte Venere, di giorno, non punto maggiore d'un grano di miglio, e la medesima, un'ora doppo il tramontar del Sole, grande come una gran fiaccola. Ma venghiamo ad emendar l'errore con l'investigare quale e quanto sia l'angolo a cui suttende il diametro di qualsivoglia stella. E preso, per esempio, il Cane, e fatto pendere da qualche notabile altezza una corda grossa, verbigrazia, un dito, ed avendo preparata tal corda che ad essa altri possa liberamente accostarsi e discostarsi, vada, quello che opera, appressandosegli sí che gli venga precisamente coperta la stella, in guisa tale, che movendo l'occhio a destra o a sinistra, per ogni minimo intervallo si scopra qualche parte del disco risplendente; e posto un segno nel luogo dove è stato l'occhio nell'operare e un altro nel luogo della corda, si esamini poi con comoditá e puntualissimamente il dia-

metro della corda, o pure (e sará la vera) la larghezza di essa corda compresa dalli estremi raggi tangentila, ed il diametro della pupilla, misurati amendue con le piú sottili frazzioni che usar si possano: imperocché dalla proporzione di questi due diametri e dalla nota e misurata distanza tra 'l luogo della corda e la pupilla troveremo il vero punto del concorso de' raggi li quali, partendosi dal diametro della stella, passassero per i termini del diametro della corda; il che faremo manifesto con questa semplice figura.

Intendasi l'occhio esser in E F quando la corda, il cui diametro C D, occupa il diametro A B della stella alla pupilla, il cui diametro E F: cercasi il concorso de' raggi A C, B D, cioè l'angolo G. Intendasi nel triangolo C G D la E I parallela alla G D: è manifesto, come I C a C D, cosí stare E C a C G. Ma I C è nota, essendo l'eccesso del diametro della corda sopra 'l diametro della pupilla; è nota parimente essa C D, essendo il diametro della corda; nota è similmente la E C, distanza tra l'occhio e la corda: adunque averemo la lontananza C G, per la quale e per il noto diametro della corda averemo l'angolo G, e per consequenza la suttesa ad esso, cioè il diametro del Cane, oh quanto e quanto minore del creduto fin qui! ed in conseguenza intenderemo quanto siano state grandi le fallacie che da cotanto errate supposizioni sono state dedotte. E qui è bene metter in considerazione che la grossezza della corda per coprire il corpo della stella non ha da esser maggior di quanto basta a nascondere il piccol disco di essa come se fusse tosato e tolti via i raggi ascitizii, li quali, perché non sono intorno al corpo della stella, ma solamente nel nostro occhio, coperto il piccol capo della stella, spariscono i crini; e cosí l'operazione resta semplice e netta.

OPERAZIONE TERZA.

Di conclusioni massime, e che dietro si tirano conseguenze maggiori, potremo venir in notizia servendoci, per far le nostre osservazioni, di lontananze massime. E restando di voler investigare, come nella precedente operazione, il diametro d'una stella fissa e qualch'altra conseguenza appresso, vorrei che nella sommitá di qualche alta montagna fusse collocato qualche grosso trave, e fermato parallelo all'orizzonte, elevato da terra quattro o cinque braccia, e posto a squadra del meridiano: ed avendo sito opportuno nella pianura d'avvicinarsi ed accostarsi al monte liberamente, movendosi sotto l'istesso meridiano o senza molto diviare da esso, vorrei che l'osservatore si fermasse in luogo dal quale s incontrasse qualche stella delle convertibili intorno al polo settentrionale, stando egli dalla parte di mezzo giorno, la quale stella andasse ad occultarsi doppo il trave, collocato come s'è detto; e trovato sito opportuno, quivi si fabbricasse un piccolo ricetto (quando non vi fussero case giá fabbricate), nel quale con perfetto telescopio s'andasse osservando la stella in diversi tempi: dalle quali osservazioni si potrebbe venire in diverse cognizioni.

E prima, quando il caso avesse incontrato che la grossezza del trave precisamente occultasse il disco della stella, giá per la regola dichiarata nella precedente operazione troveremo l'angolo al quale sottende il diametro della stella. Ma se in tanta lontananza la trave segasse il disco, lasciandone parte sopra e parte sotto, col ritornare a replicar l'osservazioni fatte in diversi tempi, distanti per uno, due e tre mesi l'uno dall'altro, potremo accorgerci se nella sfera

stellata sia qualche minima titubazione; nella qual cognizione ci condurrá, tuttavolta che la grossezza del trave notabilmente di soverchio ricoprisse la stella, sí che ella per qualche tempo restasse ascosa, ci condurrá, dico, il nostro esattissimo misuratore del tempo, col mostrarci se i tempi della occultazione di quella siano o non siano sempre uguali.

Una simile notizia potremo conseguire stando anco nella cittá, col ritrovar sito dal quale si vegga qualche stella fissa andar traversando la piramide di qualche campanile; che opportunissima sarebbe la pergamena della nostra Cupola: imperocché, aggiustato prima, e poi immutabilmente fermato, il telescopio, sí che si scorga l'ultimo punto dell'occultazione ed il primo dello scoprimento della stella nel traversar la grossezza di detta piramide o pergamena, l'esquisita numerazione del tempo della occultazione ci rende sicuri se alterazione alcuna sia o non sia nell'ottava sfera. Imperocché, se 'l tempo si manterrá sempre l'istesso, sará concludente argomento che la detta stella si addoperá sempre alla pergamena camminando per l'istessa linea; ma se le durazioni si troveranno in diversi tempi esser disuguali, avremo segno evidente, la stella traversare detta pergamena ora piú alto ora piú basso, ed in conseguenza soggiacere l'orbe stellato a qualche titubazione.

Voglio che mi basti aver accennati i fondamenti saldi e principali in tali operazioni, lasciando che il lettore per sé stesso vadia provedendo a quelle particolari difficoltá che si rappresentassero, le quali non possono esser di gran momento appresso agli uomini d'ingegno saldo, ben affetti, e desiderosi d'agevolare, e non difficoltare, l'imprese e l'invenzioni altrui; e con questi soli parlo. lasciando che altri piú insigni inventori trovino artifizii piú grandi. E qui solamente soggiungo la necessitá grande di tenere il telescopio continuamente fisso ed immobilmente fermato nell'istesso posto, e la canna fabbricata di materia non soggetta all'alterazioni dell'aria.

OPERAZIONE QUARTA.

Utile e molto curiosa è tra le cognizioni astronomiche l'assicurarsi dell'avvicinamento e discostamento da noi de i due luminari e delli altri pianeti ancora; de i quali accidenti ci potremo chiarire con operazioni non dissimili dalle passate. Come, per esempio, se noi misureremo il tempo nel quale il Sole trapassa col moto diurno tanto spazio quanto è il diametro del suo disco, mentre si va addopando a qualche muro intorno all'ora meridiana, e tale osservazione faremo in diversi tempi dell'anno, la differenza de' tempi di cotali trapassi ed addopamenti ci dará le differenze delli angoli a' quali il disco solare in detti tempi sottende, e vedremo la differenza del suo diametro posto nell'auge e nel perigeo. Col traversare una striscia la quale occulti la Luna all'occhio posto in una tal distanza, potremo comprendere quanto il diametro del suo disco sia differente nelle quadrature da quello che è nel plenilunio e nel suo primo apparire nel novilunio. E cosí riscontreremo quanto veri e giusti siano gli accostamenti e discostamenti attribuiti a' medesimi luminari dagli astronomi.

L'avvicinarsi e 'l discostarsi dalla Terra gli altri pianeti è tanto sensato e rispondente a i cerchi e movimenti loro attribuiti da gli ultimi osservatori, che non resta luogo di punto dubitarne; e mercé di perfetto telescopio pur troppo chiaramente si scorge, i dischi in particolare di Venere e di Marte mostrarsi, quello circa quaranta, e questo ben sessanta, volte maggiore in un sito che in un altro, cioè mentre sono perigei e poi apogei. I loro ricrescimenti e diminuzioni si scorgono similmente in Giove ed in Saturno posti nelle diverse distanze, dove egregiamente si manifesta ancora il congiugnimento de i due approssimamenti e discostamenti mercé dell'eccentrico e dell'epiciclo: incontro e notizia veramente ammirabile.

OPERAZIONE QUINTA.

Il negozio delle refrazzioni resta per ancora appresso di me assai ambiguo, né vi so discernere precisione alcuna, fondata sopra stabili e certe osservazioni: e veramente confesso di non restar capace come la struttura delle tavole di esse refrazzioni, portata come assai risoluta, in particolare da Ticone, sia veramente tanto sicura, che di essa si possa fare assoluto capitale nel calcolare le elevazioni delle stelle, in particolare ne' luoghi non molto alti sopra l'orizzonte.

Della non ferma scienza di cotal materia me ne vengono arrecati argomenti da piú bande. E prima, parmi di scorgere che tali refrazzioni siano, e sian per essere, assai variabili, per l'esperienza e per la ragione. Quanto all'esperienza, posto che sia vero che mercé della refrazzione l'oggetto lucido, e non molto remoto dall'orizzonte, venga sollevato; che tal sollevamento sia in diversi tempi molto disuguale, ce lo mostra il solar disco, il quale alcune fiate, trovandosi circa un grado elevato dall'orizzonte, si mostra non in figura circolare, ma bislunga, cioè d'altezza notabilmente minore della lunghezza: il che credo io veramente accadere, che mercé de i vapori bassi l'inferior parte del disco solare viene piú inalzata che la superiore, restando l'altra dimensione, cioè la lunghezza, inalterata. Ora, stante che questo sia effetto della refrazzione, si manifesta l'incostanza e mutazione sua, perché tale accidente non accade continuamente, anzi pure rare volte, ed or con maggior ed or con minore diversitá; ma il piú delle volte si vede perfettamente circolare. Da questa osservazione mi pare che si possa, in certo modo, introdurre due sorti di refrazzioni: cioè, la prima, fatta dal grand'orbe vaporoso, che circonda quasi che immutabilmente la Terra, mercé del quale nascono i crepuscoli; e l'altra sia effetto d'altri piú grossi vapori, che in minor altezza si distendono sopra qualche parte del globo terrestre e che forse non si elevano piú in alto che sormontino gli altri vapori grossi, circoscrivendo quella parte vicina dove si producono le nuvole, le pioggie, i venti etc.: e forse non sará lontano dal vero il dire, cotali refrazzioni massime farsi in quest'orbe vaporoso e basso. Io apporterò qualche esperienza, non fatta, ma da farsi per venire in maggior cognizione di questa materia di quella che sin qui se n'è avuta.

E prima, per chiarirsi quanto sia vero che accader possa, come alcuni affermano, che la Luna o 'l Sole, doppo essere scesi sotto all'orizzonte, si mostrino a' riguardanti esser ancora superiori, mercé della refrazzione fatta ne' vapori grossi: in quel modo che vanno esemplificando della moneta posta nel fondo del catino, le cui sponde la celano all'occhio posto in sito obliquo, e che poi la medesima moneta si rende visibile qualunque volta s'infonda acqua nel vaso, nella quale, come dicono, i raggi visuali refratti vanno a trovar la moneta, o pure che la sua spezie dall'acqua venga sollevata; per chiarirsi, dico, se l'istesso accaggia per la medesima ragione nel Sole giá realmente tramontato, accomodata esperienza ne sarebbe per avventura questa. Ponghansi due osservatori, uno sopra una torre assai alta overo in cima d'una rupe altissima, e l'altro sia al piede di essa torre o rupe; ed amendue osservino il tramontare del Sole, numerando con l'esquisito misurator del tempo i minuti secondi che passano mentre che il disco solare tutto si nasconde sotto l'orizzonte: imperocché. quando i vapori grossi abbiano facoltá di sostenere l'imagine del Sole sollevata dall'orizzonte, piú lungo tempo passerá nel tramontare a quello posto al basso, come molto piú immerso ne i vapori, che all'altro collocato in luogo sublime, per esser egli fuori delle parti vaporose piú grosse; e forse potrebbe accadere che il Sole si mostrasse tuffato sotto l'orizzonte prima a colui collocato in alto, che all'altro basso. Ma soggiungo un'altra esperienza, e, per mio credere, da stimarsi non poco.

Pongasi una corda distesa piú dirittamente che sia possibile, lontana dall'occhio cento o piú braccia, la qual sia posta parallela all'orizzonte, e da esso

si mostri elevata circa un grado; si mostri, dico, in tale elevazione all'occhio, il quale vadia osservando il disco solare dal primo toccamento di essa corda sino alla totale sommersione sotto la medesima, numerando esattamente i minuti, almeno secondi, spesi dal disco solare nel suo trapasso. Facciasi immediatamente l'istessa operazione nel calare del medesimo disco solare sotto 'l vero orizzonte, notando, con la medesima precisione, il tempo della demersione; il quale dovrá esser piú lungo notabilmente, se notabilmente vien sollevata la sua spezie dalla refrazzione. E se con altre corde, per cosí dire, orizzontali, poste due o tre o piú gradi elevate dal vero orizzonte, si faranno simili indagini, si potrá, s'io non m'inganno, con simil metodo aprire strada assai sicura al deliberare circa le refrazzioni: il qual negozio mi par differentissimo da quello del vaso e dell'acqua, essendo che in questo l'occhio è in un diafano diversissimo da quello nel qual si trova la moneta, ma nel nostro caso l'occhio è immerso ne i medesimi vapori per i quali ha da passar la spezie; che se l'occhio, il catino e la moneta fusser tutti nell'acqua, la refrazzione non vi sarebbe.

OPERAZIONE SESTA.

È noto con quanta fatica hanno proceduto gli astronomi per venire in cognizione, di tempo in tempo, del luogo nel quale si ritrova il Sole in relazione alle stelle fisse, mentre che non è stato loro permesso vedere nell'istesso momento il Sole e qualche fissa, per poter con quadrante o sestante prendere l'intervallo tra essi; ma hanno avuto bisogno di prendere prima la distanza tra 'l Sole e la Luna, o vero Venere, la quale pure si lascia veder tal volta mentre il Sole è sopra l'orizzonte; e pigliando poi la distanza tra Venere e la fissa desiderata, hanno in due pezzi composto quello che non poterono in un sol tratto. Ma ora mercé del telescopio esquisito le fisse, e massime quelle della prima grandezza, si possono veder tutto 'l giorno, avendole prima trovate avanti il levar del Sole e continuando poi d'andarle accompagnando con l'occhiale.

Ma quale e quanto è l'uso de i nostri ben preparati strumenti per descriver tutta la sfera stellata? Presa l'altezza meridiana d'una stella, da noi presa per la prima e principale, e numerando poi il tempo d'un'altra che doppo quella prima arrivi al meridiano, dove con esquisitezza si pigli la sua altezza, giá averemo la differenza ascensionale di questa, ed in conseguenza il sito nella sfera stellata; ed il medesimo intendasi dell'altre: ma è ben vero che è negozio laboriosissimo e veramente atlantico, mercé del troppo numeroso gregge delle fisse. E perché in questa ed in molte altre operazioni aviamo bisogno d'una giustissima linea meridiana, esporrò conseguentemente un modo di trovarla, per mio credere esattissimo.

. . . .

IL SAGGIATORE.

Di quest'opera, che rimane un capolavoro perché, oltre ad essere una divertente stroncatura, è il Discorso del metodo galileiano, pubblichiamo l'edizione completa. Nell'edizione nazionale la *Libra* del Grassi, essendo stata riprodotta a parte, non è stata inclusa nel *Saggiatore*. S'intende che tanto per il testo della *Libra* che per quello del *Saggiatore* abbiamo seguíto l'edizione nazionale.

A pag. 701 (Ediz. Naz. VI, pag. 295), alla riga nona, dopo le parole: « né fuor di proposito », l'edizione originale continua: « Primieramente (per rispondere a tutte le parti), io dico, non occorrere che 'l Sarsi venga sí spessamente ripetendo il rinfacciarci l'aborrimento della poesia, poi che noi, come giá si disse, non l'aborriamo in modo veruno. Anzi qui soggiungiamo, non ci essere incognito che, per l'incatenata parentela la qual tutte l'arti una coll'altra tengono, non solo si permette al filosofo il tramezar talora ne' suoi trattati alcune poetiche delizie, come fece Platone e come fanno oggi molti, ma si concede anco al poeta il seminare alle volte ne' suoi poemi alcune scientifiche speculazioni, come tra i nostri antichi fece Dante nella sua *Comedia*, e come tra i moderni ha fatto il Cavaliere Stigliani nel suo *Mondo Nuovo*. Appresso dico (per rientrar nella disputa) ch'*ecc.* ». Questo passo fu interpolato da Tommaso Stigliani.

Il 19 novembre 1634, Galileo scriveva da Arcetri a Fulgenzio Micanzio, a proposito di un'eventuale ristampa del *Saggiatore*: « Saria forse bene aggiugnervi le postille che ho fatte alla risposta del medesimo Sarsi al Saggiatore; e si potrebbe figurar che allo stampatore fusse dato per le mani un libro di detto Sarsi postillato con risposte alle obbiezioni che ei fa al Saggiatore. La Paternitá Vostra ci penserá un poco, ed io ancora ».

In omaggio a questa volontá di Galileo, pubblichiamo la massima parte delle postille alla replica del Grassi. Quelle precedute da asterisco sono di mano del Guiducci.

1) Simula il viso pace, ma vendetta
Chiama il cor dentro, e ad altro non attende.

6) Questo non è il vero metodo insegnatovi da me per non lasciare niente non considerato; perché io trascrivo tutta la vostra scrittura senza lasciarne sillaba, e voi per dare un poco di vita alle vostre calunnie e falsitá, almeno appresso quelli che non hanno il mio libro, non producete (ed anco troncatamente) altro che quei luoghi da i quali vi par di poter rappresentar contradizzioni o altre fallacie, la falsitá delle quali troppo chiaramente si conoscerebbe da chi avesse in pronto l'opera mia.

7) Voi, per darmi titolo d'imbriaco, avete finto di non intendere quello che significhi *Saggiatore*. Io, alla vostra imitazione, potrei dire che il nome *Simbellatore* vien da i zimbelli, che sono alcuni piccoli sacchetti pieni di crusca, legati in capo di una cordicella, con i quali i nostri fattori il carnovale soglion sacchettare e zimbellare le maschere, e che cosí inavvertentemente aveste augurato a voi medesimo scherzi piú aspri; ma non voglio etc.

10) Se voi aveste cognizione della lingua toscana, aresti, senza piú oltre leggere nel mio libro, inteso come il nome *Saggiatore* senza traslazione significa l'istesso che *collibista*, e non quello che *prægustator vini*, il quale noi chiameremmo *assaggiatore*, poi che si dice *assaggiare il vino*, e non *saggiare*.

In oltre, giá che voi dite che, avvertito del significato in che io lo prendo, comprendeste che il pigliarlo per assaggiator di vini era non pur falso, ma indecente e poco sobrio, perché scriverlo? non si può, per mio parere, dir altro, se non per darmi, con ricoperta assai trasparente, titolo di briaco, con assai poca modestia: cosa che ho sfuggita io, ben che ne avessi assai largo campo, come poco di sotto intenderete.

12) Voi non intendete questo mestiero, mentre che voi credete che i saggiatori si servino delle bilancine per pesar l'oro o l'argento, essendo che l'uffizio è di ritrovare se 'l metallo che vien proposto per oro puro o per argento, è tale, o pure tiene di rame o altra materia men perfetta, o è alchimia etc.: e cosí il Saggiatore scuopre i vostri errori mascherati con molte molte fraudi e 'nganni, e non gli pesa altramente, lasciando che tal giudizio si faccia da chi si sia e con qualsivoglia stadera ben grossa.

13) E che volete far, signor Sarsi, se a me solo è stato conceduto di scoprir tutte le novitá celesti, ed a niun altro nissuna? E questa è veritá da non si lasciar supprimere da malignitá o invidia. Io primo, e solo, ho scoperto la Luna montuosa, etc. E *tantum abest* che altri avanti di me abbiano tali cose osservate, che infiniti le negavano, e molti le negano ancora, dopo essergli state molte volte mostrate, etc.; e voi medesimo, per non intendere ancora che cosa sieno le proiezioni dell'ombre e l'altre apparenze per le quali necessariissimamente si conclude la montuositá della Luna, col parlarne scherzevolmente mostrate di non la credere. Di piú, io non ho mai detto, esser impossibile che altri avanti di me abbia scoperto etc., ma che Simon Mario, nel volersi attribuir l'anzianitá nelle Medicee, si mente, e ne adduco la ragione manifesta. E perché niuno, altri che lui, si è attribuito tal cosa, se voi volevi parlare a proposito, non dovevi in generale rispondere al mio particolare, ma dimostrare che poteva benissimo essere che Simon Mario avesse osservate le Medicee avanti di me, e che io e non esso si fussi ingannato circa la loro declinazione, etc. La vostra, dunque, considerazione è un grande sproposito, accompagnato da malignitá e invidia.

Aggiungasi di piú: voi dite che ogn'uno á gli occhi, e che molti sono i telescopii, e però che molti potevano osservare etc. E non v'accorgete che tanto vien ad esser maggior la lode mia e 'l biasimo de gli altri? li quali sarebber degni di scusa se io solo avessi auto occhi e telescopio.

14) Non veggo di potere scusar la malignitá vostra manifesta, se non con l'ignoranza, dicendo che è necessario che voi non abbiate intesa la ragione con la quale io dimostro la bugia di Simon Mario, ed in consequenza che voi non intendiate come, essendo Giove australe, bisogni etc. Qui si vede che voi scrivete solamente per quelli che non sono atti a rivedervi il conto.

15) * Non mi maraviglio punto che la Libra sia piena di inurbanitá, poiché l'autore s'è accorto che l'inurbanitá si disdice, dopo l'essere assunto al principato Urbano. Mi maraviglio bene della presente scrittura, che n'è piú copiosa di quell'altra.

20) Voi vi querelate di quello di che dovreste ringraziarmi: imperò che ponete che io vi abbia, ben che mascherato, conosciuto; non vi par egli che io vi abbia molto rispettato e tenuto conto della reputazion vostra, mentre che, sendo messo in necessitá di rispondere alle vostre opposizioni, e per ciò scoprir molti vostri errori, ho dissimulato il vostro nome e vi ho lasciato occulto sotto quella maschera che voi medesimo vi ponesti al volto? E giá che mi porgete sí oportuna occasione di mostrarvi quanto io piú cortesemente mi sia portato verso di voi, che voi verso di me, non la voglio lasciare. Voi di

sopra, per darmi, con arguzia assai fredda, del bevitore e briaco, dite che, sendo la prima origine di questa parola *Saggiatore* presa dall'assaggiare i vini, onde *saggiuoli etc.*, fuste per esprimerla con il termine *pitissator, libator, etc.*; ma che poi avendo dalla lettura del mio libro compreso che io la pigliavo per significar quelli che fanno i saggi dell'oro, parendovi anco che la prima denominazione fusse poco onesta e indegna di filosofo, e che per ciò ne desideravi una piú sobria, lasciata la prima, pigliaste quest'altra. Io, quando prima veddi il libro vostro, mi accorsi il nome esser finto, e potere esser che sotto di quello si contenesse in qualche modo il vero nome cognome e patria dell'autore; e nel tentare se per sorte era un anagramma, veddi che si risolveva in *Horatio Grassio Salonense*. Nel ricercar poi accuratamente qual patria fusse questa Salona, veddi in Strabone, quella essere un luogo in Bitinia assai celebre per esser fecondissimo producitore e ingrassator di buoi. Or questo encomio non mi piacque punto, e per fuggire ogni ombra di scherno, determinai di lasciar la maschera nel suo essere, etc. Voi di sopra avete scritto quello che non si cava da mie parole, e voi stesso lo confessate, e dite che è ignominioso; e pur lo scrivete. Io tacqui quello che dalla vostra medesima deposizione si cavava; e solamente per fuggire ogni sospetto di irriverenza, lo tacqui.

21) Addio, Signor Lottario: ora comprendo il vostro astuto avvedimento di mascherar voi e affrontar me smascherato, che fu per poter liberamente burlarmi ed anco pugnermi, senza paura che io fussi per aprir bocca. Né potete in conto alcuno negare di non l'aver fatto a tal fine, perché, dalle punture in poi, non è altra cosa nel vostro libro (dove non si tratta altra cosa che di quistioni filosofiche e matematiche, studii onestissimi) per la quale voi vi aveste auto a nascondere: adunque a questo solo fine vi mascheraste. Ora, perché voi qui mi tassate di svergognato, lascierò che altri giudichi chi sia men modesto, o quello che, per tassare chi mai non l'offese, cerca di ascondere la sua ingiuria sotto la maschera, o l'altro che, ingiustamente provocato, col viso scoperto risponde alla maschera. E notate appresso, signor Lottario, che l'ingiurie non si pesano né pareggiano con la bilancia, ma con la stadera; tra le quali è questa differenza, che dove la bilancia sta in equilibrio quando nelle due lanci si pongono pesi eguali, per far l'equilibrio nella stadera bisogna per contrappeso del romano, che peserá, verbigrazia, dieci libre, mettere cento e talvolta cinquecento e mille. L'incarico del primo è tanto grave, che non solamente conviene che l'incaricato si scarichi con risposte piú gravi, ma talvolta è anco tale che, ben che profferito con parole, si stima non si poter contrappesare se non con i fatti. Voi sete stato il primo a pugner me, e senza niuna occasione o ragione. Né vale il dire che 'l Discorso del signor Mario fusse mia farina; perché, quando pur questo fusse, la dottrina solamente potrebbe aver presa da me; ma quelle che voi chiamate punture, qual cagione vi muove a credere che anco in queste il medesimo signor Mario abbia auto bisogno del dettatore? In oltre, le maschere alle quali non si risponde, son quelle che vanno appuntando tutti quelli che incontrano; e perché la burla è comune, non si risponde: ma voi parlate a me solo, e per molte ore, e però etc.

Che voi siate comparito in maschera per poter liberamente pugnermi, e non per altro, è manifesto, perché azione troppo scurrile sarebbe il montar sopra le cattedre o i pulpiti, immascherato, a insegnar filosofia o interpretar le Sacre Scritture, che sono le due azioni che sole, oltre alle punture, esercitate: e se a questo fine solo, perché almeno non lasciare star me ancora coperto dalla maschera sotto la quale voi medesimo affermate che io ero comparito in piazza? e perché, appiattando voi, esclamare al popolo: Avvertite che questo, con chi i' gareggio, è Galileo Galilei, mascherato da Mario Guiducci? Questo scoprir la faccia ad altri si chiama sfacciatezza e temeritá, ma non conosciuta da voi, perché vi ci sete troppo abituato, *et ab assuetis etc.*

22) Che uno provocato da un altro gli risponda con qualche acerbitá maggiore, è cosa consueta e permessa; ma che altri si ponga a incaricare uno che mai non parlò di lui, né forse seppe ch' e' fusse al mondo, questo è bene mancamento grande e che eccede tutti i termini di modestia. Il Saggiatore risponde alla Libra, sendo prima stato aggravato da lei; ma da chi fu provocata la Libra a offendere il Saggiatore, il cui autore né pure aveva aperto bocca, né anco pensato all'autor della Libra? Volete dunque farvi lecito voi di metter il nome e la persona mia in campo, che mai non fiatai di voi, per sfogar sopra di me lo sdegno causatovi da un altro, e non volete ch'io mi risenta?

25) Che 'l firmamento si muova lentamente *in præcedentia*, è notissimo, sí che or mai dalle antichissime osservazioni in qua le stelle fisse abbino trascorso quasi un intero segno: con tutto ciò i segni assegnati per domicilii a i 7 pianeti sono li antichissimi e ritengono pur gl'istessi nomi, ancor che le costellazioni dalle quali furono prima denominati, sieno trascorse avanti, tanto che dove prima abitava, v. g., il Leone, ora vi stanzia il Cancro, etc.; e queste antiche case son talmente compartite tra i pianeti, che mai si troverá appresso gli astronomi che si abbia rispetto alcuno alle costellazioni; e voi solo sete quello che volete che egualmente si possa dire, un pianeta essere in Cancro ed in Leone, in Libra e nello Scorpione, etc. Ed io vi ringrazio di questa dottrina: in ricompensa della quale voglio pur dirvi, che molto migliore scusa era per voi, nel presente caso, il dire che le costellazioni del zodiaco sono veramente 11, e non 12; delle quali lo Scorpione, come grandissimo, occupa 2 case, e che la Libra non è altro che le due bocche dello Scorpione.

26) Tutto questo discorso è fuor di tutti i propositi, gettato via, e non serve se non per nuocere alla causa vostra. Il Saggiatore vi cita tre luoghi (che son poi tutti quelli dove il vostro Maestro ripone il nascimento della cometa), dove sempre vien nominato lo Scorpione, e non mai la Libra; anzi, per assicurar il lettore che egli in modo nissuno intende ch' e' sia o possa esser la Libra, scrive cosí: *Fuerit hoc sane, cum in Scorpio, hoc est in Martis præcipua domo, natus sit*. Ora, se la cometa nacque nella principal casa di Marte, cioè in quella parte del cielo dove Marte si rende piú vigoroso potente e felice, come vorrete, senza una manifestissima contradizzione, assegnarli anco la Libra, che è l'esilio, l'infortunio, e 'l massimo detrimento del medesimo Marte? In vano dunque, Sig. Sarsi, fate questa lunga sbracciata per dimostrarvi (ma solo appresso la moltitudine de i semplici) astronomo assai sopra di me eminente, col produr cose tritissime anco a i principianti dell'arte; ma bisogna che confessiate come, per dare oncino al vostro scherzo (ancor che non molto acuto), non vi sete curato di contradire a voi medesimo: e se voi vi sete preso tal licenza, ben poteva esser molto piú lecito a me far luogo allo scherzo mio, cavandolo da voi medesimo, senza punto alterare, non che senza contradire alle cose scritte da voi. Tal che non io (come mi attribuite voi) sono il ciurmatore che, per vendere i miei bussoli, fo l'esperienza de' morsi venenati sopra di me; ma ben sete voi il bagattelliero o prestigiatore, che volete cambiarci le carte in mano, etc.

La rovina vostra è stata quel dire che ella comparve nello Scorpione, cioè nella casa principale di Marte, etc.: questo vi ha troncati tutti i puntelli da potervi piú sostenere, etc.; se giá voi non trovate ripiego al dire, che l'affermare che ella comparse nella casa e nella regia dove Marte è potentissimo, sia il medesimo che dire che ella comparse nell'esilio e nella carcere dove Marte è abbietto, miserabile e infelicissimo, ché tale è per lui il segno di Libra.

36) Voi medesimo scrivete e confessate che non sapreste contradire a tutte le proposizioni dell'istesso eresiarca Calvino, che è l'istesso che dire che anco in Calvino sono dogmi non repugnanti alla nostra Fede, ed in conseguenza non

indegni d'essere anco da noi Catolici ammessi; dal che ne séguita che immeritamente verrebbe notato e gravato d'eresia quello del quale non costasse che egli ammettesse altro che alcuna delle dette proposizioni, da voi medesimo ricevute, e solo meriterebbe tal nota chi ricevesse le proposizioni di Calvino dannate e dichiarate eretiche da Santa Chiesa. Poco appresso spacciate me per Epicureo, con la giunta (per ben bene specificar la vostra intenzione) « il quale o totalmente negava Dio, o almeno la sua Provvidenza »; altrove mi fare seguace di Telesio e di Cardano, con la dichiarazione, per chi non lo sapesse, che la loro filosofia e dottrina è parimente dannata. Le proposizioni poi per le quali voi volete registrarmi tra i Telesiani ed Epicurei, sono (per quel che dite voi stesso, ché io, per me, non ho mai fatto studio in tali autori) che la cometa è una pura apparenza e che il moto è causa di calore, intendendo che il moto sia in quella materia che ha da scaldare, e non in quella che deve essere scaldata, come intendono i Peripatetici. Adunque, se voi non volete confessare d'esser mosso da altro che da un puro zelo a darmi simili note, è forza che diciate di tenere veramente, sinceramente e internamente, che l'affermare che la cometa è un puro simulacro, e che il moto nel riscaldante è causa di calore, sieno due proposizioni empie e dannande, come il negar la Provvidenza divina o l'istesso Iddio. Ah, che dovreste vergognarvi! E sotto qual maschera volete nasconder la vostra arrabbiata malignitá?

56) Non avrei mai detto in questa maniera, cioè che 'l telescopio ci inganni nel farci veder gli oggetti piú grandi di quello che ci mostra l'occhio libero; ma detto avrei solamente che ei ce li mostra tali nella distanza, v. g., di 1000 braccia, quali l'occhio libero ce le rappresenta nella distanza di 50; sí che se l'occhio libero ci mostra le cose piú giuste nella minor distanza che nella maggiore, bisogna concludere che 'l telescopio non solamente non è fallace, ma che è correttore delle fallacie dell'occhio libero. Qui è luogo di narrar 100 modi con i quali si chiariscono veramente i balordi accusatori di tale strumento.

58) Ah pezzo d'asinaccio, questo è il ringraziamento che tu mi fai dell'averti io tante volte cavato di errore? Tu da bufolaccio scrivesti semplicemente che la maggiore lontananza degli oggetti era causa di minore accrescimento, ed io ti insegno che non la lontananza dell'oggetto, ma lo scorciamento dello strumento, era causa di minore accrescimento; ed ora, villan poltrone, tu lo vuoi insegnare a me.

72) È possibile che voi siate tanto bue, che non intendiate come può benissimo essere che la polvere, il fumo, i fiati degli uomini e de' cavalli, sollevati da 2 eserciti che in un perturbatissimo e tumultuosissimo conflitto sieno alle mani, dopo aver essi ancora, mentre erano vicini a terra, tumultuato, possino unitamente e placidamente salire in alto? Di piú, che viaggio abbia fatto la materia della cometa, non si è osservato mentre era bassa, ma quando giá era altissima e splendeva.

74) Non è vero che le stelle sparischino nell'aurora. Sparisce la capellatura (e questa risplende meno), e non il disco della stella: il che è manifesto, perché, secondo che l'aria si va schiarendo, la stella si mostra minore. Spariscono le stelle nell'aurora per la piccolezza, e non perché sieno men lucide: e che ciò sia, non solo nell'aurora, ma per tutto 'l giorno si veggono riguardandole col telescopio, che l'ingrandisce; e Venere stessa si vede tal volta di mezo giorno, con l'occhio libero, piú lucida dell'ambiente. Ma la cometa, essendo grandissima, non può sparir per altro se non perché sia superata, o vero pareggiata, la sua luce da quella dell'aurora.

75) È sicuramente a noi piú lucida; giá che al lume di una sola piccolissima candeletta leggerò lettere, che tutte le stelle del cielo e dieci volte altrettante non mi renderebbon lume a bastanza.

76) Mette il denso e l'opaco come condizioni che vadino in conseguenza l'una dall'altra: e cosí la cera sará piú densa del diamante. In oltre, ei raccoglie il non trasmettere il lume dalla densitá, che è falso; perché il vetro è denso, e pur trasmette il lume.

77) Voi dite grandi spropositi. Voi sete sul voler provare come il mezzo piú lucido non deve occultar un oggetto men lucido, e che la cometa, se fusse men lucida dell'aurora, pur come tale dovrebbe vedersi; ché come tali si veggono le macchie del Sole e della Luna. E prima, fuori del caso è il dire: « I pianeti si veggono tutto 'l giorno, né può l'ambiente intermedio occultargli »; e questo è uno sproposito, perché questi si veggono come piú lucidi del mezo, e noi trattiamo del vedersi i piú oscuri. Le macchie del Sole hanno il campo lucido dopo di loro, e non è il mezo lucido tra esse e l'occhio. Le macchie della Luna, che sapete voi che non venghino offuscate e totalmente celate dal mezo, che forse è piú lucido di loro? forse perché le vedete? ed io vi dico che può essere che il mezo sia piú luminoso di loro, e che come tale ce le occulti, e che ad ogni modo noi le vegghiamo, ma in virtú delle parti piú lucide della medesima Luna, in relazione alle quali le men lucide si distinguono: levate le lucide e lasciate le fosche solamente e se allora si vedranno, potrete dire che 'l mezo non le occulta. Ma però questo sarebbe senza vostro profitto; perché io subito vi direi che si veggono perché sono veramente piú lucide del mezo ambiente. Il Sarsi ha creduto che il mezo possa egualmente occultare o lasciar visibili gli oggetti, tanto i men lucidi quanto i piú lucidi di sé: il che è falso; e per cavarlo di errore gl'insegno (ben che a persona ingratissima) il modo da chiarirsi, come gli oggetti piú oscuri, e non i piú chiari, possono restare offuscati. Osservi una mattina avanti giorno la Luna, quando sia sottilmente falcata; vedrá il resto del suo disco assai lucido, per lo splendore contribuitogli dalla Terra: séguiti di osservare mentre l'aurora comincerá a schiarirsi; vedrá, nell'illuminarsi il mezo, abbacinarsi il detto disco lunare (che pure in sé stesso continua nell'istessa chiarezza, e piú tosto realmente l'accresce), sin che l'albore circunfuso si ridurrá puntualmente simile a quello, ed allora si perderá la vista di esso disco: e ben che l'ambiente séguiti di illuminarsi piú e piú, ed in conseguenza a farsi assaissimo piú chiaro del disco, non però vi si scorgerá egli mai piú come piú scuro, ancor che la falce apparente ci sia scorta a cercarlo con la vista. Ma che? la Luna prossima a entrar sotto 'l Sole non si vede, e, piú, quella sola parte di lei che sia congiunta col Sole apparisce negrissima, e 'l resto, che rimane fuori del disco solare, non si vede punto. Se il Sarsi avesse osservato non solo con gli occhi della fronte, ma con quelli della mente insieme (come egli dice di me), che i pittori nel dipigner paesi, di mano in mano che vogliono imitare le montagne piú lontane, le fanno simili al colore dell'ambiente, sí che le lontanissime si accennano appena distinte dal mezo, arebbe imparato come il mezo diafano, secondo che piú e piú si profonda, piú e piú tigne gli oggetti opposti del suo colore, e cosí i monti lontani doventano azzurri e chiari, ben che realmente sieno cosí oscuri come i vicinissimi; ed arebbe inteso che l'azzurro del cielo non è altro che il color dell'aria vaporosa intermedia, etc.

78) Ma la cometa è una mole incomparabilmente maggiore di Giove o Venere veduti col telescopio; adunque non per la piccolezza si perde.

82) Solennissima bestia! quasi che il medesimo sia dire, che per formare il capo della cometa non è necessario la superficie tersa, che il dire che nella superficie tersa non si può formare il capo della cometa.

85) *Memineris tu quod hoc in loco scribis, materiam cometæ densiorem esse dicendam materia planetarum: ergo, Sarsi, existimas planetas ex materia non densiori quam sit nubium vaporum ac exalationum materia.*

86) Voi sete adietro un pezzo. Siano quanti si vogliano eccentrici, ed anco quanto si voglino corpi irregolari; quando siano della medesima materia e contenuti l'uno dentro l'altro, non rifrangono: e cosí un pezo di diaccio sregolatissimo, immerso nell'acqua, non altera punto le figure de i corpi posti nel fondo del vaso. Bisogna dunque che voi introduchiate che gli eccentrici e gli epicicli siano di altra materia del resto del cielo; cosa alla quale non avete pensato.

90) Or sia come vi piace, e concedavisi che voi domandassi di sapere come ció poteva essere, confessando intanto di non lo sapere; e ringraziatemi almeno dell'avervi io cavato d'ignoranza con tanta agevolezza, come ho fatto.

91) Ma, ser balordissimo, se voi avevi compreso che la posizione scritta da voi non faceva a proposito, ma sí ben la taciuta, perché tacer questa e scriver quella? Ecco delle vostre solite ingratitudini: io vi addito la vostra buassaggine, e voi, in cambio di ringraziarmene, dite che ve lo sapevi prima.

93) È gran fastidio l'avere a sbalordire balordi. Il dire « La state è caldo per l'accostamento del Sole » è usitato, mentre per tale accostamento s'intende l'alzamento sopra l'orizonte verso il nostro vertice. Ma è anco vero e piú propriamente detto: « Il Sole la state si allontana da noi, e 'l verno si avvicina », perché il verno, venendo verso 'l perigeo, veramente si avvicina, e la state, andando verso l'apogeo, veramente si allontana. Ora, essendo vera l'una e l'altra proposizione, « Il Sole » cioè « la state si accosta », ed « Il Sole la state si discosta da noi », è necessario addurre or l'una ed or l'altra, secondo il proposito di cui si parla. Ma parlandosi di un vero proprio e reale avvicinamento di qualche oggetto, che veramente si avvicini a noi, si che l'intervallo tra esso e noi si faccia minore, grande sproposito è il dire che il Sole ancora fa l'istesso la state, perché si alza verso il nostro vertice, e sarebbe bene a proposito il dire che il Sole la state fa il contrario, perché veramente si discosta da noi. Imparate dunque a parlare, ignorante.

95) Non si potendo liberar in maniera veruna dalla mia instanza, è temerariamente andato a ritrovar la diversitá della materia, della quale ei non disse mai cosa veruna; ma tal sua fuga è non solamente mendicata con bugie, ma spropositatamente introdotta, e che piú tosto lo disaiuta che favorisca. Aveva nella sua dimostrazione bisogno, per concludere il suo intento, che la superficie nella quale si doveva formar l'iride fosse una e piana; ed ora dice che l'imagine del Sole nel mare non si fa, come l'iride, in arco, perché la superficie dell'acqua è una e piana, ma quella dove si fa l'iride non è tale, ma è profonda e discontinuata, etc.

96) Questo pover'uomo deve chiamare i semidiametri linee curve e circolari, perché terminano nella circonferenza del cerchio.

97) Temerario bestiuolo! E quando ho io mai detto che per formar l'iride si ricerchi tal superficie piana? Io, per emendar la vostra monca dimostrazione, dissi che vi manca il dato, ció è la determinazione della superficie dove si ha da formar la cometa; la qual superficie (se volete concluder nulla) bisogna che supponghiate che sia piana ed eretta al raggio visuale, altramente il vostro angolo A non la segnerá se non in un punto solo.

101) Ma se tu dal detto del Sig. Mario raccogli, che quando la cometa non avessi altro movimento che il retto etc., bisognerebbe attribuirgliene un altro, perché poi ci vuoi addossare il moto della Terra? non vedi che questo non verrebbe attribuito alla cometa?

102) Io chiamo la vostra dimostrazione puerile, perché la conclusione è tanto nota, che non ci è bisogno di dimostrazione; né voi la mettete come che io non l'abbia saputa: ma quello che dico io nel luogo da voi citato è ben cosa tritissima, ma ignorata da voi, ed io la scrivo per vostro documento.

105) * I *maestri delle prime bozze* non ha sentito; e voi, *solita fide,* gli traducete *magistri astronomiæ.*

109) L'insegnare a persone grate sarebbe veramente gran gusto; ma 'l levar d'ignoranza uomini sconoscenti è veramente una pena: tuttavia insegniamo a costui cose da esso non avvertite o sapute.

112) * A dire delle scioccherie non si suda né si affatica. Ed i pari vostri vi s'ingrassano.

113) Questo è un grande sproposito, mentre che noi parliamo delle figure, introdurre il cielo e la Terra. La sfera, il cubo, la piramide etc. sono egualmente eterne ed innanzi alla creazione del cielo e della Terra, e però, quanto a questo capo, egualmente nobili.

114) Per difetto di geometria, non si accorge il Sarsi di pronunziar 2 cose repugnanti e tra di loro distruggentesi, mentre vuol cavar la nobiltá una volta dalla simplicitá, e un'altra dalla capacitá. Imperò che se 'l cerchio è nobile perché è contenuto da una sola linea, dove l'altre figure son contenute da molte, adunque il triangolo sará piú nobile del quadrato, del pentagono etc.; ma se le figure son piú nobili secondo che son contenute da manco linee, bisogna dire che le men capaci sien piú nobili delle piú capaci, perché quelle di manco lati son men capaci di quelle di piú. Inoltre, la Terra, la Luna, e tutti gli altri pianeti, saranno, quanto alla figura, ignobilissimi, essendo la loro sfericitá mirabilmente guasta dalle loro asprezze, etc.

115) Anzi *et piscibus et mari assignatur communis causa squamositatis, nempe nobilitas, quæ maior est in piscibus quam in mari; ac omnino similiter in planetis et cælo communis causa asperitatis est ignobilitas maior, seu nobilitas minor, in cælo quam in planetis: unde igitur ista tua disparitas rationis?*

116) Se quel che è piú semplice è ancora piú nobile, bisogna dire che i pesci sien piú semplici dell'acqua, che pure è uno de i 4 corpi a i quali si attribuisce piú che a tutti gli altri la semplicitá. Inoltre, quest'uomo o si è imbrogliato o vuole imbrogliar noi in queste logicali distinzioni, mentre dice di argomentare *a minori ad maius,* ed io *a maiori ad minus.* Ma egli, o per inavvertenza o per malizia, scambia il suo primo argomento in un altro, per fare apparire il mio contrario al suo: e dove di sopra egli argumentava cosí: « I pianeti, piú nobili de' cieli, sono di figura aspera; e però al cielo, men nobile, si conviene assegnare tal asprezza », ora dice d'aver argumentato cosí: « Se 'l cielo è rotondo e liscio, che pure è veicolo de i pianeti, quanto si ricercherá tal pulitezza ne i pianeti, che di quello si servono per veicolo, e per ció son piú nobili? ». Ma dite cosí senza inganno: « I pianeti, piú nobili del cielo, perché si servono di lui per veicolo e abitazione, sono scabrosi e aspri; adunque molto piú al cielo, men nobile, si converrá tale asprezza » (e cosí argomenterete *a maiori ad minus*); ed io dicendo su le medesime pedate: « I pesci, piú

nobili dell'acqua, perché è lor veicolo e abitazione, sono squamosi; adunque l'acqua, men nobile, doverá pur essere squamosa », ed argomenterò io ancora come voi. E cosí il Sarsi, e non il Galileo, sará il ridicoloso. Temeritá somma!

117) Gran differenzia è tra l'essere e 'l parere. *Non conspiciuntur,* per vostra intelligenza, non vuol dire appresso i latini *non sono,* ma *non si veggono;* e nel presente caso io dissi che col telescopio non si scorgevano le stelle fisse terminate in cerchio, ma radianti, come con l'occhio libero: il che accadeva allora per l'imperfezzione dello strumento; ma avendolo, col progresso del tempo, ridotto a perfezzion maggiore, si è poi scorto distintamente il lor disco rotondissimo.

118) Dicesi *si tamen,* perché, non l'avendo io riguardate tutte, non ero, né ancor sono, sicuro che tutte sien rotonde; e giusta causa di dubitare mi ha dato Saturno.

119) Ne' corpi durissimi e gravissimi, mentre sieno sospesi e librati, in piú lungo tempo si fa l'impressione del moto che ne i liquidi, ma non piú difficilmente, perché ogni minima forza dell'ambiente, continuando di far impeto. gl'imprimerá moto eguale al suo: ma il motore solido non imprimerá mai al mobile liquido la sua velocitá fuori che a piccola parte e vicina, per esser le parti sue non coerenti, etc. E che lungo tempo si ricerchi per far l'impressione ne i corpi duri e gravissimi, ancor che non abbiano resistenza a quel moto. è manifesto in una barca carica e gravissima, che, legata in un fiume correntissimo, sciolta poi la corda, non piglia il corso se non dopo lungo tempo. Ma che piú? una pietra gravissima, scendendo naturalmente al basso, è tardissima nel principio, e non riceve l'impeto grande se non dopo lungo tempo, anzi fa gran resistenza a chi volesse sul principio cacciarla con velocitá grande, ben che in giú: e chi sospendesse un gran sasso con corde che appena lo sostenessero, sí che ogni minima giunta di peso le strappassero, percotendovi poi sopra con un gravissimo martello, prima spezzerebbe la pietra che cacciarla impetuosamente a basso; e pure col progresso del tempo acquista per sè stessa velocitá maggiore assai che quella con la quale il martello la percosse ed alla quale ella contrastò come se fusse posata sul terren duro. Argomento di quanto dico è il vedere come una grandissima pietra posta sul corpo d'uomo diacente supino si spezzerá con le percosse di un gravissimo martello senza offesa del sottoposto uomo. Non ha mai pensato il Sarsi, quel che sia necessario fare al mobile partendosi dalla quiete.

123) Puossi trovar temeritá maggior di questa? Io dico che l'acqua *non aderescit* alla nave, ma la va strisciando senza restar niuna parte d'acqua attaccata alla nave; segno di che ne è che anco il sevo con che ella si spalma (ed il Sarsi dice, la pece) vien portato via dallo strisciar dell'acqua, il che non avverrebbe se l'acqua aderissi fermamente al sevo. Qui si può trascriver quello ch'io ho detto, ed appresso l'impostura del Sarsi, il quale ad arte non ha seguitato di portar le mie parole.

124) Ah furbo! tu simuli di non aver veduto l'indice degli errori, che pur operai che ti fusse consegnato; e tu stesso di sopra confessi d'averlo veduto, dicendo che era non so quante faccie, etc.

132) Impropriissimamente si dice, *Motus est causa caloris*; il che è manifesto, perché con altrettanta veritá si può dire che *motus sit causa frigoris.* L'acqua calda commossa si raffredda, l'aria e 'l vento mossi si raffreddano.

134) Avvertasi che mi par che e' dica d'essersi accorto e sapere che alcuni corpi possono diminuirsi in parte e crescer di peso, etc. Ma se voi sapevi ció poter essere, perché, per vedere se il rame battuto sciemava, vi servivi del pesarlo in bilancia? non vedete voi che tale esperienza era fallace?

135) Ma, ser balordissimo, se tu avevi saputo prima, e te ne ricordavi, cioè che poteva esser che alcuna materia sciemasse di mole e crescesse di peso, non vedi tu ora quanto sei stato ignorante, mentre hai asseverantemente scritto che il rame battuto non sciema di mole, poi che per esperienza l'hai trovato non sciemare di peso? Tanto è peggio per voi, poi che, avendolo saputo, non ve ne sete saputo servire, ma senza distinzione alcuna avete affermato, non intendere come con altro che col vedere alla bilancia un corpo pesar meno che prima, si possa comprender che di lui sia scemato qualche parte.

136) Quanto questo poveraccio sia lontano dall'intender quello che vorrebbe persuader d'aver saputo avanti di me, comprendasi da quello che scrive adesso; mentre, in cambio dire che il restare nella percussion del ferro sempre il peso medesimo, non è argomento necessario del nulla consumarsi di esso, potendo essere che da esso si separasse alcuna cosa piú leggiera in specie del mezo nel quale si pesa il ferro, dice *piú leggiera in specie di esso ferro.* Vuol questo temerario persuadere di aver saputa ed avvertita una cosa innanzi a me, la quale egli non intende dopo che io gliel'ho piú che chiaramente dichiarata.

137) Nel rompersi la lastra in 2 parti, vola il fumo o esalazione, ma invisibile, perché non ha la sottil polvere da portar seco, per la quale si fa visibile: e cosí il vento si fa visibile per la polvere sollevata; e la polvere non si solleva se non portata dall'aria commossa, ma nell'aria quieta descende.

142) Ingegnoso trapasso dal fuoco all'aria: il fuoco cacciato dall'aria abbrucia piú; adunque l'aria infocata, mossa velocemente, abbrucia. Ma io farò per un foro piú angusto passar l'aria assai piú velocemente; e quanto piú veloce sará, tanto piú rinfrescherá.

154) *Aër meridianus perspicuus est, et stellæ non videntur ob parvitatem, non ratione opacitatis: patet id dum Venus interdiu apparet, mole quidem admodum exigua. Conspiciuntur autem stellæ per telescopium, quia species ipsarum longe augentur.*

L'aria meridiana è sempre perspicua; e Giove non si vede con l'occhio libero per la sua piccolezza, ma ingrandito dal telescopio si vede.

A pag. 829, riga 14, invece di *ipsam* si deve leggere *ipsa.*

INDICE DELL'EDIZIONE NAZIONALE

Per comoditá degli studiosi, pubblichiamo l'Indice dell'Edizione Nazionale delle Opere di Galileo Galilei, diretta da Antonio Favaro, Firenze, Tip. Barbera, 1890-1909. Aggiungiamo tra parentesi le date in cui gli scritti sono stati composti o pubblicati per la prima volta.

VOLUME PRIMO. *Iuvenilia* (1584). *Theoremata circa centrum gravitatis solidorum* (1585). La Bilancetta (1586). Tavola delle proporzioni delle gravitá in specie, de i metalli e delle gioie pesate in aria e in acqua. Postille ai libri *de sphaera et cylindro* di Archimede. *De motu.*

VOLUME SECONDO. Breve instruzione all'architettura militare (1592-93). Trattato di fortificazione. Le Mecaniche. Lettera a Jacopo Mazzoni (30 maggio 1597). Trattato della sfera ovvero Cosmografia. *De motu accelerato* (1604). Frammento di lezioni e di studi sulla nuova stella dell'ottobre 1604 (dicembre 1604). Considerazione astronomica circa la stella nova dell'anno 1601 di Baldessar Capra; con postille di Galileo. Dialogo di Cecco di Ronchitti da Bruzene in proposito de la stella nuova (1605). Del compasso geometrico e militare: saggio delle scritture antecedenti alla stampa. Le operazioni del compasso geometrico e militare (1606). *Usus et fabrica circini cujusdam proportionis, opera et studio Balthasaris Capræ*; con postille di Galileo (1607). Difesa contro alle calunnie et imposture di Baldessar Capra (1607). Le matematiche nell'arte militare.

VOLUME TERZO. *Parte prima.* Abbozzo del *Sidereus Nuncius* (fac-simile). *Sidereus Nuncius* (marzo 1610). *Joannis Kepleri Dissertatio cum Nuncio sidereo* (1610). *Martini Horky Brevissima peregrinatio contra Nuncium sidereum* (1610). *Quatuor problematum contra Nuncium sidereum confutatio per Joannem Wodderbonium* (1610). *Joannis Kepleri Narratio de observatis a se quatuor Jovis satellitibus* (1611). *Joannis Antonii Roffeni epistola apologetica contra Peregrinationem Martini Horkii* (1611). *Dianoia astronomica, optica, physica, auctore Francisco Sitio*; con postille di Galileo (1611). Di Ludovico delle Colombe contro il moto della Terra; con postille di Galileo. *Nuntius Sidereus Collegii Romani. De lunarium montium altitudine problema mathematicum. Iulii Caesaris La Galla De phoenomenis in orbe lunæ novi telescopii usu nunc iterum suscitatis*; con postille di Galileo (1612).

VOLUME TERZO. *Parte seconda.* I Pianeti medicei. Osservazioni (7 gennaio 1610-23 febbraio 1613). Tavole dei moti medii (1611-1617). Giovilabii. Calcoli del 1611. Prostaferesi (1612-1616). Calcoli del 1612. Comparazione con la prostaferesi (17 marzo-16 luglio 1612). Calcoli del 1613. Comparazioni retrospettive. Osservazioni e calcoli del 1613. Osservazioni e calcoli del 1614. Osservazioni e calcoli del 1615. Osservazioni e calcoli del 1616. Calcoli del 1616 e 1617. Osservazioni e calcoli del 1617. Osservazioni e calcoli del 1618. Osservazioni e calcoli del 1619. Frammenti di calcoli delle Medicee. *Observationes Jesuitarum* (28 novembre 1610-6 aprile 1611). *Theorica speculi concavi sphærici. Analecta astronomica.*

VOLUME QUARTO. Diversi fragmenti attenenti al trattato delle cose che stanno in su l'acqua. Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono (1612). Considerazioni di Accademico Incognito; con postille e frammenti della risposta di Galileo (1612). Errori di Giorgio Coresio nella sua operetta del galleggiare della figura raccolti da D. Benedetto

Castelli, con correzioni ed aggiunte di Galileo. Lettera di Tolomeo Nozzolini a Monsignor Marzimedici Arcivescovo di Firenze (22 settembre 1612). Lettera a Tolomeo Nozzolini (gennaio 1613). Discorso apologetico di Lodovico delle Colombe (1612). Considerazioni di Vincenzo di Grazia (1613). Frammenti attenenti alla scrittura in risposta a Lodovico delle Colombe e Vincenzo di Grazia. Risposta alle opposizioni di Lodovico delle Colombe e di Vincenzo di Grazia contro al trattato delle cose che stanno su l'acqua o che in quella si muovono (1615).

VOLUME QUINTO. *Apellis latentis post tabulam tres epistolæ de maculis solaribus* (1612). *Apellis latentis post tabulam de maculis solaribus et stellis circa Jovem errantibus accuratior disquisitio*; con postille di Galileo (1612). Istoria e dimostrazioni intorno alle macchie solari e loro accidenti, comprese in tre lettere scritte a Marco Velseri (1613). Frammenti attenenti alle lettere sulle macchie solari. Lettera a D. Benedetto Castelli (21 dicembre 1613). Lettere a Mons. Piero Dini (16 febbraio e 23 marzo 1615). Lettera a Madama Cristina di Lorena, Granduchessa di Toscana (1615). [Per una svista del correttore, nell'indice del primo volume della nostra edizione è stato scritto Savoia invece di Lorena]. Considerazioni circa l'opinione copernicana. Discorso del flusso e riflusso del mare (8 gennaio 1616). *Francisci Ingoli De situ et quiete terræ disputatio* (1616). Proposte per la determinazione della longitudine (1612-1616).

VOLUME SESTO. *De tribus cometis anni M.DC.XVIII disputatio astronomica publice habita in Collegio Romano Societatis Jesu ab uno ex patribus eiusdem Societatis* (1619). Discorso delle Comete, con alcuni frammenti ad esso attinenti (1619). *Lotharii Sarsii Sigensani [Horatii Grassi Salonensis] Libra astronomica ac philosophica* (1619), con postille di Galileo. Lettera di Mario Guiducci al M. R. P. Tarquinio Galluzzi, della Compagnia di Giesú, nella quale si giustifica dell'imputazioni dategli da Lottario Sarsi Sigensano nella Libra astronomica e filosofica (20 giugno 1620). Il Saggiatore (1623). *Lotharii Sarsii Sigensani Ratio ponderum libræ et simbellæ* (1626), con postille di Galileo. Lettera a Francesco Ingoli in risposta alla *Disputatio de situ et quiete Terræ* (1624). Scritture concernenti il quesito in proposito della stima di un cavallo (1627). Scritture attenenti all'idraulica (1631).

VOLUME SETTIMO. Dialogo dei Massimi Sistemi (1632). Frammenti attenenti al Dialogo dei Massimi Sistemi (1632). Dal libro di G. B. Morin (1632). *Famosi et antiqui problematis de Telluris motu vel quiete hactenus optata solutio* (1631), con postille di Galileo. Esercitazioni filosofiche di Antonio Rocco (1633); con postille di Galileo.

VOLUME OTTAVO. Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze (1638) [In questo volume non è pubblicata l'*Appendix* alla giornata quarta, che è invece pubblicata nel vol. I, pagg. 187-208, per ragioni di cronologia: si tratta infatti di lavoro giovanile di Galileo. Il lettore ha visto che noi invece abbiamo pubblicato questi teoremi sul centro di gravitá dei solidi, come nell'edizione di Leida, alla fine della quarta giornata]. Principio di giornata aggiunta (giornata sesta) (1641-42). Sopra le definizioni delle proporzioni di Euclide (1641-42). Principio di giornata aggiunta (giornata quinta) (1641-42). Frammenti attenenti ai Dialoghi delle Nuove Scienze. Le operazioni astronomiche (1637-38). Capitolo L° del *Litheosphorus* di Fortunio Liceti (1640). Lettera al Principe Leopoldo di Toscana sul candore lunare (1640). Frammenti attenenti alla Lettera al Principe Leopoldo. Scritture e frammenti di data incerta: Intorno agli effetti degl'istrumenti meccanici. A proposito di una macchina con gravissimo pendolo adattato ad una leva. A proposito di una macchina per pestare. Di alcuni effetti del contatto e della confricazione. Sopra

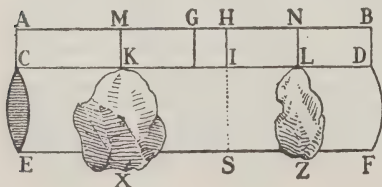
le scoperte de i dadi. Intorno la cagione del rappresentarsi al senso fredda o calda la medesima acqua a chi vi entra asciutto o bagnato. Problemi. Frammenti di data incerta.

VOLUME NONO. Scritti letterari. Due lezioni all'Accademia fiorentina circa la figura, sito e grandezza dell'Inferno di Dante (1592). Considerazioni al Tasso (prima del 1614). Postille all'Ariosto. Argomento e traccia di una commedia. Poesie e frammenti. Appendice prima: Canzone di Andrea Salvadori per le stelle medicee, scritta e corretta di propria mano da Galileo (1610, ristampata nel 1668). Appendice seconda: Saggio d'alcune esercitazioni scolastiche di Galileo.

VOLUME DECIMO. Carteggio 1574-1610.
VOLUME UNDICESIMO. Carteggio 1611-1613.
VOLUME DODICESIMO. Carteggio 1614-1619.
VOLUME TREDICESIMO. Carteggio 1620-1628.
VOLUME QUATTORDICESIMO. Carteggio 1629-1632.
VOLUME QUINDICESIMO. Carteggio 1633.
VOLUME SEDICESIMO. Carteggio 1634-1636.
VOLUME DICIASSETTESIMO. Carteggio 1637-1638.
VOLUME DICIOTTESIMO. Carteggio 1639-1642. Supplemento. Indice generale cronologico. Indice generale alfabetico.

VOLUME DICIANNOVESIMO. Documenti. Narrazioni biografiche dei contemporanei: Dalla Cronaca di Antonio Priuli (21-23 agosto 1609). Dal Diario del viaggio di Giovanni Tarde in Italia (novembre-dicembre 1614). Notizie raccolte da Vincenzo Galilei. Racconto istorico di Vincenzo Viviani (29 aprile 1654). Vita scritta da Niccolò Gherardini (1654). Lettera di Vincenzo Viviani al Principe Leopoldo de' Medici intorno all'applicazione del pendolo all'orologio (29 agosto 1659).

VOLUME VENTESIMO. Indici. Indice dei volumi. Indice dei fac-simili. Indice dei nomi e delle cose notabili. Indice biografico. Supplemento al Carteggio. Supplemento ai Documenti.

Nel 1929 si è iniziata, presso la Casa Barbera di Firenze, la ristampa dell'Edizione Nazionale, fino al settimo volume sotto la direzione di Antonio Garbasso e successivamente sotto la direzione di Giorgio Abetti. È giá uscito il 18° volume e il 19° è imminente. Alcuni dei volumi (il 2°, il 3°, il 5°, il 6°, l'8°, il 9°, il 20°) hanno delle nuove appendici. In appendice al secondo volume è stata pubblicata la scrittura di Lodovico Settala contro l'ammissione di Baldassarre Capra nel Collegio dei Medici di Milano. Nel testo del volume sono state fatte correzioni ed aggiunte. Tra l'altre è stata modificata la figura a p. 161 dell'Edizione nazionale (p. 617 della nostra edizione, vol. I) come qui a lato:

L'Appendice piú ampia è quella contenuta nella parte seconda del volume terzo: va da p. 887 887 a p. 1054 e contiene un Avvertimento, passi della *Dioctrice* di Klepero e del *De luce et lumine* di G. C. Lagalla, frammenti di Medicee e di Astronomia di Galileo e osservazioni e calcoli di Vincenzo

Renieri. Nel quinto volume son riprodotti sette disegni di macchie solari (dal 18 al 25 agosto 1612), eseguiti probabilmente dal Cigoli; nel sesto ci sono delle postille di Galileo al *Discorso delle Comete,* aggiunte alle postille di Mario Guiducci alla *Ratio ponderum* e la riproduzione del frontespizio, della prefazione e di sette proposizioni del *Mundus Jovialis* di Simon Mario, utili all'intelligenza degli accenni di Galileo al principio del *Saggiatore*; nell'ottavo volume sono riprodotte una proposizione matematica di Galileo, le prime proposizioni sulle *Spirali* di Archimede, in una traduzione di Mario Guiducci, ma probabilmente ispirata se non dettata da Galileo, e otto facsimili, tratti dai manoscritti galileiani della Nazionale di Firenze, che modificano o completano i frammenti delle *Nuove Scienze.* Particolarmente importanti quelli sul piano inclinato e sulla *catenella* o catenaria.

TESTO

TAVOLE